УДК 378.147:504.06 **А. В. Рябко, В. І. Самілик**

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОСИСТЕМ У ПРОЦЕСІ ПІДГОТОВКИ МАЙБУТНІХ ВЧИТЕЛІВ БІОЛОГІЇ ДО ПРИРОДООХОРОННОЇ ДІЯЛЬНОСТІ

У статті обґрунтовано ефективність технології навчання з використанням систем комп'ютерної математики в процесі підготовки майбутніх вчителів біології до природоохоронної діяльності. Розглянуті прості математичні моделі, які використовуються для опису чисельності популяції. Диференціальні рівняння розв'язані за допомогою Mathcad.

Ключові слова: математична модель, екологічна система, популяція.

Постановка проблеми, її зв'язок з важливими завданнями. Охорона навколишнього природного середовища, або збереження екологічної рівноваги біосфери є запорукою майбутнього існування людства.

В останні десятиріччя внаслідок швидкого зростання кількості населення, бурхливого розвитку промисловості та інтенсифікації сільського господарства відбуваються помітні зміни важливих для всього живого параметрів (характеристик) біосфер. Антропогенний вплив на біосферу зумовлює порушення екологічної рівноваги як в окремих регіонах, так і на планеті. Інтенсивне збільшення кількості населення на Землі, виснаження природних ресурсів, руйнування й забруднення навколишнього середовища призводять до наслідків, які можуть загрожувати життю людства.

З усіх видів забруднень найбільшої шкоди завдає забруднення природних вод. Численні тверді шкідливі речовини можуть у вигляді зависі чи розчину за допомогою річок, озер, каналів, морів і океанів переноситися на великі відстані від місць скидів, тобто від джерел забруднення. Вода містить відносно невелику кількість розчиненого кисню, що належить до основних лімітуючи факторів для більшості водних організмів, які заселяють прісні і солоні водоймища. Навіть помітно забруднене повітря зберігає, за незначним винятком, квазіпостійну концентрацію кисню, а концентрація кисню у воді може істотно зменшуватися при забрудненні органічними речовинами. Негативний вплив на якість води справляє теплове забруднення, яке виникає внаслідок скиду у водоймища теплих вод зі ставків-охолоджувачів електростанцій. Підігрівання води знижує вміст кисню у природних водах.

Отже, проблема відносин людини і природи є багатоплановою. У ній можна виокремити такі основні аспекти: технічно-економічний, що пов'язаний із використанням і виснаженням природних ресурсів; екологічний, зумовлений забрудненням довкілля і станом екосистем; соціально-політичний, спричинений тим, що забруднення і деградації (руйнування) стосуються інтересів усіх держав і народів.

Охорона природи – одна з найважливіших складових біологічних знань. Її головна мета – підтримка рівня біологічної різноманітності, яка забезпечує еволюцію популяцій, а також екосистем різного рангу – від біогеоценозів до біосфери. Також до природоохоронних заходів відносять відновлення біоресурсів, які використовує людина. Збереження біологічної різноманітності є складовою і невід'ємною частиною стратегії сталого розвитку. Прогнозування наслідків дії людини на екологічну систему достатньо складна задача для розв'язання якої використовуються математичні моделі.

Аналіз останніх досліджень і публікацій з проблеми, виокремлення невирішених її частин. На сьогодні існує велика кількість досліджень, в яких представлені математичні моделі екологічних систем і методи математичного моделювання у розв'язанні проблеми охорони навколишнього середовища (В. В. Алєксєєв [1], А. Д. Базикін [2], Н. Бейлі [3], Г. І. Марчук [4], В. І. Лаврик [5] та ін.).

Формулювання мети статті. Мета статті – теоретичне обґрунтування технології вивчення математичних моделей екологічних систем з використанням систем комп'ютерної математики у процесі підготовки майбутніх вчителів біології до природоохоронної діяльності.

Виклад основного матеріалу дослідження з повним обґрунтуванням отриманих результатів. Однією з основних складових наукової методології дослідження природи є

побудова та використання різних моделей (лат. modulus – зразок) – зображень (уявлень, понять) об'єкта, процесу або системи в певній формі, що відрізняється від форми їх реального існування.

Люди завжди використовували концепцію моделі, прагнули за її допомогою уявити і виразити як абстрактні поняття (ідеї), так і реальні об'єкти (явища). Формування поняття «модель» та розроблення різних моделей завжди відігравали значну роль у духовній, культурній та практичній діяльності суспільства, особливо з тих часів, коли воно почало прагнути до розуміння процесів і явищ, що відбуваються в навколишньому природному середовищі.

Ефективними формами моделювання є математичне та імітаційне моделювання, які відображають найістотніші особливості реальних об'єктів, процесів, явищ і систем, що вивчаються різними науками, в т. ч. біологією та екологією.

Математичне моделювання широко застосовується для вирішення багатьох актуальних задач екології та біології. Довгострокові екологічні прогнози, дослідження антропогенного впливу на навколишнє середовище, моделі походження життя, вивчення людського організму, завдання генетики – ось далеко не повний перелік завдань, вирішення яких в даний час неможливе без застосування математичного моделювання.

Модель екосистеми є абстрактним математичним відображенням екологічної системи, яка вивчається, щоб отримати уявлення про реальну систему.

Використовуючи дані спостережень за екологічними факторами і зв'язками у системі (значення сонячного світла і води для фотосинтезу, зв'язки між хижаком і жертвою тощо) здійснюють їх об'єднання для формування екосистемних моделей. Ці модельні системи потім вивчаються з метою прогнозування динаміки реальної системи. Нерідко трапляється, що неточності в моделі (в порівнянні з емпіричними спостереженнями) призводять до генерації гіпотез про можливі екологічні відносини, які ще не відомі або не досліджені. Моделі дозволяють дослідникам здійснювати масштабні експерименти, які були б занадто дорогими або неетичними при виконанні їх у реальній екосистемі. Вони також надають можливість моделювання екологічних процесів, що відбуваються протягом дуже тривалих періодів часу (наприклад, імітація процесу, який триває століття в реальному часі, може бути відтворена протягом кількох хвилин на комп'ютерній моделі).

Екосистемні моделі знаходять застосування в найрізноманітніших областях, таких як раціональне використання природних ресурсів, екотоксикології і гігієни навколишнього середовища, сільському господарстві та охороні тваринного світу. Вони з різним ступенем успіху застосовують навіть в археології, шляхом об'єднання екологічних і археологічних моделей, що пояснюють мобільність і різноманітність кам'яних знарядь праці та ін.

Одним з важливих напрямків в цих дослідженнях є математичне моделювання чисельності біологічних популяцій. Воно застосовується для вирішення таких завдань, як збереження зникаючих і рідкісних видів, прогнозування чисельності промислових популяцій і розробка оптимальних стратегій промислу, вивчення впливу антропогенних факторів на чисельність біологічних видів.

Популяційна динаміка – це дослідження змін розміру популяцій, їхнього вікового складу та інших ознак, взаємодії між популяціями, та біологічних і екологічних процесів, що впливають на ці зміни.

Популяційна динаміка традиційно (до 1990-х років) була головною гілкою математичної біології. Вона має більш ніж двохсотрічну історію. Проте, протягом останніх десятиліть галузь математичної біології значно розширилася. З іншого боку, популяційна динаміка є головним інструментом популяційної біології. Хоча терміни «популяційна динаміка» і «популяційна біологія» часто використовуються рівнозначно, перший вказує на строго математичний підхід, а другий – на ширшу галузь, що також включає експериментальне отримання даних для аналізу.

Першою працею в галузі популяційної динаміки вважається робота Томаса Мальтуса, в якій було запостульовано закон Мальтуса або закон експоненційного зростання розміру популяції. Швидкість (темп) зростання популяції за оптимальних умов, тобто зміна її розміру за певний проміжок часу, називається специфічною швидкістю росту.

Перші дослідження в області популяційного моделювання з'явилися в 20-і роки

XX століття. Ключовими роботами, які дали потужний поштовх подальшим дослідженням, були дослідження А. Лотки і В. Вольтерра (створені незалежно один від одного), в яких розглядалася модель взаємодії двох популяцій «хижак-жертва». Але бурхливий розвиток цей напрям отримав, починаючи з 1950-х років, що, безумовно, пов'язано з появою і швидким розвитком обчислювальної техніки. Серед великої кількості різноманітних моделей, розроблених на першому етапі, можна виділити такі класи моделей, як моделі з віковою структурою, просторово-розподілені моделі, дискретні відображення, статистичні моделі.

Найвідомішою математичною екологічною моделлю є система «хижак-жертва».

$$\left.\begin{aligned} \frac{dn_1}{dt} &= \beta_1 n_1 - \mu_1 n_1 n_2 \\ \frac{dn_2}{dt} &= \beta_2 n_1 n_2 - \mu_2 n_2 \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

де n_1 – чисельність популяції жертв; n_2 – чисельність популяції хижаків; β_1 – швидкість розмноження жертв; μ_1 – коефіцієнт пропорційності; β_2 – швидкість розмноження хижаків; μ_2 – коефіцієнт пропорційності – вроджена швидкість загибелі хижаків.

Цю модель називають системою Лотке-Вольтерра на честь її авторів.

В. Вольтерра спочатку винайшов модель, щоб пояснити коливання чисельності риб в Адріатичному Морі після Першої Світової Війни (у процесі виловлювання риби її чисельність скорочувалася). Проте, ця система рівнянь згодом стала використовуватися більш широко. Хоча модель надзвичайно проста, вони ілюструє деякі важливі особливості екологічних моделей: біологічні популяції зазнають зростання, розвитку і вимирання у тісному зв’язку з популяціями інших видів (такими як хижаки, здобич або конкуренти).

Підходи Лотке і Вольтерра підготували ґрунт для використання сучасної обчислювальної техніки. Але біологами вони були сприйняті як спроба відходу від пошуку адекватних моделей до експериментально-теоретичного аналізу еколого-біологічних систем, як свідчення розбіжностей і невпевненості математиків, і навіть як доказ непристосованості точних наук для опису еколого-біологічних явищ. Відродження кількісної екології, її сучасний етап розвитку пов'язаний із привнесеною у біологічні дослідження культурою використання комп'ютерів, побудови моделей великої розмірності – імітаційних моделей.

Імітаційні моделі мають ряд можливостей, якими не володіють аналітичні моделі:

- дозволяють використовувати в моделі залежності, які не виражаються в аналітичній формі;
- дозволяють програвати різні сценарії;
- дозволяють враховувати часові та просторові неоднорідності.

При цьому непараметричне подання інформації (генерування сценаріїв) – нова, некласична діяльність у математичному моделюванні.

Імітуючи різні умови функціонування систем шляхом зміни значень коефіцієнтів у рівняннях, визначають величини, що характеризують поведінку систем. Будуючи математичну модель, насамперед потрібно пам’ятати, що це можливо тільки за допомогою певних, кількісно строго визначених величин, які в процесі дослідження можуть змінюватись або залишатись незмінними (константами). Тому перед побудовою математичної моделі або застосуванням вже відомих математичних методів і моделей, необхідно розчленити об’єкт дослідження на елементи (компоненти), які характеризують найістотніші властивості об’єкта (процесу, явища). Потім кожному елементові утвореної у такий спосіб системи ставлять у відповідність певну кількісну величину. Внаслідок цього одержують абстрактну систему взаємопов’язаних елементів (компонентів), яка представляє ту реальну систему або об’єкт, який досліджують.

Процес (процедуру) побудови такої абстрактної спрощеної системи називають математичною формалізацією реального об’єкта, явища або системи.

При розробці і застосуванні математичних та імітаційних моделей для вивчення різноманітних природних систем і процесів, зокрема закономірностей розвитку живих систем та

окремих організмів і популяцій, керуються загальними принципами і методами математичного моделювання і прогнозування.

Однією з небезпек екологічного моделювання є невизначеність моделей і брак допоміжних даних. При правильному використанні моделі дозволяють досліджувати широкий діапазон невизначеності, вказуючи межі поточних знань і виявлення критично важливої інформації, що необхідна для прийняття управлінських рішень. Тим не менш, повністю покладатися тільки на висновки будь-якої моделі недоцільно.

Студенти повинні знати основні математичні методи і математичні моделі в екології, освоїти логіку побудови математичних моделей, щоб розуміти їхню структуру і можливості використання, вміти застосовувати ці знання у розв’язуванні конкретних екологічних задач з використанням персональних комп'ютерів.

Для охорони видів і популяцій важливе розуміння студентами причин вимирання. В історії людства такою причиною часто була інтенсивна антропогенна дія. Вимирання багатьох видів і зникнення окремих популяцій впродовж останніх декількох тисячоліть пов'язане з діяльністю людини. Подекуди це було свідоме винищування виду.

Вважається, що швидкість вимирання видів в сучасну епоху вища за природну в 1000-10000 разів. Діяльність людини може привести також до істотної зміни структури популяції, наприклад, до вилучення особин, які розмножуються, або молодих. Іноді людина завозить сильніших конкурентів, розвиток яких приводить до зникнення місцевих локальних форм.

Існують прості математичні моделі, які дозволяють оцінити чисельність мінімально життєздатної популяції, в якій несуттєвим зменшенням генетичної різноманітності за одне покоління можна знехтувати і яка може існувати довго.

Нагадуємо студентам, що для цього важлива не тільки загальна кількість особин в популяції, але і те, які це особини і який їхній реальний внесок в майбутні покоління. Для оцінки числа особин, які розмножуються, використовують такий показник, як генетично ефективний розмір популяції (або її ефективна чисельність). Чим ближче реальний і генетично ефективний розмір популяції, тим більша ймовірність її виживання.

Є декілька моделей оцінки ефективної чисельності. Перша з них дозволяє врахувати співвідношення особин різної статі:

$$N_E = \frac{4N_1N_2}{N_1 + N_2} \tag{2}$$

де N_E – генетично ефективний розмір популяції, N_1 і N_2 – відповідно кількість самок і самців.

Якщо відома ефективна чисельність і задане співвідношення кількості самців і самок, то за формулою (2) можна приблизно оцінити реальну чисельність мінімально життєздатної популяції (N_1+N_2), яку можна використовувати у природоохоронних заходах. Причому йдеться тільки про особини, які здатні до розмноження. Зменшення швидкості втрати мінливості в популяції у подібній ситуації часто можна добитися тільки завдяки розділенню популяції на декілька поселень меншого розміру.

Далі пропонуємо студентам наступну задачу: для відомої ефективної чисельності (100 особин) оцінити чисельність мінімально життєздатної популяції при наступних співвідношеннях самців і самок: 1:1; 1:9; 1:99; 9:1. Використовуючи формулу (2), отримаємо наступні результати: 100; 36; 3,96; 3,6. За результатами обчислень робимо висновок про ймовірність виживання популяції.

Інша модель призначена для оцінки ефективної чисельності для випадків, коли спостерігаються різкі флуктуації розміру реальної популяції:

$$\frac{1}{N_E} = \frac{1}{t}\left(\frac{1}{N_i} + \ldots + \frac{1}{N_t}\right) \tag{3}$$

де t – кількість поколінь, N_i - кількість особин в i-ому поколінні. Для закріплення формули (3) пропонуємо студентам заповнити останній стовпчик таблиці 1.

Таблиця 1

	Покоління (кількість особин)					Ефективна чисельність
	1	2	3	4	5	
Варіант 1	100	1000	10	1000	100	
Варіант 2	100	200	100	200	100	
Варіант 3	1000	1000	10	1000	1000	

Наведений елементарний приклад є лише демонстрацією наближеного метода оцінки мінімально життєздатної популяції, який не враховує чимало важливих факторів. Будь-яка екосистема складається з підсистем, які можна впорядкувати до певної ієрархічної структури і взаємодія яких є нелінійною. Наслідком є неможливість вивчення динаміки складних екосистем шляхом ієрархічного поділу на підсистеми і наступного ізольованого вивчення цих підсистем, тому що при цьому втрачаються властивості, які визначені цілісністю системи. Вплив зовнішніх факторів на екологічну систему також не можна розглядати незалежно один від одного, тому що комбіновану дію не можна представити як суму діючих факторів.

Прості алгебраїчні моделі дуже корисні для демонстрації загальних принципів і можливостей. Для того, щоб бути інструментом управління, модель повинна бути більш складною і детальною, щоб відобразити конкретну екологічну ситуацію. Наприклад, замість кількох рівнянь, екологи побудували модель території поширення пугачів у лісах штату Вашингтон з використанням детального комп'ютерного моделювання. Модель відстежує місця поширення пугачів на реальних мапах. У цих імітаційних моделях, птахи переміщаються як люди з одного гектара до іншого, і їх доля (виживання, смерть, або розмноження) записується в пам'ять комп'ютера. Відстежуючи сотні або навіть тисячі сов, які рухаються в цьому комп'ютерному світі, можна розробляти різні практики ведення лісового господарства, які відповідають різним сценаріям лісозаготівельних робіт.

Основою математичної екології є математична теорія динаміки популяцій, в якій фундаментальні біологічні уявлення про динаміку чисельності видів тварин, рослин, мікроорганізмів та їхню взаємодію формалізовано у вигляді математичних структур, насамперед, систем диференціальних, інтегрально-диференціальних і різницевих рівнянь.

Історія використання математики в екології розпочалася з робіт Мальтуса. Рівняння зростання чисельності популяції відтоді стали основою для моделювання екологічних систем. В наш час межі математичного моделювання значно розширилися. Окрім класичних задач вивчення зростання чисельності ізольованої популяції та систем типу «хижак-жертва», розглядаються локальні системи трьох популяцій, конкуренція і симбіоз, дисипативні структури [2], розвиток і еволюція екосистем, моделі популяцій з віковою структурою, багатовидові системи [1].

У зв'язку із масштабним втручанням людини до природного середовища, наслідками якого стали забруднення, втрата стійкості і деградація багатьох природних екосистем актуальним завданням стала адаптація теоретичних уявлень до опису природних систем. Вивчаються проблеми оцінки забруднення атмосфери і ґрунту пасивними та активними домішками, розташування небезпечних підприємств, витрат на відновлення навколишнього середовища та ін. [4]. Виконується математичне моделювання і прогнозування забруднення ґрунтового та рослинного середовищ. Існують близькі до реальних процесів математичні моделі техногенних емісій, розповсюдження забруднювачів в атмосфері, самоочищення ріки та ін.

Розробка математичних моделей вимагає доброї математичної підготовки, але для студента-біолога достатньо знати, як будуються моделі різноманітних процесів і розуміти сенс основних припущень. Н. Бейлі зазначає, що навіть якщо біолог, який має математичну підготовку, не забажає самостійно проаналізувати всі наслідки, які витікають з математичної моделі, йому буде значно простіше обговорювати це питання з математиком, якщо він спочатку з'ясує, чи прийнятна дана модель з біологічної точки зору і знатиме про всі основні припущення, які прийняті у даній моделі [3, с. 173].

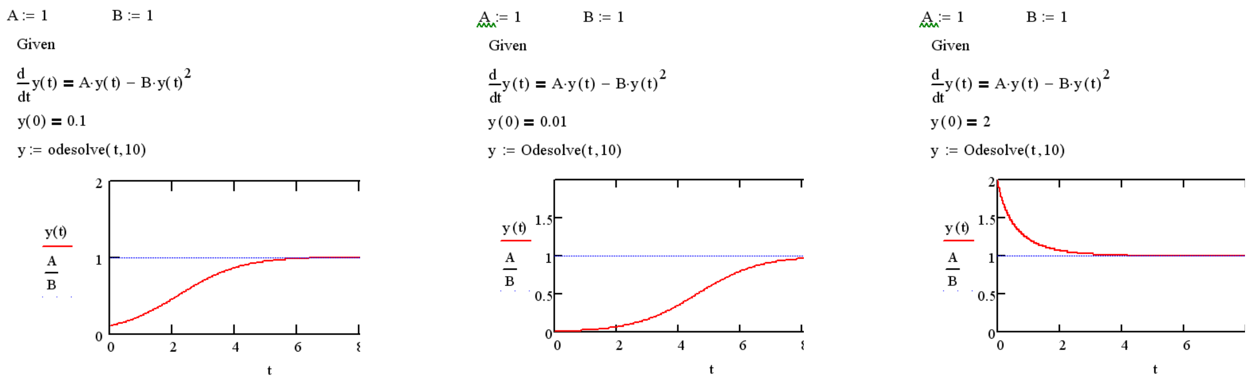
На допомогу може прийти комп’ютер, за допомогою якого можна наочно виконати аналіз всіх наслідків і припущень математичної моделі. Сучасні технології надають користувачеві багато математичних пакетів, які можна успішно використовувати для розв’язання означеної проблеми. Зокрема, trial-версію математичного пакету *Matchad* можна використовувати упродовж 30 діб, при раціональній організації занять упродовж цього періоду можна ознайомити студентів з основними ідеями математичного моделювання в природоохоронній діяльності. Також ми використовуємо *Smath Studio Cloud* – безкоштовний «хмарний» математичний сервіс, функціональність якого можна цілком порівнювати з відомим *Matchad*.

Розглянемо на конкретному прикладі рівняння зростання чисельності популяції одного виду. Це рівняння є найпростішою задачею у моделюванні екологічних систем [1, с.34]. Пояснюємо студентам, що розвиток популяції описується за допомогою звичайного диференціального рівняння, до якого входить похідна по одній змінній. Дане диференціальне рівняння містить невідому функцію *y(t)*, тобто нам потрібно знайти не єдине значення, а отримати функцію *y(t)*, графік якої для наочності побудуємо на певному проміжку часу *t*.

$$\frac{d}{dt}y(t)=A\cdot y(t)-B\cdot y(t)^2 \tag{4}$$

де *A* – коефіцієнт народжуваності, *B* – коефіцієнт смертності.

Для правильного формулювання умови задачі потрібно до самого рівняння додати декілька початкових умов, тобто значення невідомої функції *y* декількох точках, в даному випадку використовуємо початкову умову в точці $t = 0$. Фактично, початкові умови – це чисельність популяції, яка була в початковий момент часу.



а б в

Рис. 1. Розв’язок рівняння зростання популяції

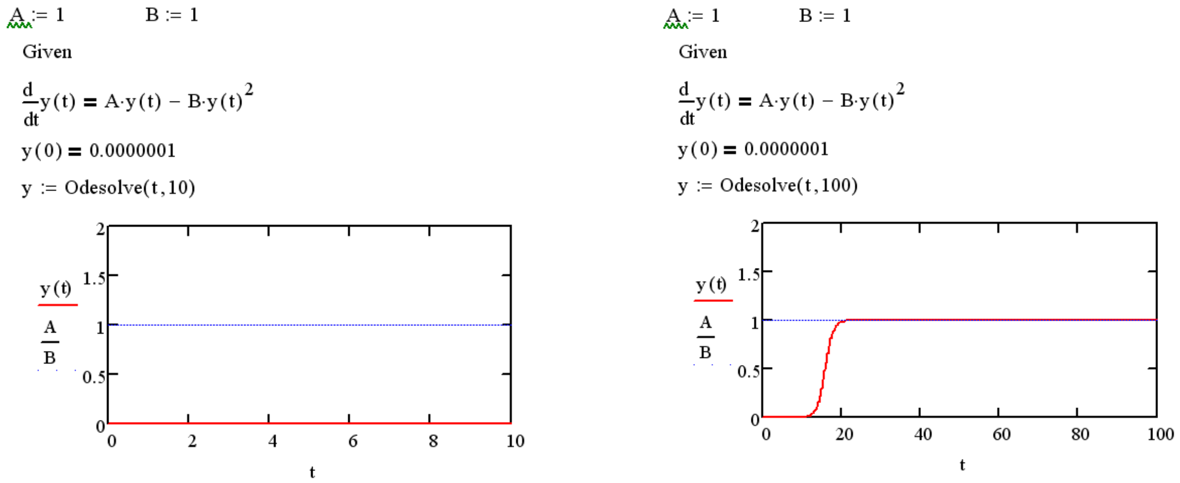
Для розв’язку звичайного диференціального рівняння з початковою умовою (задача Коші) використовується спеціальна вбудована функція *odesolve*. Типовим розв’язком даної задачі є функція, графік якої зображено на рисунку 1, а. Це логістична крива з виходом популяції на деяку максимальну чисельність, яка відповідає «ємності» даного середовища існування. Спочатку спостерігаємо експоненціальне зростання популяції, а потім, коли це зростання призводить до значного збільшення її чисельності, виходить на деяке стаціонарне значення. Надалі спостерігається певний баланс між народжуваністю і смертністю.

Пропонуємо студентам проекспериментувати і змінити початкові умови. Зменшимо значення початкової чисельності популяції, наприклад, *y(0)=0,01.* Бачимо, що характер залежності не змінився (рис. 1, б). Спочатку йде швидке зростання, а потім крива виходить на деяке стаціонарне значення, яке дорівнює відношенню коефіцієнтів народжуваності і смертності *A/B*. Якщо візьмемо початкові умови, які більші за рівноважне відношення *A/B*, наприклад, *y(0)=2,* то побачимо, що чисельність популяції буде не зростати, а зменшуватися (рис. 1, в).

Навіть з таким простим логістичним рівнянням цікаво проводити експерименти. Наприклад, можна запропонувати студентам встановити дуже мале значення початкової

чисельності популяції, наприклад, *y(0)=0,0000001.* Здається, що зростання популяції не відбувається (рис. 2, а)? Після цього пропонуємо значно збільшити інтервал спостережень, тобто інтервал, на якому розв'язується рівняння і знову побачимо знайому криву (рис. 2).

Такі вправи сприятимуть кращому розумінню сутності даної моделі.



а б

Рис. 2. Розв'язок рівняння зростання популяції при початкових умовах *y(0)=0,0000001*

У розвитку ізольованої популяції істотну роль відіграють чинники, які залежать від щільності проживання організмів. Багато популяцій тварин або рослин, які заселяють обмежене місце проживання, мають тенденцію спочатку досягати високої щільності, внаслідок чого різко посилюється внутрішньовидова боротьба за їжу і простір. Якщо регулювання чисельності в популяції відбувається із запізненням (є проміжок часу між народженням організму і його вступом до конкурентної боротьби), спостерігаються коливання чисельності, коли періоди перенаселення чергуються з періодами масового вимирання через брак їжі. Оскільки сильні коливання можуть привести до загибелі виду, природний відбір сприяє розвитку біологічних механізмів, що зменшують запізнення, тобто при високій чисельності розвиваються фізіологічні стани, що зменшують швидкість розмноження; таким чинником, наприклад для водних організмів, може бути накопичення в середовищі продуктів життєдіяльності самої популяції. Також до факторів, які обмежують зростання чисельності популяції відноситься нестача ресурсів живлення, простору, освітлення. В результаті замість експоненціального зростання числа організмів спостерігається динаміка, графіком якої буде логістична крива.

Як зазначалося вище, студенти мають знати про основні припущення математичної моделі.

По-перше, в даній моделі не враховуються індивідуальні відмінності особин одного виду, вважається, що популяція складається з однакових особин із середніми характеристиками народжуваності і смертності, просторовий розподіл організмів також вважається однорідним. Друга умова полягає в тому, що розмноження і смертність в популяції відбуваються безперервно без часових зрушень (запізнення) між поколіннями. Рівняння (4) добре описує зростання бактерій, дріжджів, водоростей та інших організмів, які не володіють віковою структурою.

У деяких випадках можна використовувати логістичне рівняння і для опису популяцій видів зі складним життєвим циклом, якщо дані усереднюються за проміжком часу, який перевищує час генерації виду, а загальна чисельність популяції достатньо велика. Третя умова застосування моделі динаміки в диференціальній формі – достатньо висока чисельність популяції. Дійсно, якщо число особин мале, усереднені характеристики використовувати не можна, необхідно враховувати дискретність популяції, тобто використовувати ймовірнісний підхід [1, с. 36-37].

Детерміністичні моделі зручніші за стохастичні, але потрібно пам'ятати про обмеження, які приймаються при їхньому використанні. Іноді трапляються ситуації, наприклад, у керуванні

водними ресурсами, які можна вважати детерміністичними. Якщо розглянемо водоймище з регулюванням надходження до нього стічних вод за допомогою воріт, то отримаємо детерміністичне прогнозоване відношення між кількістю стічних вод та їх рівнем. У таких ситуаціях немає потреби використовувати технології оцінки ризику і надійності, бо ситуація цілком передбачувана. Якщо ж наповнення водоймища водою змінюється в часі, невизначеність зміни рівня води надає вихідні дані, які вже не є детерміністичними.

Висновки дослідження і перспективи подальших розвідок з напряму. Означена методика вивчення математичних моделей екосистем передбачає автоматизацію розв'язування рівнянь математичних моделей за допомогою математичних пакетів, що дозволяє наочно виконати аналіз всіх наслідків і припущень математичної моделі і зосередитися на екологічному змісті моделі.

Екологізація математики сприяє отриманню знань про навколишній світ і його екологічні проблеми, посиленню мотивації навчальної діяльності студентів і вирішенню задач екологічного виховання, формуванню уявлення про роль математики при розв'язуванні екологічних проблем.

Список використаних джерел

1. Алексеев В. В. Физическое и математическое моделирование экосистем / В. В. Алексеев, И. И. Крышев, Т. Г. Сазыкина. – СПб. : Гидрометеоиздат, 1992. – 216 с.
2. Базыкин А. Д. Математическая биофизика взаимодействующих популяций / А. Д. Базыкин. – М. : Наука, 1985. – 181 с.
3. Бейли Н. Математика в биологии и медицине / Н. Бейли ; пер. с англ. Е. Г. Коваленко. – М. : Мир, 1970. – 326 с.
4. Марчук Г. И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды / Г. И. Марчук. – М. : Наука, 1982. – 320 с.
5. Лаврик В. І. Моделювання і прогнозування стану довкілля / В. І. Лаврик. – К. : Академія, 2010. – 400 с.

А. В. Рябко, В. И. Самилык

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКОСИСТЕМ В ПРОЦЕССЕ ПОДГОТОВКИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ БИОЛОГИИ К ПРИРОДООХРАННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

В статье показана эффективность технологии обучения с использованием систем компьютерной математики в процессе подготовки будущих учителей биологии к природоохранной деятельности. Рассматриваются простые математические модели, используемые для описания численности популяции. Дифференциальные уравнения решены с помощью Mathcad.

Ключевые слова: математическая модель, экологическая система, популяция.

A. Ryabko, V. Samilyk

MATHEMATICAL ECOSYSTEM MODELS IN THE PROCESS OF INTENDING BIOLOGY TEACHERS' TRAINING TO THE NATURE PROTECTIVE ACTIVITY

The article substantiates the effectiveness of learning technologies using computer mathematics in the process of intending biology teachers training for the nature protective activities. The article deals with simple mathematical models used to describe the dynamics of population strength. Differential equations solved using Mathcad.

Keywords: mathematical models, ecosystem model, population.