

УДК 621.318.4

## РОЗРАХУНОК ВИХРОВИХ СТРУМІВ В МАСИВНОМУ ПРОВІДНИКУ, ЩО ЗБУДЖУЮТЬСЯ ПРЯМОКУТНИМ ВИТКОМ З ДВОМА РОЗРІЗАМИ

Е.О. Чаплигін, доцент, к.т.н., С.О. Шиндерук, доцент, к.т.н.,  
Т.В. Гаврилова доцент, к.т.н., В.С. Лістгартен, студент, ХНАДУ

*Анотація.* Вирішена тривимірна електродинамічна задача про порушення індукторної системи для магнітно-імпульсної обробки масивних провідників високочастотним полем прямокутного витка з двома поздовжніми розрізами. Отримані вирази для вихрових струмів дозволяють розрахунок і аналіз просторово-часового розподілу сил магнітного тиску з урахуванням неоднорідності збудливого поля.

*Ключові слова:* магнітно-імпульсна обробка металів, скін-ефект, одновиткового індуктор, масивний провідник, вихрові струми

## РАСЧЕТ ВИХРЕВЫХ ТОКОВ В МАССИВНОМ ПРОВОДНИКЕ, ВОЗБУЖДАЕМЫХ ПРЯМОУГОЛЬНЫМ ВИТКОМ С ДВУМЯ РАЗРЕЗАМИ

Е.А. Чаплыгин, доцент, к.т.н., С.А. Шиндерук, доцент, к.т.н.,  
Т.В. Гаврилова, доцент, к.т.н., В.С. Листгартен, студент, ХНАДУ

*Аннотация.* Решена трёхмерная электродинамическая задача о возбуждении индукторной системы для магнитно-импульсной обработки массивных проводников высокочастотным полем прямоугольного витка с двумя продольными разрезами. Полученные выражения для вихревых токов позволяют расчёт и анализ пространственно-временного распределения сил магнитного давления с учётом неоднородности возбуждающего поля.

*Ключевые слова:* магнитно-импульсная обработка металлов, скин-эффект, одновитковый индуктор, массивный проводник, вихревые токи

## CALCULATION OF EDDY CURRENTS IN MASSIVE CONDUCTOR EXCITED BY A RECTANGULAR COIL WITH TWO CUTS

E. Ghaplygin, assistant professor, cand. eng. sc., S. Shinderuk, assistant professor, cand. eng. sc., T. Gavrilova, assistant professor, cand. phys. and math. sc.,  
V. Listgarten, student, KhNAHU

*Abstract.* The three-dimensional electrodynamic problem about excitation by a rectangular loop with two longitudinal slits of the induction system for magnetic pulse processing of massive conductor by the high-frequency field has been solved. The resulting expressions for the eddy currents allow to lead calculation and analysis of the space-time distribution of the magnetic pressure forces with taking into account the heterogeneity of the exciting field.

*Key words:* magnetic pulse metal processing, skin-effect, single-turn inductor, massive conductor, eddy currents.

### Вступ

Порушення вихрових струмів визначає дієвість магнітно-імпульсних технологій, оскільки, фізично, силові ефекти взаємодії зов-

нішнього поля з провідними середовищами можна звести до силовій взаємодії струмів в інструменті методу – індуктори з вихровими струмами, індуктованими в металі об'єкта, що оброблюється [1].

Мова йде про закон Ампера, згідно з яким провідники з різноспрямованими струмами відштовхуються один від одного. Якщо ж робочим режимом є режим різкого поверхневого ефекту, коли прийнятно наближення до ідеальної провідності металу оброблюваного об'єкта, напруженість зовнішнього магнітного поля і щільність індукованого струму на його поверхні будуть дорівнювати між собою, і магнітний тиск на об'єкт обробки буде пропорційний квадрату щільності вихрових струмів [2].

### Аналіз публікацій

Авторами роботи [3] в наближенні різкого поверхневого ефекту вирішена тривимірна електродинамічна задача про збудження індукторної системи для магнітно-імпульсної обробки масивних провідників високочастотним полем прямокутного витка з двома поздовжніми розрізами. Отримані вирази для вихрових струмів дозволяють провести чисельні оцінки особливостей електромагнітних процесів з урахуванням неоднорідності поля, що збуджує.

$$j_x(t, x, y) = j(t) \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\beta \cdot A(\alpha, \beta)}{(\alpha^2 + \beta^2)} e^{-\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \cdot h} \cos(\alpha x) \sin(\beta y) d\alpha d\beta, \quad (1)$$

$$\text{де } A(\alpha, \beta) = \frac{8}{\pi^2} \cdot j \cdot \left[ \frac{1}{\alpha} \cdot \sin(\alpha(a+d)) \cdot \sin\left(\beta\left(b + \frac{d}{2}\right)\right) \cdot \sin\left(\beta \cdot \frac{d}{2}\right) + \frac{2}{\beta} \cdot \cos\left(\beta \cdot \frac{(b+d+c)}{2}\right) \cdot \sin\left(\beta \cdot \frac{(b+d-c)}{2}\right) \sin\left(\alpha \cdot \left(a + \frac{d}{2}\right)\right) \cdot \sin\left(\alpha \cdot \frac{d}{2}\right) \right]$$

$$j_y(t, x, y) = -j(t) \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\alpha \cdot A(\alpha, \beta)}{(\alpha^2 + \beta^2)} e^{-\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \cdot h} \sin(\alpha x) \cos(\beta y) d\alpha d\beta. \quad (2)$$

2. Струми в гілках прямокутного витка є рівними, але спрямовані протилежно.

Аналогічно до попереднього, після необхідних тотожних перетворень, отримаємо наступні залежності.

$$j_x(t, x, y) = -j(t) \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\beta \cdot B(\alpha, \beta)}{(\alpha^2 + \beta^2)} e^{-\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \cdot h} \cos(\alpha x) \cos(\beta y) d\alpha d\beta, \quad (3)$$

де

$$B(\alpha, \beta) = \frac{8}{\pi^2} j \left[ \frac{2}{\beta} \sin\left(\beta \frac{(b+d+c)}{2}\right) \sin\left(\beta \frac{(b+d-c)}{2}\right) \sin\left(\alpha \left(a + \frac{d}{2}\right)\right) \sin\left(\alpha \frac{d}{2}\right) - \frac{1}{\alpha} \cdot \sin(\alpha(\alpha+d)) \times \cos\left(\beta \left(b + \frac{d}{2}\right)\right) \cdot \sin\left(\beta \frac{d}{2}\right) \right].$$

### Мета і постановка задачі

**Мета роботи** – теоретичний аналіз просторово-часового розподілу високочастотних вихрових струмів в масивних металевих об'єктах, збуджуваних полем плоского «незамкненого» прямокутного витка з двома поздовжніми розрізами при різних способах електричного підключення його гілок.

### Чисельні оцінки

Для ясності подальшого викладення випишемо з роботи [3] необхідні аналітичні залежності, що описують індукційні ефекти в конкретних і найбільш цікавих для практики випадках підключення витка – інструменту магнітно-імпульсного впливу.

1. Струми в гілках прямокутного витка рівні і спрямовані однаково,  $j_1 = j_2 = j$ .

Після виконання необхідних тотожних перетворень одержуємо наступні вирази для компонент вектора індукованого струму.

$$j_y(t, x, y) = -j(t) \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\alpha \cdot B(\alpha, \beta)}{(\alpha^2 + \beta^2)} e^{-\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \cdot h} \sin(\alpha x) \sin(\beta y) d\alpha d\beta \quad (4)$$

Необхідно відзначити дуже важливу обставину для проведення розрахунків. Залежність підінтегральних функцій від змінних інтегрування не гірше, ніж  $\frac{e^{-\zeta}}{\zeta^2}$ . Це означає, що

невласні інтеграли мають досить швидко абсолютну збіжність і обчислення не вимагають ніяких спеціальних підходів. Даний факт обумовлений прийнятою в розрахунках кінцевою величиною ширини струмопроводів витка  $d \neq 0$ . Саме тому в підінтегральних виразах змінні інтегрування, помножені на  $d$ , стоять під знаком обмежених за величиною тригонометричних функцій. В іншому випадку, якщо, змінні інтегрування з'являються як множники в чисельниках дробів, що істо-

тно погіршує збіжність невласних інтегралів. В цьому випадку абсолютна збіжність забезпечується виключно експонентами з негативним показником ступеня [4].

Для численних оцінок візьмемо характерні для магнітно-імпульсної обробки металів розміри індукторів [1]. Нехай  $a = 0,05$  м,  $b = 0,025$  м,  $d = 0,01$  м,  $c = 0,0025$  м,  $h = 0,0025$  м.

Результати розрахунків представимо у вигляді об'ємних епюр для відносних величин з нормування на амплітудні значення.

1. Струми в гілках прямокутного витка рівні і спрямовані однаково (1), (2).

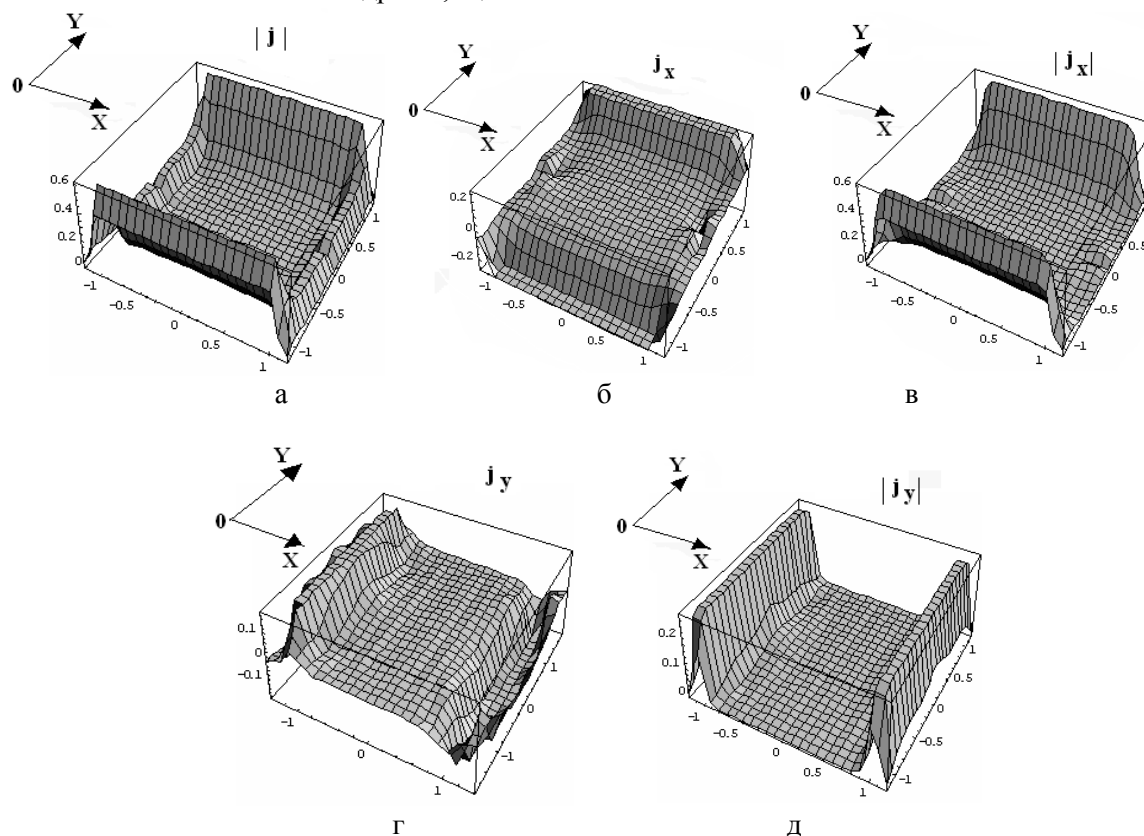


Рис. 1 – Об'ємні епюри амплітудно-просторового розподілу щільності струму, індукованого в металі: а – модуль щільності повного струму; б – x-компонента щільності струму; в – модуль x-компоненти щільності струму; г – у-компонента щільності струму; д – модуль у-компоненти щільності струму

Основні результати проведених обчислень зводяться до наступних положень:

– в даній геометрії і схемі протікання струмів в гілках прямокутного витка індуктора (проти годинникової стрілки) основний внесок в порушення вихрових струмів вносить «поз-

довжня» компонента струму індуктора, і саме вона формує картину розподілу вихрових струмів на поверхні провідного середовища; – компоненти індукованих струмів концентруються поблизу відповідних струмопроводів гілок витка: x – компоненти, в основному,

поблизу поздовжніх, у – компоненти поблизу поперечних струмопроводів витка;  
– у центральній частині під витком індуковані струми практично відсутні, що обумовлено взаємодією і, відповідно, суперпозицією магнітних полів від струмів в гілках, що протікають в протифазі.

2. Струми в гілках прямокутного витка рівні і спрямовані протилежно  $j_1 = -j_2 = j$  (3), (4). Результати для тих же геометричних параметрів системи представлені на епюрах і графіках нижче.

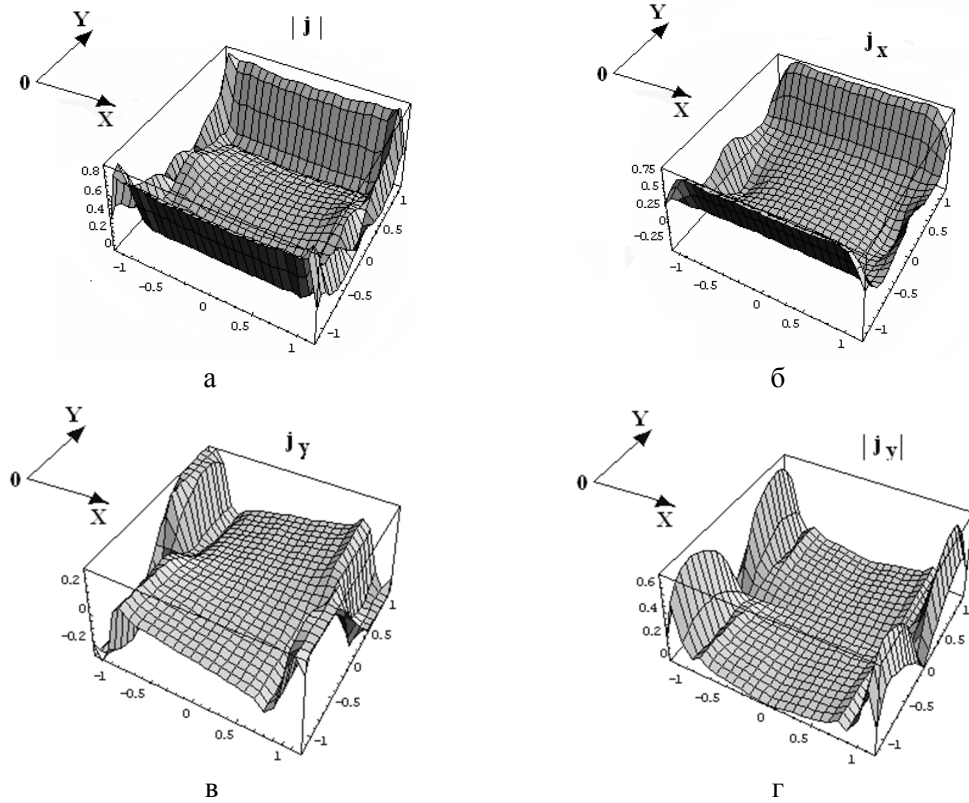


Рис. 2 – Об'ємна епюра амплітудно-просторового розподілу щільності повного струму, індукованого в металі (м.): а – розподілу модуля щільності повного струму; б – x-компоненти щільності струму; в – y-компоненти щільності струму; г – модуля y-компоненти щільності струму

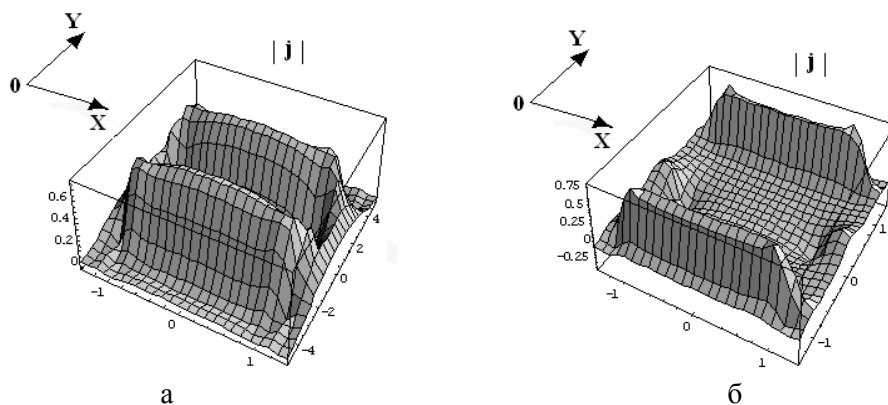


Рис. 3 – Об'ємна епюра амплітудно-просторового розподілу модуля щільності повного струму, індукованого в металі: а –  $b=0,005$  м,  $b/a=0,1$ ; б –  $b=0,05$  м,  $b/a=1,0$

Проведені обчислення показали, що:  
– також як і раніше, основний внесок у збудження вихрових струмів вносить «поздовжня»  $j_x$  компонента струму індуктора, саме вона формує картину розподілу вихрових

струмів на поверхні провідного середовища;  
– компоненти індукованих струмів концентруються поблизу відповідних струмопроводів гілок витка: x – компоненти, в основному, поблизу поздовжніх, у – компоненти поблизу

поперечних струмопроводів витка;  
 – на відміну від попередньої схеми протікання струмів в гілках прямокутного витка індуктора (напрямки – однакові, проти годинникової стрілки), зміна їх взаємної орієнтації (напрямки – протилежні) призводить до появи індукованих струмів в центральній частині під витком;  
 – відносна величина (нормування на амплітуду під витком) індукованих струмів залежить від відносної величини поперечного розміру системи та може варіюватися в досить широких межах варіацією зазначеного геометричного параметра;  
 – формування інтегрального розподілу індукованих струмів в центральній частині відбувається по різному, в залежності від поперечної відстані між поздовжніми струмопроводами гілок: при досить великій відстані індуквані струми – це струми, що протікають по умовним прямим, що замикають частину контуру під відповідною гілкою, а при малих відстанях – це струми вже з тих частин контуру їх протікання, які умовно розташовані під гілками.

Оцінимо достовірність розрахункових залежностей для індукованих струмів, вперше отриманих аналітичним рішенням тривимірної задачі, в порівнянні з відомими аналогами, знайденими в двовимірному наближенні.

З добре відомих формул (наприклад, в роботах [1, 5]) для системи з досить довгими паралельними провідниками над провідним середовищем (струми, що протікають однакові за величиною і напрямком) можна отримати вираз для щільності вихрових струмів, що збуджуються на поверхні ідеально провідного металу.

$$j_x = -4 \cdot \frac{j_m \cdot j(t)}{\pi} \cdot \int_0^{\infty} \cos\left(\beta\left(b + \frac{d}{2}\right)\right) \times \sin\left(\beta \frac{d}{2}\right) \cdot \frac{e^{-\beta h}}{\beta} \cdot \cos(\beta y) d\beta \quad (5)$$

де  $j_m, j(t)$  – амплітуда і тимчасова залежність струмів, що збуджують,  
 $b, d$  – відстань між струмопроводами і їх ширина, відповідно.

Нижче на рис. 4 наведені результати розрахунку за формулою (5).

Двовимірна модель розрахунку априорі не передбачає існування будь-яких контурів протікання вихрових струмів. За замовчуванням ці контури безумовно існують і замикаються десь на нескінченності. У центрі системи результуючі струми формуються суперпозицією складових, що протікають безпосередньо під струмопроводами.

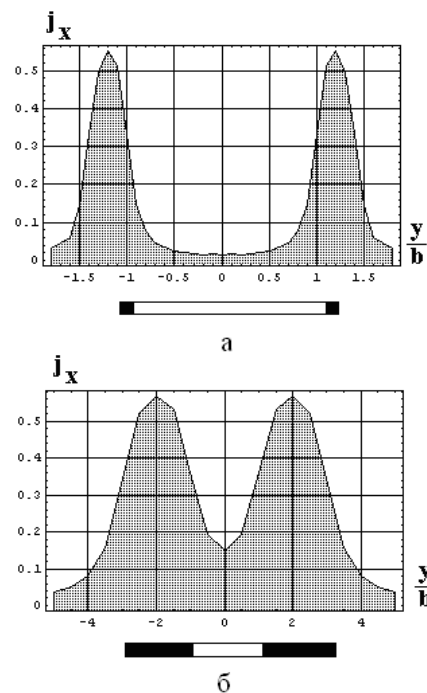


Рис. 4 – Розподіл x-компоненти щільності індукваного струму уздовж вісі ординат, обчислене за допомогою двовимірної моделі а  $-b=0,025$  м,  $b/a=0,5$ ; б  $-b=0,005$  м,  $b/a=0,1$

Як вже зазначалося, при зближенні поздовжніх струмопроводів (реально і відповідно до тривимірної моделі) формування картини просторового розподілу вихрових струмів в центрі буде визначатися підсумовуванням не тих складових, що протікають по прямолінійним елементам, що замикає частина контурів безпосередньо під гілками прямокутного витка, а саме тих, що сконцентровані безпосередньо під гілками.

Відома і широко застосовується двовимірна модель розрахунку системи «індуктор – провідне середовище» має досить обмежену область достовірності в відображенні реальної картини процесу збудження вихрових струмів.

#### Узагальнення результатів аналізу

Основні особливості високочастотних індукційних процесів в системі з масивним прові-

дником, що збуджується прямокутним витком з двох роздільних гілок при різних способах їх електричного підключення, описуються наступними положеннями.

1. У разі односпрямованих струмів в гілках прямокутного витка:

– основний внесок в процес збудження системи вносить «поздовжня» компонента струму індуктора, і саме вона формує картину розподілу вихрових струмів на поверхні металу об'єкта, що оброблюється;

– в центральній частині під витком індуктивні струми практично відсутні, що обумовлено взаємодією магнітних полів від струмів в гілках, що протікають в протифазі.

2. У разі різноспрямованих струмів в гілках прямокутного витка:

– також як і раніше, основний внесок в порушення вихрових струмів вносить «поздовжня» компонента струму індуктора, саме вона формує картину розподілу вихрових струмів на поверхні провідного середовища; – на відміну від попередньої схеми протікання односпрямованих струмів в гілках прямокутного витка індуктора, зміна їх взаємної орієнтації (напрямки - протилежні) призводить до появи індуктивних струмів в центральній частині під витком.

3. Незалежно від напрямків сигналів, що збуджують формування інтегрального розподілу вихрових струмів в центральній частині відбувається по різному і визначається поперечною відстанню між поздовжніми струмопроводами гілок прямокутного індуктора.

4. Відома і широко застосовується двовимірна модель розрахунку системи «індуктор – провідне середовище» у вигляді двох нескінченно довгих паралельних провідників має досить обмежену область достовірності в відображенні реальної картини просторово-часового розподілу високочастотних вихрових струмів, порушуваних в масивних провідниках.

### Висновки

1. За допомогою розрахункових співвідношень, отриманих в роботі [3], виконано теоретичний аналіз просторово-часового розподілу високочастотних вихрових струмів в масивних металевих об'єктах, що збуджуються полем плоского «незамкненого» прямокутного витка з двома поздовжніми розрізами при різних способах електричного підк-

лючення його гілок.

2. Незалежно від напрямків збуджуючих струмів в гілках витка, основний внесок в процес збудження системи вносить «поздовжня» компонента струму індуктора, і саме вона формує картину розподілу вихрових струмів на поверхні металу об'єкта, що оброблюється.

3. Поява вихрових струмів в центральній області під витком має місце тільки при різноспрямованих збуджуючих сигналах в гілках індуктора, в разі їх різної спрямованості вихрові струми в центрі системи відсутні.

4. Двовимірна модель розрахунку у вигляді двох нескінченно довгих паралельних провідників над площиною масивного провідника має досить обмежену область достовірності, що обумовлено нехтуванням впливу поперечних компонент збуджуючих струмів в реальних конструкціях індукторних систем для магнітно-імпульсної обробки металів.

### Література

1. Батыгин Ю.В. Импульсные магнитные поля для прогрессивных технологий. Том 1. Издание второе, переработанное и дополненное. Под общей ред. д.т.н., проф. Батыгина Ю.В./ Ю.В. Батыгин, В.И. Лавинский, Л.Т. Хименко; – Харьков: изд. МОСТ-Торнадо, 2003. – 284 с.
2. Ландау Л.Д. Электродинамика сплошных сред / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М: Наука, 1982. – 620с.
3. Батыгин Ю. В. Индукторные системы для магнитно-импульсной раздачи труб прямоугольной формой поперечного сечения / Ю. В. Батыгин, С. Ф. Головащенко, А. В. Гнатов, Д. О. Смирнов // Електротехніка і електромеханіка. – Харків, 2010. – № 1– С. 33 – 35.
4. Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Т. Корн, Г. Корн. – М: Наука. 1973. – 831 с.
5. Шнеерсон Г.А. Поля и переходные процессы в аппаратуре сверхсильных токов / Г.А. Шнеерсон. – М: Энергоатомиздат, 1992. – 423 с.

Рецензент: Ю. В. Батігін, професор, д.т.н., ХНАДУ.

Стаття поступила до редакції 15 грудня 2017 р.