



УДК 528.21.3 (070.8)

Ю. П. Куреньов, Т. М. Малік

ЩОДО ТРАКТУВАННЯ ТЕРМІНА «НОРМАЛЬНА ВИСОТА»

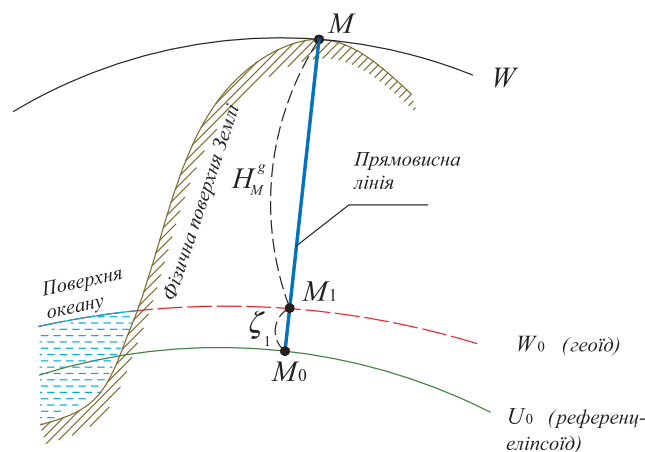
Рассматривается ситуация, связанная с неоднозначностью трактовки терминов "нормальная высота" (H_M^y) и «аномалия высоты» (ζ) квазигеоида в учебниках по высшей геодезии и геодезии, изданных в СССР и СНГ за последние 60 лет.

The article deals with the problem of using different meanings of terms «normal altitude» (H_M^y) and «anomaly of altitude» (ζ) of quasi-geoid in manuals on geodesy and higher geodesy published in USSR and CIS during last 60 years.

До 50-х років минулого сторіччя за геодезичну висоту точки M на поверхні Землі приймали висоту H_M в ортометричній системі висот. Цю висоту (мал. 1) відкладали уздовж прямовисної лінії і складалась вона з двох частин [10, с. 328]:

$$H_M = H_M^g + \zeta_1, \quad (1)$$

де H_M^g – ортометрична висота точки M ; ζ – аномалія висоти (висота точки M_1 над поверхнею референц-еліпсоїда).



Мал. 1. До визначення ортометричної висоти:

$$M_1M_0 = \zeta_1 - \text{геоїдальна частина}; \\ MM_1 = H_M^g - \text{гіпсометрична частина}$$

Спочатку обчислюють перший доданок формули (1):

$$H_M^g = \frac{W_0 - W}{g_m^M} = \frac{\int_0^M g dh}{g_m^M}, \quad (2)$$

де g_m^M – середнє значення прискорення дійсної сили ваги \bar{G} на відрітку прямовисної лінії M_1M ; dh – елементарні перевищення точок земної поверхні, що найближче розташовані до неї та вимірюються геометричним нівелюванням.

М. С. Молоденський, В. Ф. Єремеев, М. І. Юркіна [7, 8, 12-14] довели, що частина геодезичної висоти H_M^g (ортометрична висота) не може бути обчислена точно, оскільки g_m^M складним чином залежить від розподілу щільності мас всередині Землі, який невідомий.

Висота геоїда ζ_1 над еліпсоїдом (поверхнею відносності), що входить у формулу (1), як показав ана-

ліз, також не може бути обчислена точно [10, с. 329].

Для обчислення аномалії висоти використовуються такі формули:

$$\zeta = \frac{T}{\gamma} \quad (3)$$

або

$$\zeta = \frac{1}{4\pi\gamma R_\sigma} \int (Ag + \delta g) S(\phi) d\sigma, \quad (4)$$

де T – збурюючий потенціал; γ – прискорення сили ваги нормального поля; $d\sigma$ – елемент поверхні на сфері; ϕ – сферична відстань від даної точки до біжучої; $S(\phi)$ – функція Стокса, що визначається з виразу

$$S(\phi) = \text{cosec} \frac{\phi}{2} - 6 \sin \frac{\phi}{2} + 1 - 5 \cos \phi - 3 \cos \ln \left(\frac{\phi}{2} \sin^2 \frac{\phi}{2} \right);$$

R – середній радіус Землі, який дорівнює $(a^2b)^{1/3}$; a, b – велика і мала півосі еліпсоїда.

Але обидві формули практично не використовуються через неповноту і незавершеність світового гравіметричного знімання, а інтегрування необхідно проводити по всій поверхні Землі. Саме тому в деяких країнах у 60-х роках минулого сторіччя було виконано перехід на нормальну систему висот, запропоновану М. С. Молоденським.

До введення системи нормальних висот у каталогах висоти реперів H_M^g і центри триангуляції задавались у системі ортометричних висот. З 1958 р. ці дані в каталогах подаються в системі нормальних висот H_M^y .

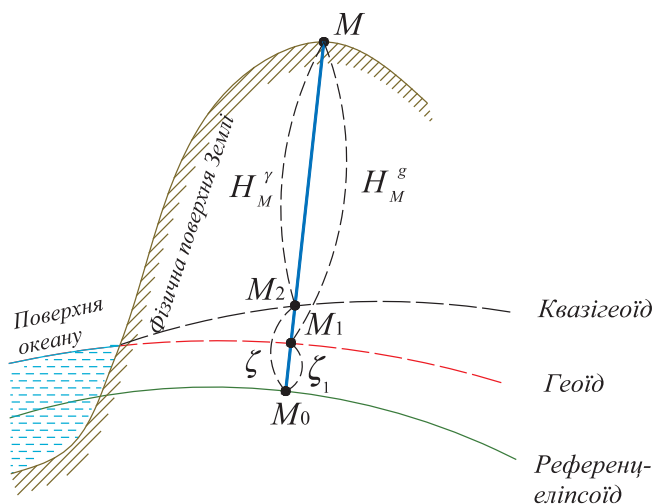
У ході аналізу відповідної літератури про висоти, а саме про нормальні висоти (використано посібники і підручники з вищої геодезії та геодезії, а також інші джерела [1-19]), виявлено неоднозначність трактування деяких термінів. Наприклад, в одному й тому ж підручнику [10] наводяться такі різні формулювання:

1. "Геодезическая высота H_M определяет отстояние точки M от эллипсоида по нормали к нему" (с. 321).

На мал. 134 підручника наводяться зображення ортометричних і нормальних висот на одній і тій самій лінії, а що це за лінія – не вказується (с. 322).

2. "Нормальная высота H_M^y точки M изображается отрезком линии M_0M_2 , аномалия высоты – MM_2 , а геодезическая высота – H_M , как расстояние, определяемое формулой $H_M = H_M^y + \zeta$ " (с. 330).

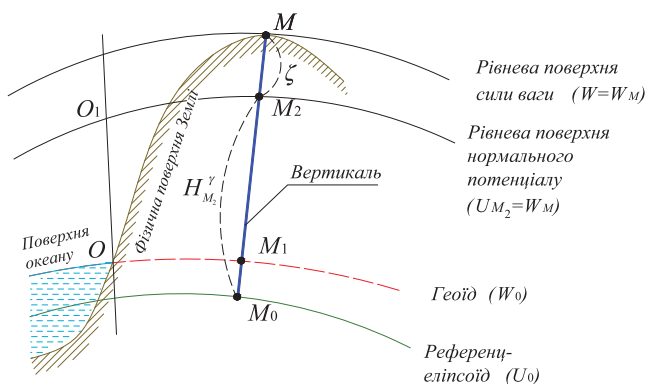
Для кращого розуміння подальшого матеріалу відтворимо мал. 134 і 138 із праці [10] (див. мал. 2).



Мал. 2. До визначення геодезичних висот [10, мал. 134, с. 322]

З мал. 2 випливає, що геодезична висота точки M (відрізок MM_0) включає як ортометричну H_M^s , так і нормальну H_M^γ висоти, й обидві вони відраховуються вздовж прямовисної лінії. На малюнку $H_M = H_M^s + \zeta_1$; $H_M = H_M^\gamma + \zeta$.

Наведемо методики побудови нормальної висоти, запозичені з праці [10] (див. наш мал. 3).



Мал. 3. До визначення нормальних висот [10, мал. 138, с. 329]

1. Трактуння методики № 1 [10] побудови нормальної висоти

У відповідності з [10] алгоритм методики зводиться до такого.

Нехай поверхня геоїда визначається рівнянням $W=W_0$, а поверхня референц-еліпсоїда – з виразу $U=U_0$.

Зробимо перетин рівневої поверхні, для якої нормальний потенціал U_{M_2} дорівнює дійсному потенціалу W_M точки M на поверхні Землі, і запишемо: $U_{M_2} = W_M$.

Відтворимо цю поверхню, нехай це буде крива O_1M_2 (див. мал. 3).

Оберемо на прямовисній лінії M_0M таку точку M_2 , для якої різниця потенціалів $\Delta U = U_0 - U_{M_2}$ нормального поля дорівнюватиме різниці потенціалів $\Delta W = W_0 - W_M$ дійсного поля сили ваги:

$$\Delta U = \Delta V, \quad (5)$$

але

$$W_0 - W_M = \int_0^M g dh.$$

Позначимо через dH^γ елементарне перевищення між рівневими поверхнями нормального потенціалу на прямовисній лінії MM_0 , і тоді можемо записати:

$$U_0 - U_{M_2} = \int_{M_0}^{M_2} \gamma dH^\gamma.$$

Враховуючи вираз (5), запишемо:

$$\int_0^M g dh = \int_{M_0}^{M_2} \gamma dH^\gamma = \gamma_m \int_{M_0}^{M_2} dH^\gamma = \gamma_m H_{M_2}^\gamma, \quad (6)$$

де γ, γ_m – поточне і середнє значення прискорення нормальної сили ваги на відрізку прямовисної лінії M_0M_2 .

З формули (6) випливає:

$$H_{M_2}^\gamma = \frac{W_0 - W_M}{\gamma_m} = \frac{\int_0^M g dh}{\gamma_m}. \quad (7)$$

Однак вираз (7) визначає висоту точки M_2 на прямовисній лінії M_0M над поверхнею відносності (еліпсоїда), яку М. С. Молоденський спочатку назвав допоміжною висотою, а відрізок M_2M – аномалією висоти і позначив її буквою ζ .

Але умовна точка M_2 нікого не цікавить, оскільки вона знаходиться під поверхнею Землі. Нам цікава висота точки M , що лежить на її поверхні.

Якщо виконати інверсію, тобто обертання відрізка MM_0 навколо його середини на 180° , то отримаємо мал. 2, на якому аномалія ζ відкладається від поверхні відносності до точки M_2 , а нормальна висота H_M^γ – від точки M_2 до точки M на поверхні Землі.

Кінці відрізків ζ для багатьох точок утворюють поверхню квазігеоїда.

Тепер формулу (7) можна передати так:

$$H_M^\gamma = \frac{W_0 - W_M}{\gamma_m} = \frac{\int_0^M g dh}{\gamma_m}. \quad (7')$$

Значення γ_m^M , тобто нормальне прискорення сили ваги на висоті $1/2 H_M^\gamma$ від еліпсоїда, обчислюємо з виразу

$$\gamma_m^M = \gamma_0^M - 0,308 \frac{1}{2} H_{3M} = \gamma_0^M - 0,154 H_{3M}, \quad (8)$$

де γ_0^M – нормальне прискорення сили ваги, що обчислюється за формулою Клеро (9) або Самільяно (10):

$$\gamma_0^M \Rightarrow \gamma_B = \gamma_e (1 + \beta \sin^2 B); \quad (9)$$

$$\gamma_0^M \Rightarrow \gamma_B = \frac{a \gamma_e \cos^2 B + b \gamma_p \sin^2 B}{(a^2 \cos^2 B + b^2 \sin^2 B)^{1/2}}, \quad (10)$$



де γ_e, γ_0 – прискорення сили ваги на екваторі й на полюсах; a, b – велика і мала півосі еліпсоїда; B – геодезична широта точки M , відредуційована на еліпсоїд.

З виразу (7') видно, що чисельник визначається з безпосередніх вимірювань перевищень Δh_i та прискорень g_i , а H_M^γ – обчисленням інтегралу.

Параметр γ_m^M обчислюється за формулами (8-10), тобто прискорення визначається в нормальному полі еліпсоїда.

У результаті отримуємо незбігання геодезичної висоти H_M з нормальною висотою H_M^γ на величину

$$\zeta = H_M - H_M^\gamma. \quad (11)$$

Відмітимо, що на мал. 138 у праці [10, с. 329] всі операції здійснювались на прямовисній лінії (вертикалі), а не на нормалі.

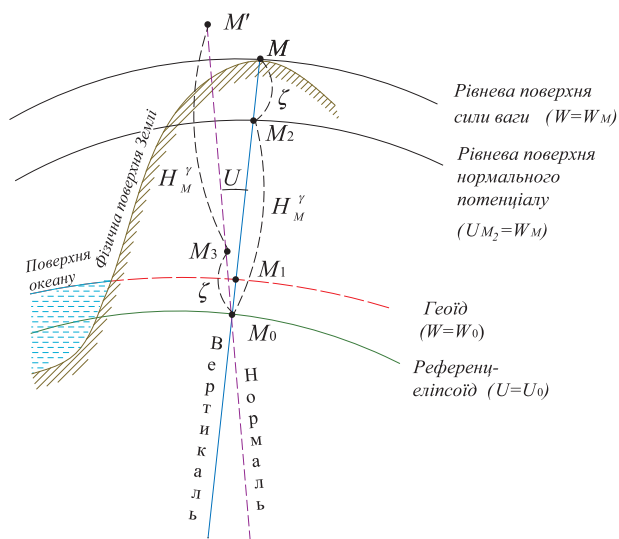
Наступний крок, виходячи з методики П. С. Закарова [10, с. 331], виглядатиме так.

Якщо аномалії висот ζ у кожній точці рівневого еліпсоїда ($U=U_0$) відкласти від його поверхні вгору вздовж нормалей, то геометричним місцем кінців цих відрізків буде деяка допоміжна поверхня, яку М. С. Молоденський назвав квазігеоїдом. Тоді нормальні висоти можна розглядати як відрізки нормалей до еліпсоїда, що відкладаються від поверхні квазігеоїда до фізичної земної поверхні (на мал. 138 з [10] для точки M це відстань MM_3).

На цьому опис методики № 1 завершується, нового малюнка, відмінного від 138 [10], не наводиться, залишаючи читачеві тримати викладене у пам'яті.

Однак на мал. 3 (мал. 138 [10]) висоти H_M^γ і ζ відкладені вздовж прямовисної лінії (вертикалі), а не уздовж нормалі.

Спробуємо передати зміст графічно. Для цього на основі мал. 3 побудуємо нове зображення (мал. 4). Відмітимо, що на мал. 3 геодезична висота H_M розміщується вздовж прямовисної лінії MM_0 і визна-



Мал. 4. До побудови нормальних висот

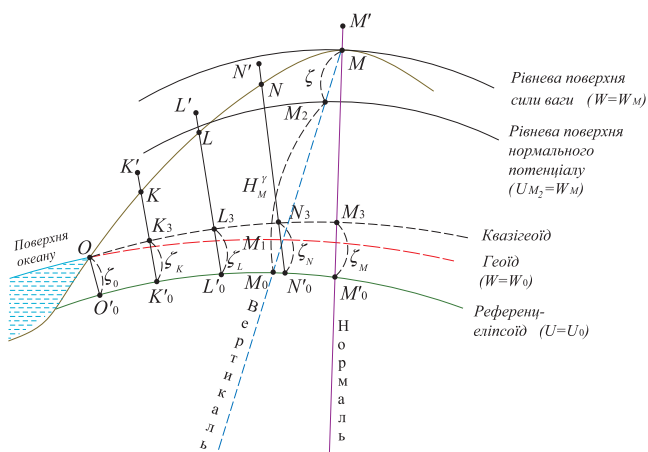
чається формулою $H_M = H_M^\gamma + \zeta$. Обидві складові цього рівняння можуть бути визначені точно.

2. Трагування методики № 2 [10] побудови нормальної висоти

Спираючись на мал. 3 (мал. 138 в [10]), відкладаємо від точки M_0 вгору по нормалі до поверхні референц-еліпсоїда відрізок ζ і отримуємо точку M_3 . Потім від точки M_3 вгору відкладаємо на продовженні нормалі до референц-еліпсоїда відрізок H_M^γ (тобто нормальну висоту), і помічаємо, що кінець відрізка виходить за межі фізичної поверхні Землі, утворюючи точку M' . При побудові витримується умова: $M_0M_3 = MM_2$; $M_3M' = M_0M_2$. При цьому точка M' розміститься не лише вище поверхні Землі, але і буде віднесена на деяку відстань від точки M , розміщеної на поверхні Землі. На цьому опис методики № 2 завершується.

З мал. 4 видно, що між вертикаллю MM_0 і нормаллю MM_2 є кут U .

Той факт, що при подібній побудові точка M' вийшла за межі фізичної поверхні Землі, говорить про некоректність подібної побудови. Отже, треба будувати інакше, а саме опускати нормаль з точки M на поверхню референц-еліпсоїда і відкладати на ній відрізки H_M^γ і ζ . Покажемо ці побудови на мал. 5, щоб не перевантажувати мал. 4.



Мал. 5. Доповнення до побудови нормальних висот

3. Трагування методики № 3 [10] побудови нормальної висоти

Опускаємо з точки M фізичної поверхні Землі нормаль на поверхню референц-еліпсоїда і отримуємо точку M'_0 .

Відкладаємо від точки M'_0 вгору по нормалі відрізок ζ і отримуємо точку M_3 .

Відкладаємо від точки M_3 вгору вздовж нормалі відрізок H_M^γ . Він виходить за межі земної поверхні. Його кінцем буде точка M' , яка опиняється вище точки M .

Аналогічно опускаємо нормаль з інших точок поверхні Землі – N, L, k і т. д. та відкладаємо відрізки ζ_i , які утворюють поверхню квазігеоїда.

Тепер, якщо ми надбудуємо до точок квазігеоїда N_3, L_3, k_3 тощо відрізки $H_N^\gamma, H_L^\gamma, H_k^\gamma$ і т. д., то кінці



цих відрізків також вийдуть за межі земної поверхні, утворюючи точки N', L', k' і т. д. Як у випадку з трактуванням методики № 2, той факт, що точки M', N', L', k' і т. д. опинились вище точок M, N, L, k і т. д., що лежать на поверхні Землі, свідчить про некоректність цих побудов. Виходить, що відкласти відрізки ξ_i і H_i^y вздовж нормалей вгору від поверхні референс-еліпсоїда, як це рекомендується в [10], не можна, тому що вони не вміщуються на відрізках $MM_0', NN_0', LL_0', KK_0'$, оскільки гіпотенуза завжди більша за катет. На цьому методика № 3 теж завершується.

Наші міркування стосовно викладу методик 1-3 з праці [10], навіть якщо припустити, що прямокутна лінія не крива, а пряма, доводять абсурдність цього нововведення.

Якщо ж гіпотенузу вважати кривою лінією, що так і є, то різниця у довжинах прямолінійного катета і криволінійної гіпотенузи тільки збільшується.

Виявлена нами невідповідність, очевидно, була відома авторам теорії нормальних висот, але про це вони навіть не обмовились. Лише в 1961 р. один з авторів праці [1] В. В. Бровар повторив (після В. Ф. Єремеева [8]) визначення нормальної висоти у такому вигляді: "высота над эллипсоидом такой точки, нормальный геопотенциал которой равен действительному геопотенциалу репера и которая лежит на одной силовой линии с репером, называется нормальной". Тут вже видно напрям, вздовж якого відкладається нормальна висота H_M^y . Крім того, робиться висновок з формули для різниці відрізків H_n (вздовж силової лінії нормального поля) і H (вздовж нормалі):

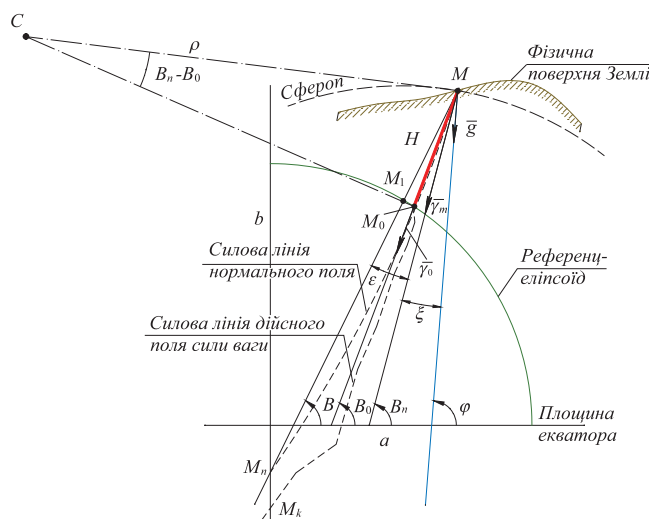
$$H_n - H = \frac{\beta^2 H^3}{6R^2} \sin^2 2B,$$

де $\beta = \frac{\gamma_p - \gamma_0}{\gamma_p} \cong 0,005302$; R – середній радіус Землі (6370 км); B – геодезична широта.

Ця різниця для середніх широт навіть при висотах до 10 км є величиною, яка не перевищує 0,01 мм. В оптиці допуск 10 мікрон вважається досить точним, а для геодезії ця величина є нескінченно малою. Тому В. В. Бровар для переходу від координат у нормальному полі до геодезичних радить зараховувати лише різниці широт $\Delta B = B_n - B$ (B_n – нормальна широта), а координати L і H залишати без змін.

Для більшої наочності наведемо зображення (мал. 6) з необхідними позначеннями, побудоване на основі малюнків 14 [1, с. 79], 13 [10, с. 288] і 32 [18, с. 125].

Через 14 років після В. В. Броваря один з його співавторів по праці [1] Б. П. Шимбирев у монографії [18, с. 136] ще раз підтвердив, що "... в дальнейшем мы не будем делать различия между геодезической высотой H и соответствующим отрезком H_n силовой линии нормального поля". До речі, він відклав нормальну висоту вздовж нормалі до еліпсоїда, а не вздовж силової лінії.



Мал. 6. До визначення геодезичної висоти:

$\xi = (\bar{\gamma}, \bar{g}) = \varphi - B_n = \varphi - B - 0,171 H \sin 2B$; $B - B_0 \cong 0,0008'' \sin 2B$ (при $H \sim 8$ км, $B \approx B_0$); MM_0 – силова лінія нормального поля; MM_n – нормаль до поверхні еліпсоїда в точці M_1 ; H – геодезична висота; \bar{g} – вектор прискорення дійсної сили ваги; $\bar{\gamma}$ – вектор прискорення нормальної сили ваги; $\bar{\gamma}_m$ – середнє значення вектора $\bar{\gamma}$; $\bar{\gamma}_0$ – вектор нормальної сили ваги в точці M_0 референс-еліпсоїда; B_n – нормальна широта; B_0 – нормальна широта для точки M_0 ; B – геодезична широта; a – велика піввісь; b – мала піввісь; $B_n - B = \varepsilon'' = 0,171'' H \sin 2B$; ρ – радіус кривини вагової лінії MM_0 нормального поля

Цікаво, що навіть В. Ф. Єремеев у праці [7] відкладає середнє значення нормальної сили ваги $\bar{\gamma}_m$ уздовж силової лінії нормального поля, а в іншій [8] – уздовж нормалі до еліпсоїда, що проходить через досліджувану точку (що, як ми тепер знаємо, також є правильним, але з врахуванням припущення нескінченної малості різниць ΔH).

На Землі немає об'єктів, які б перевищували за висотою Джомолунгму (8848 м), тому на практиці не має значення, вздовж якої лінії відкладати геодезичну висоту – вздовж нормалі чи вздовж прямокутної лінії нормального поля, оскільки різниця в довжині між ними є величиною нескінченно малою.

Але, якщо нам доводиться мати справу з ШСЗ, геодезичні висоти яких можуть сягати 10 тис. км і більше [3], то ця різниця складе вже не 10 мікрон, а 10 км і більше. Тоді лінія квазігеоїда, отримана при відкладенні числового значення нормальної висоти H_M^y вздовж вагової лінії нормального поля, буде вище лінії квазігеоїда, отриманої при відкладенні відрізка H_M^y вздовж нормалі, більше ніж на 10 км.

Хоча цей приклад є деяким перебільшенням, але він висвітлює методологічний аспект викладеного матеріалу, що віддає першість прямокутній лінії (як причині) та вторинність – нормалі (як наслідку).

Наостанок наведемо формулювання щодо визначення нормальних висот, взяті з підручників з



вищої геодезії, держстандарту (ДСТУ 2393-94. Геодезія. Терміни та визначення) та монографій на тему про теорію фігури Землі.

Навіть у ДСТУ 2393-94 при формулюванні поняття нормальної висоти прямо не вказується,

в якому напрямі її відкладають – уздовж нормалі чи уздовж вертикалі. Тому деякі автори відкладають нормальні висоти по нормалі, інші – по вертикалі або взагалі не вказують напрям, що і видно з такої таблиці.

Номер пор.	Зміст формулювань мовою оригіналу	Зауваження до формулювань
1	Геодезическая высота H_M определяет отстояние точки M от эллипсоида по нормали к нему [10, с. 321].	H_M^Y відкладається вздовж нормалі до еліпсоїда
2	На рис. 134 ортометрическая и нормальная высоты идут вдоль одной и той же линии [10, с. 322].	Не вказано напрям: нормаль чи вертикаль
3	Нормальная высота H_M^Y точки M изображается отрезком отвесной линии M_0M_2 , аномалия отрезком MM_2 на рис. 138. При этом геодезическая высота точки M определяется формулой $H_M = H_M^Y + \zeta$ [10, с. 330].	H_M^Y відкладається вздовж прямовисної лінії
4	Аномалия ζ высоты откладывается в каждой точке уровненного эллипсоида ($U = U_0$) от его поверхности вверх по нормали. Тогда геометрическим местом концов этих отрезков ζ ; будет некая вспомогательная поверхность, которую Молоденский М. С. назвал квазигеоидом . При этом нормальные высоты можно рассматривать как отрезки нормалей к эллипсоиду, отложенные от поверхности квазигеоида до физической поверхности Земли [10, мал. 138, с. 331].	Потрапити в точку M з точки M_0 , йдучи від точки M_0 вгору по нормалі, не можна в принципі, оскільки точку M_0 отримують на прямовисній лінії
5	Висота геоїда – висота поверхні геоїда над поверхнею земного еліпсоїда по нормалі до нього в даній точці [5, п. 2.1].	ζ відкладається вздовж нормалі до еліпсоїда
6	Геодезична висота – висота точки над поверхнею земного еліпсоїда [5, п. 2.5].	Не вказано напрям
7	Нормальна висота – величина, що чисельно дорівнює відношенню геопотенціальної величини в даній точці до середнього значення нормальної сили ваги Землі, уздовж відрізка, відкладеного від поверхні земного еліпсоїда до точки, в якій нормальний геопотенціал рівний реальному потенціалу даної точки [5, п. 2.7].	Не вказано напрям
8	Висота точки визначає віддаленість її від еліпсоїда по нормалі до нього [16, с. 170].	Висота відкладається вздовж нормалі до еліпсоїда
9	Малюнок на с. 170 зображує геодезичну висоту MM_0 як суму з двох частин (геоїдальну – від референц-еліпсоїда до геоїда та гісометричну – від геоїда або квазігеоїда до точки M на поверхні Землі). Обидва доданки повинні бути відрізками нормалі до поверхні референц-еліпсоїда. В. С. Староверов наводить дві формули: $H_M = H_M^S + \zeta'_M$; (124) $H_M = H_M^Y + \zeta'$, (125) де H_M^S – ортометрична висота; ζ'_M – висота геоїда над поверхнею еліпсоїда [16, с. 170-171].	Малюнок і формули повторюють мал. 134 і формули (71.1) і (71.2), запозичені з [11, с. 321-322]. Виходячи зі змісту малюнка, нормаль і вертикаль суміщені, що буває досить рідко
10	Геодезическая высота H – отрезок по нормали к эллипсоиду от точки, находящейся на земной поверхности, до поверхности эллипсоида [15, с. 7]	H відкладається вздовж нормалі до еліпсоїда
11	Высоты, вычисленные по нормальным значениям силы тяжести, называются нормальными и обозначаются через H^Y [17, с. 35].	Не вказано напрям
12	При известных параметрах и ориентировании земного эллипсоида в теле Земли задача изучения ее фигуры сводится к определению геодезических высот – точек земной поверхности эллипсоида по нормали к нему, т. е. определению отрезка MC . Однако геодезическую высоту любой точки измерить непосредственно нельзя. Поэтому ее раскладывают на две составляющие и каждую из них определяют отдельно: $H_M = H_M^Y + \zeta_M$ (1.19), где H_M^Y – нормальная высота; ζ – аномалия высоты; $H_M^Y \approx n$ [км]; $\zeta \leq 100$ м [19, с. 21].	H відкладається вздовж нормалі до еліпсоїда
13	Высотой точки физической поверхности Земли называется расстояние по вертикали от данной точки до поверхности геоида. Такая высота называется ортометрической и определяется формулой $H_{DB} = \frac{1}{g_m} \int g dh$ (141). Если в формуле (141) заменить g_m на значение средней нормальной силы тяжести γ_m , которая может быть рассчитана для любой высоты, тогда получается высота $H'_{DB} = \frac{1}{\gamma_m} \int g dh$ [4, с. 330].	Н. П. Грушинський, називаючи H^Y нормальною висотою, залишає її розміщення на вертикалі
14	Высота точки D над поверхностью квазигеоида $H^Y = \overline{DD_1}$, называемая нормальной высотой, может быть определена по результатам нивелирования [11, с. 144-145].	В. Г. Зданович та ін. ([11], с. 144, мал. 46) вказують нормальну висоту H^Y на нормалі, а ортометричну – на вертикалі
15	...Высота над эллипсоидом такой точки, нормальный геопотенциал которой равен действительному геопотенциалу репера и которая лежит на одной силовой линии с репером, называется нормальной высотой репера [1, с. 83].	Висота відкладається вздовж силової лінії



Література

1. Бровар, В.В. Теория фигуры Земли [Текст] / В.В. Бровар, В.А. Магницкий, Б.П. Шимбирев. – М.: Геодезлит, 1961. – 256 с.
2. Вировец, А.М. Высшая геодезия [Текст] / А.М. Вировец. – В 2 ч. – М.: Недра, 1970. – Ч. 1. – 248 с.
3. Волосов, П.С. Судовые комплексы спутниковой навигации [Текст] / П.С. Волосов, Ю.С. Дубинко, Б.П. Мординов, В.Д. Шинков. – Л.: Судостроение, 1983. – 272 с.
4. Грушинский, Н.П. Теория фигуры Земли [Текст] / Н.П. Грушинский. – М.: Недра, 1976. – 512 с.
5. Державний стандарт України. Геодезія. Терміни та визначення. ДСТУ 2393-94. – К.: Держстандарт, 1994. – 64 с.
6. Дурнев, В.И. Высшая геодезия [Текст] / В.И. Дурнев. – М.: Недра, 1967. – 206 с.
7. Еремеев, В.Ф. Теория ортометрических, динамических и нормальных висот [Текст] / В.Ф. Еремеев // Тр. ЦНИИГАиК. – 1951. – Вып. 86. – С. 11-50.
8. Еремеев, В.Ф. Несколько замечаний о вычислении нивелирных висот в зарубежных странах [Текст] / В.Ф. Еремеев // Геодез. и картогр. – 1964. – № 1. – С. 52-60.
9. Еремеев, В.Ф. Теория висот в гравитационном поле Земли [Текст] / В.Ф. Еремеев, М.И. Юркина // Тр. ЦНИИГАиК. – 1972. – Вып. 191. – 215 с.
10. Закатов, П.С. Курс высшей геодезии [Текст] / П.С. Закатов. – М.: Недра, 1976. – 511 с.
11. Зданович, В.Г. Высшая геодезия [Текст] / В.Г. Зданович, А.Н. Белоликов, Н.А. Гусев, К.А. Звонарев. – М.: Недра, 1970. – 512 с.
12. Молоденский, М.С. Изучение фигуры физической поверхности Земли геометрическим (астрономо-геодезическим) методом [Текст] / М.С. Молоденский // Тр. ЦНИИГАиК. – 1950. – Вып. 75. – С. 3-10.
13. Молоденский, М.С. Основные вопросы геодезической гравиметрии [Текст] / М.С. Молоденский // Тр. ЦНИИГАиК. – 1945. – Вып. 42. – С. 10-60.
14. Молоденский, М.С. Методы изучения внешнего гравитационного поля и фигуры Земли [Текст] / М.С. Молоденский, В.Ф. Еремеев, М.И. Юркина // Тр. ЦНИИГАиК. – 1960. – Вып. 131. – 252 с.
15. Неумывакин, Ю.К. Земельно-кадастровые геодезические работы [Текст] / Ю.К. Неумывакин, М.И. Перский. – М.: Колос, 2005. – 184 с.
16. Староверов, В.С. Вища геодезія [Текст] / В.С. Староверов. – К.: «ВПОЛ», 1996. – 204 с.
17. Хаимов, З.С. Основы высшей геодезии [Текст] / З.С. Хаимов. – М.: Недра, 1984. – 360 с.
18. Шимбирев, Б.П. Теория фигуры Земли [Текст] / Б.П. Шимбирев. – М.: Недра, 1975. – 432 с.
19. Яковлев, Н.В. Высшая геодезия [Текст] / Н.В. Яковлев. – М.: Недра, 1989. – 445 с.

Надійшла 01.11.10

* * *

УДК 528.48

М. П. Марущак

СПОСОБИ ТРИГОНОМЕТРИЧНОГО НІВЕЛЮВАННЯ
ЕЛЕКТРОННИМ ТАХЕОМЕТРОМ

Рассмотрены способы тригонометрического нивелирования электронным тахеометром, дающие возможность определять наклонное расстояние, вести измерения зенитных углов на две или три точки базиса, расположенные вертикально на вешке отражателя. Это позволяет по результатам уравнивания определять поправки к измеренным углам и линиям и таким образом повышать точность нивелирования. Описан пример расчета поправок.

The paper deals with the methods of trigonometric leveling by electronic tacheometer, that allow to measure slope distances and zenith angles at two or three points of a basis, which are located vertically on the range pole of a reflector. This allows to determine corrections to the measured angles and lines on the basis of the equalization results, and thus to improve the accuracy of leveling. The example of the corrections calculation is given.

Сучасні електронні тахеометри використовуються в інженерних вишукуваннях, у будівництві, в архітектурі, при спостереженні за деформаціями будівель і споруд, при виконанні кадастрових та інших робіт. Застосування цих приладів значно підвищує продуктивність праці, спрощує процес оброблення польових даних, виключає помилки відлічування, скорочує час на камеральні роботи.

При визначенні перевищень між пунктами електронним тахеометром застосовується спосіб тригонометричного нівелювання. Цей вид нівелювання за продуктивністю значно переважає геометричний,

але поступається йому за точністю. Основними причинами цього є помилки вимірювання вертикального кута, відстані, висоти візирної цілі та приладу, а також вплив зовнішнього середовища.

При односторонньому нівелюванні на пунктах А і В встановлюють тахеометр і відбивач (мал. 1). Вимірюють похилу довжину лінії D, зенітний кут z, висоти відбивача l та приладу i. Перевищення між пунктами обчислюють за формулою [1]

$$h_{AB} = D \cos z + i - l + \frac{1-k}{2R} (D \sin z)^2, \quad (1)$$

де k – коефіцієнт рефракції (для Європи k=0,13); D – виміряна відстань; R – радіус Землі.

© М. П. Марущак, 2010