



ЗАЛЕЖНІСТЬ ТОЧНОСТІ ЦИФРОВОГО НІВЕЛЮВАННЯ ВІД ЗМІНИ ПОЛОЖЕННЯ НІВЕЛІРА ПО ВИСОТІ

Выполнены исследования для оценивания влияния изменения высоты нивелира на точность определения превышения на станции при цифровом нивелировании. Доказано, что независимо от точности измерения изменение высоты нивелира не приводит к изменению точности определения превышения на станции. Это обстоятельство можно использовать при контроле измерений.

The research to assess the impact of a level height change on accuracy of determining the elevation on a station at digital leveling has been carried out. It is proved that regardless of the measurement accuracy the change of the level height does not cause change in accuracy of elevation determination on the station. This can be used to control measurements.

Постановка та актуальність задачі. При спостереженні за осіданнями будівель та споруд з використанням цифрових нівелірів з односторонніми кодовими рейками виникає потреба у контролі вимірів на станції. Для цього використовують прийом зміни висоти нівеліра. І тут виникає питання оцінювання точності такого цифрового нівелювання, адже підвищення контрольованості вимірювань з оцінюванням їх точності має важливе практичне значення при створенні висотних мереж.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Для надійності контролю процесу визначення перевищення на станції автор публікації [2] пропонує виконувати цифрове нівелювання, змінюючи висоту нівеліра. У праці [1] запропоновано змінювати висоту нівеліра за допомогою спеціальної під нього підставки. Зміщення приладу при цьому можна визначати з високою точністю. Проте ступінь впливу зміщення на точність нівелювання автор даної праці не розглядає.

Невирішена досі проблема – оцінювання впливу зміни висоти нівеліра на точність цифрового нівелювання.

Постановка завдання: оцінити вплив зміни висоти нівеліра на точність цифрового нівелювання.

Виклад основного матеріалу. Розпочнемо з порядку взяття відліків зі зміною висоти нівеліра на станції цифрового нівелювання (див. таблицю).

Програма спостережень зі зміною висоти нівеліра

Відлік по рейці	
задній	передній
y_1 (1)	y_2 (2)
y_4^* (4)	y_3^* (3)

У таблиці y^* – це відліки після зміни висоти нівеліра. Порядок взяття відліків вказано в дужках. Величину зміщення нівеліра позначимо так: y_5 .

На основі цих даних запишемо:

$$\begin{aligned} h_1 &= y_1 - y_2; \\ h_2 &= y_4^* - y_3^*; \\ h_3 &= y_4^* - y_5 - y_2. \end{aligned} \quad (1)$$

Виникає необхідність у вирівнюванні багатовимірних корельованих вимірів однієї величини. При цьому рівняння поправок має вигляд:

$$V = A\delta h + L, \quad (2)$$

а нормальне рівняння записується так:

$$R\delta h + b = 0, \quad (3)$$

де $R = A^T P_h A$, $b = A^T P_h L$.

У цьому випадку вектори коефіцієнтів та вільних членів рівнянь поправок набувають вигляду:

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad L = \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \end{pmatrix}; \quad l_j = h^0 - h_j; \quad h^0 - h_1. \quad (4)$$

Якщо прийняти, що всі y_i незалежні, то коваріаційна матриця K_y буде діагональною. Позначимо дисперсії для відліків по рейці як

$$\sigma_{y_i}^2 = \sigma_0^2, \quad (5)$$

а також для величини зміщення горизонту:

$$\sigma^2 = c\sigma_0^2, \quad (6)$$

де σ_0^2 – дисперсія похибки одиниці ваги.

Знайдемо матрицю ваг P_h . Коваріаційна матриця K_y матиме на головній діагоналі вектор (1, 1, 1, 1, c). Відповідно до узагальненої теореми оцінювання точності

$$K_h = B K_y B^T, \quad (7)$$

де

$$B = \begin{pmatrix} \frac{\partial h_j}{\partial y_j} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

У результаті для (7) отримаємо:

$$K_h = \sigma_0^2 Q_h = \sigma_0^2 \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2+c \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Розглянемо два випадки:

1. Зміну висоти нівеліра визначено безпомилково ($c=0$). Тоді



$$K_h = \sigma_0^2 \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix};$$

$$P_h = Q_h^{-1} = \begin{pmatrix} 0,75 & 0,25 & -0,5 \\ 0,25 & 0,75 & -0,5 \\ -0,5 & -0,5 & 1 \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Коефіцієнт нормального рівняння дорівнює:

$$R = A^T P_h A = (111) P_h \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \Sigma_p = 1. \quad (10)$$

Тут Σ_p – це сума всіх елементів матриці P_h . Тоді вільний член нормального рівняння матиме значення:

$$b = A^T P_h L = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}(l_1 + l_2).$$

Розв'яжемо нормальне рівняння (3):

$$\delta h = -\frac{b}{R} = -\frac{1}{2}(l_1 + l_2). \quad (11)$$

Вирівняне значення перевищення є узагальненим середнім арифметичним:

$$\bar{h} = h^0 + \delta h = \frac{1}{2}(h_1 + h_2) \quad (12)$$

з вагою

$$P_{\bar{h}} = \Sigma_p = 1. \quad (13)$$

Тобто теоретично перевищення за цією методикою визначається з точністю σ_0 , яка дорівнює точності взяття відліку по рейці. Тож додаткове визначення величини зміни горизонту нівеліра, як впливає з (13), є зайвим.

2. Величину зміщення нулів визначено рівноточно з відліками y_i . Коваріаційна матриця і матриця ваг у цьому випадку буде такою ($c=1$):

$$K_h = \sigma_0^2 \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix};$$

$$P_h = Q_h^{-1} = \begin{pmatrix} 0,625 & 0,125 & -0,25 \\ 0,125 & 0,625 & -0,25 \\ -0,25 & -0,25 & 0,5 \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Знайдемо коефіцієнт і вільний член нормального рівняння:

$$R = A^T P_h A = \Sigma_p = 1; \quad (15)$$

$$b = A^T P_h L = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}(l_1 + l_2). \quad (16)$$

Розв'язок нормального рівняння буде таким:

$$\delta h = -\frac{b}{R} = -\frac{1}{2}(l_1 + l_2).$$

Узагальнене середнє вагове становитиме:

$$\bar{h} = h^0 + \delta h = \frac{1}{2}(h_1 + h_2), \quad (17)$$

а вага

$$P_{\bar{h}} = \Sigma_p = 1. \quad (18)$$

Таким чином, незалежно від точності вимірювання величини зміни висоти нівеліра таке визначення є зайвим, оскільки перевищення h_3 автоматично виключається при обчисленнях остаточного перевищення.

Висновки та перспективи досліджень. 1. Для контролю визначення перевищення на станції при цифровому нівелюванні з використанням односторонніх рейок можна скористатися прийомом зміни висоти нівеліра. Зміщення потрібно визначати з точністю, яка суттєво вища, ніж взяття відліку по рейці. При цьому отримуємо додатковий контроль для взяття відліків по задній і передній рейках.

2. Точність визначення величини зміни висоти нівеліра не впливає на точність нівелювання.

3. Змінювати висоту нівеліра можна лише для контролю нівелювання, але не для підвищення його точності.

У перспективі необхідно розробити узагальнену методику нівелювання з односторонніми кодovими рейками, що важливо стосовно побудови державної нівелірної мережі.

Література

1. Ганьшин, В.Н. Измерение вертикальных смещений сооружений и анализ устойчивости реперов [Текст] / В.Н. Ганьшин, А.Ф. Стороженко, А.Г. Ильин [и др.]. – М.: Недра, 1981. – 215 с.
2. Уставич, Г.А. Технология выполнения высокоточного нивелирования цифровыми нивелирами // Геодез. и картогр. – 2006. – № 2. – С. 3-6.

Надійшла 23.02.11