



Мережу зрівноважено у такий спосіб: наближені координати пунктів, визначені з GPS-вимірів, та виміряні вектори із геоцентричної системи координат перетворено в умовну топоцентричну геодезичну систему координат. Усі виміри теж зрівноважено у цій самій системі координат. За результатами зрівноваження оцінено точність шуканих параметрів. У таблиці зазначено максимальну похибку визначення координат пунктів m_{\max} , похибки одиниці ваги μ та її визначення m_{μ} , складові відхилення прямої лінії відносно обраної системи координат ξ , η , а також похибки їх визначення m_{ξ} , m_{η} .

Результати оцінювання точності мережі

m_{\max} , мм	μ , мм	m_{μ} , мм	ξ , с	η , с	m_{ξ} , с	m_{η} , с
3,0	1,8	0,2	1,8	2,2	0,7	0,7

В результаті сумісного зрівноваження супутникових та наземних вимірів отримано координати пунктів мережі. СКП визначення координат пунктів не виходять за межі ± 3 мм.

Проаналізувавши результати спостережень, можна зробити висновок, що побудована мережа має високу ступінь стійкості. При зміні конфігурації схеми вимірювань (вилученні окремих вимірів) параметри, вказані у таблиці, практично не змінюються або змінюються у межах точності їх визначення. Це свідчить про досконалу конструкцію мережі й високу точність вимірів.

Висновки. Реалізовано методику сумісного опрацювання результатів високоточних супутникових та наземних лінійно-кутових вимірювань з врахуванням ваг вимірів. Виконано зрівноваження мережі із визначенням відхилень прямої лінії. Розроблено пакет прикладних програм опра-

цювання вимірів. Результатом сумісного зрівноваження мережі є і СКП визначення координат пунктів, яка становить ± 3 мм. Побудована мережа має високу ступінь стійкості.

Література

1. Бровар, В.В. Гравитационное поле в задачах инженерной геодезии [Текст] / В.В.Бровар. – М.: Недра, 1983. – 112 с.
2. Машимов М.М. Уравнивание геодезических сетей [Текст] / М.М. Машимов. – М.: Недра, 1979. – 367 с.
3. Спосіб визначення планових координат точок на земній поверхні: Деклараційний патент на винахід 64097А. Україна, МПК 7 G01C5/00/ – № 20021210442; заявлено 23.12.2002; опубл. 16.02. 2004. Бюл. № 2. – С. 1-8 / К.Р. Третяк, Т.Г. Шевченко, І.Б. Романишин, Ю.І. Голубінка.
4. Третяк К., Сідоров І. Оптимізація побудови геодезичної мережі Дністровської ГАЕС супутниковими радіонавігаційними технологіями [Текст] / К. Третяк, І. Сідоров // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – Л.: Вид-во НУ "Львівська політехніка", 2005. – С. 207-219.

Інтернет-джерела

5. Aghan Ceylan. Determination of the deflection of vertical components via GPS and leveling measurement: A case study of a GPS test network in Konya, Turkey. Scientific Research and Essay. – Vol. 4 (12), pp. 1438-1444, December, 2009; Available online a <http://www.academicjournals.org/SRE>. – ISSN 1992-2248. © 2009, Academic Journals.
6. Mike Potterfield. Accurate orthometric heights from gps: combined network adjustments using gps, differential leveling, and correlated geoid models // Geodetic solutions (www.geodeticsolutions.com), p.o. box 223761. – Carmel, California, 93922.

Надійшла 02.03.12

* * *

УДК 528.3 +621.372

Л. М. Янків-Вітковська, Я. М. Матвійчук, С. Г. Савчук, В. К. Паучок

ДОСЛІДЖЕННЯ ЗМІН КООРДИНАТ GNSS-СТАНЦІЙ МЕТОДОМ МАКРОМОДЕЛЮВАННЯ

Описаны базовый алгоритм идентификации макромоделей и пути его усовершенствования для исследования и прогнозного моделирования данных мониторинга земной поверхности и временных рядов координат GNSS-станций. Разработаны макромоделей влияния солнечной активности и приливных сил на геосейсмическую активность и уровень инфразвука земной поверхности, а также на изменения координат, которые определяются из GNSS-наблюдений.

It is described the basic algorithm of a macromodel identification and the ways of its improvement for research and predictive modeling of data of the earth's surface monitoring and time series of coordinates of GNSS stations. There have been developed the macromodels of impact of solar activity and tidal forces on geoseismic activity and the level of infrasound of the earth's surface, as well as on the changes of the coordinates that are regularly determined from GNSS observations.

Вступ. Визначення координат і швидкостей руху GNSS-станцій із супутникових спостережень наразі є одним з методів створення національних рефе-

ренціальних систем координат і основним методом їх практичного відтворення. Цей метод дає змогу вирішувати завдання створення таких референціальних систем, які не поступаються за точністю міжнародній системі ITRF, тобто кількох міліметрів з урахуванням похибок визначення їх швидкостей.

© Л. М. Янків-Вітковська, Я. М. Матвійчук,
С. Г. Савчук, В. К. Паучок, 2012



Таких точних характеристик можна досягти вдосконаленням апаратури і методики спостережень, а також алгоритмів та програмного забезпечення для оброблення даних.

Нова тенденція в розвитку програмного забезпечення для оброблення результатів GNSS-спостережень – це врахування все більш тонких редуцій, що дозволяють моделювати рух станцій з точністю 1 мм і вище. На жаль, досі при обробленні даних не завжди можливо враховувати природні ефекти навколишнього середовища (сонячна активність, сейсмічні процеси, атмосферні явища тощо), які можуть спричинювати систематичні зміни координат станцій на кілька сантиметрів. Розгляду цих питань і присвячена дана стаття.

Огляд попередніх досліджень та публікацій.

Вдосконалення обладнання для визначення просторових координат, розвиток фізичних засобів моніторингу земної поверхні й навколосемного простору дало змогу накопичити різноманітні дані експериментального характеру. Тому й постало завдання розробити уніфікований метод прогнозного моделювання зміни координат. Для його розв'язання застосовано метод макромодельовання. У праці [2] доведено, що експериментально виміряні дискретні функціональні залежності між векторними величинами (входом $u(t)$ і виходом $y(t)$)

$$u(t_k), y(t_k) \quad (k=\overline{1, m}) \quad (1)$$

моделюють систему звичайних диференціальних рівнянь

$$\begin{aligned} \frac{dy_i}{dt} &= y_{i+1}; \quad (i=\overline{0, n-1}); \\ \frac{dy_n}{dt} &= P(y_0, \dots, y_n; u^{(0)}, \dots, u^{(p)}), \end{aligned} \quad (2)$$

де t_k – момент вимірювання $u(t_k), y(t_k)$; m – кількість вимірювань; P – степеневий поліном від багатьох аргументів; n – кількість рівнянь; p – найвищий порядок похідної від $u(t)$.

Змінна y_0 наближено дорівнює виходу $y_0(t) \approx y(t)$, якщо початковими умовами $y_i^0 (i=\overline{0, n})$ системи (2) обрати похідні $y_i^0 = y^{(i)}(t_0) (i=\overline{0, n})$ від $y(t_k) (k=\overline{1, m})$ на $t_0 \in [t_1, t_m]$ і аргументами $u^{(i)} (i=\overline{0, p})$ взяти похідні від $u(t_k) (k=\overline{1, m})$ на $t \in [t_1, t_m]$.

Степеневий поліном

$$P(\mu_0, \dots, \mu_n; \eta_0, \dots, \eta_p) = \sum_I c_I (\mu_0)^{i_0} \dots (\mu_n)^{i_n} \cdot (\eta_0)^{j_0} \dots (\eta_p)^{j_p} \quad (3)$$

має коефіцієнти c_I з мультиіндексами $I=(i_0 \dots i_n j_0 \dots j_p)$, які відповідають умові $i_0 + \dots + i_n + j_0 + \dots + j_p < r$, де r – ціле додатне число.

Для ідентифікації параметрів моделі розв'язано задачу мінімізації функціоналу Тихонова:

$$\min_c \left(\sum_{k=1}^m \left[y^{(n+1)}(t_k) - P(y(t_k), \dots, y^{(n)}(t_k); u(t_k), \dots, u^{(p)}(t_k)) \right]^2 + \alpha \sum_I c_I^2 \right), \quad (4)$$

де α – параметр регуляризації. Задачу (4) розв'язано за методом регуляризації, який полягає у виявленні та видаленні "зайвих" доданків з полінома (3) [2]. Для цього знайдено розв'язок c_I задачі (4) при незбурених похідних:

$$y^{(i)}(t_k), u^{(j)}(t_k) \quad (k=\overline{1, m}; i=\overline{0, n+1}; p=\overline{j, p}) \quad (5)$$

і розв'язок \tilde{c}_I задачі (4), в якій похідні взято з незначним (випадковим, рівномірно розподіленим) збуренням:

$$\begin{aligned} \tilde{y}^{(i)}(t_k) &= (1 + \beta) y^{(i)}(t_k); \quad \tilde{u}^{(j)}(t_k) = (1 + \beta) u^{(j)}(t_k); \\ &(k=\overline{1, m}; i=\overline{0, n+1}; p=\overline{j, p}). \end{aligned}$$

За відомими c_I, \tilde{c}_I вираховано відносні відхилення:

$$\delta_i = |(\tilde{c}_i - c_i) / \tilde{c}_i|,$$

де $(i=\overline{1, r})$ – номер коефіцієнта в поліномі (3); R – кількість коефіцієнтів.

Наступним кроком було видалення доданка з найбільшим відносним відхиленням $\sigma_i (i \in [1, R])$. Таке видалення доданків полінома (3) відбувалося, поки дійсна умова $\max_i \delta_i / \min_i \delta_i > \Delta_{\max}$, де Δ_{\max} встановлено експериментально.

Описаний метод ідентифікації моделі (2) за даними (1) вже було застосовано для моделювання радіотехнічних пристроїв, систем і процесів різної природи [1], що дало можливість удосконалити алгоритми та їх застосування для характеристики інших процесів.

Метою даної статті є вдосконалення базового алгоритму ідентифікації макромоделі для дослідження і прогнозного моделювання даних моніторингу земної поверхні й часових рядів координат GNSS-станцій. Особлива увага приділена розробці макромоделей впливу сонячної активності й припливних сил на сейсмічну активність і рівень інфразвуку земної поверхні та впливу сонячної активності й геосейсмічних процесів на зміни координат, що регулярно визначаються із GNSS-спостережень.

Виклад основного матеріалу дослідження. Вдосконалення алгоритмів диференціальної макромоделі. Під час розроблення макромоделей досліджено алгоритми їх ідентифікації, виписано рекомендації щодо вибору параметрів цих алгоритмів, уточнено структуру окремих рівнянь. Експериментально встановлено, що редуція полінома (3) видає вдалу модель, якщо параметр β приблизно дорівнює похибкам $\varepsilon_y, \varepsilon_u$ похідних (5), знайдених числовим диференціюванням. Регуляризоване числове диференціювання приводить до того, що ці похибки співмірні з похибкою заокруглення електронної подачі величин (1) у регістрах ЕОМ. Загалом для пошуку β застосовано алгоритм вибору такого збурення β , при якому порядок видалення елементів полінома (3) не залежить від його найменшої зміни.

Похідні (5) обчислено усередненням результатів числового диференціювання декількома ковзними



апроксимаційними поліномами, а також з допомогою згладжувальної апроксимації або інтерполяції сплайнами степеня, вищого принаймні на 3 порядки за n, p . В результаті отримано похідні (5) з відомою похибкою заокруглення. Вони відображують згладжені апроксимовані або інтерпольовані значення експериментальних величин (1). Параметри згладження й кількість вузлів інтерполяції при числовому диференціюванні (5) необхідно добирати так, щоб величини зберігали важливі дані, й "найстарші" похідні $u^{(p)}(t), y^{(n+1)}(t)$ не були тривіально вироджені.

При виборі значення параметра регуляризації α було обчислено залежність регуляризаційного функціонала Тихонова та окремих його доданків від цього параметра:

$$\begin{aligned} \Phi(\alpha) &= \sum_{k=1}^m [y^{(n+1)}(t_k)P(y^{(0)}(t_k), \dots, y^{(n)}(t_k), \\ & \quad u^{(0)}(t_k), \dots, u^{(p)}(t_k))]^2 + \alpha \sum_I C_I^2; \\ B(\alpha) &= \sum_{k=1}^m [y^{(n+1)}(t_k) - P(y^{(0)}(t_k), \dots, y^{(n)}(t_k), \\ & \quad u^{(0)}(t_k), \dots, u^{(p)}(t_k))]^2; \\ \Gamma(\alpha) &= \alpha \sum_I C_I^2. \end{aligned} \quad (6)$$

Також обчислено залежність відхилення між векторами модельованих величин і відповідних розв'язків рівнянь (2) (котрі самі залежать від α) від параметра регуляризації α :

$$\xi_i(\alpha) = \left\| [y^{(i)}(t_1), \dots, y^{(i)}(t_m)] - [y_i(\alpha, t_1), \dots, y_i(\alpha, t_m)] \right\|; \quad (i = \overline{0, n}).$$

Крім того, обчислено залежність від параметра α коефіцієнтів апроксимації $c_i(\alpha), \tilde{c}_i(\alpha)$ ($i = \overline{1, R}$) та відносних відхилень $\delta_i(\alpha)$ ($i = \overline{1, R}$).

Експериментально встановлено, що функціонали $\Phi(\alpha), \Gamma(\alpha), c_i(\alpha)$ ($i = \overline{1, R}$) мають спільну область швидких змін. Поза цією областю (при більших значеннях параметра регуляризації α) вони змінюються повільно або залишаються майже сталими. Функція $\xi_i(\alpha)$ ($i = \overline{0, n}$) також виявляє швидкі зміни поблизу початку координат і сповільнює зміну при більших α .

Для регуляризованого розв'язування задачі (6) необхідно вибрати значення α з області $[0, \alpha_{\max}]$, де $\Phi(\alpha), c_i(\alpha), \delta_i(\alpha)$ зазнають швидкої зміни, виконати редукцію і знайти α з умови мінімуму $\xi_0(\alpha)$. При цьому α необхідно обирати таким, щоб на кожному кроці редукції витримувалась умова $c_i(\alpha) > \varepsilon_u, \varepsilon_y$, інакше при $c_i(\alpha) \rightarrow 0$ розрахунки $\delta_i(\alpha)$ стають неможливими.

Відносне відхилення $\delta_i(\alpha)$ обчислене за однією з формул:

$$\delta_i = \left| \frac{\int_0^{\alpha_{\max}} [\tilde{c}_i(\alpha) - c_i(\alpha)] d\alpha}{\int_0^{\alpha_{\max}} c_i(\alpha) d\alpha} \right| \quad \text{або} \quad \delta_i = \left| \frac{(\tilde{c}_i - c_i + \varepsilon_1)}{\max(|c_i|, |\tilde{c}_i|) + \varepsilon_2} \right|$$

(де $\varepsilon_1, \varepsilon_2 \approx 10^{-20}$)

або видаленням елемента з індексу:

$$i = \arg \max_{i=\overline{1, R}} \left| \int_0^{\alpha_{\max}} \frac{[\tilde{c}_i(\alpha) - c_i(\alpha)]}{\tilde{c}_i(\alpha)} d\alpha \right|.$$

Для вдосконалення макромоделі (2) розширено апроксимаційний базис полінома (3) підвищенням n і p . Побудовано апроксимаційний базис за умовою $-r < i_0 + \dots + i_n + j_0 + \dots + j_p < r$, де r – ціле додатне число.

Застосовано регуляризовану дробово-раціональну апроксимацію:

$$\min_{a, b} \left(\sum_{k=1}^m \left[\sum_I a_I x_k^I - y^{(n+1)}(t_k) \sum_J b_J x_k^J \right]^2 + \alpha \left[\sum_I a_I^2 + \sum_J b_J^2 \right] \right),$$

де $A(x), B(x)$ – поліноми типу (3) з коефіцієнтами a, b та мультиіндексами I, J ;

$$x_k^I \equiv \left[(y^{(0)}(t_k))^{i_0}, \dots, (y^{(n)}(t_k))^{i_n}; (u^{(0)}(t_k))^{j_0}, \dots, (u^{(p)}(t_k))^{j_p} \right].$$

Щоб полегшити розв'язання задачі апроксимації (4), множину вузлів t_k згенеровано як випадкову вибірку з таким законом розподілу:

$$\rho(t_k) = (\rho_0 + |\tilde{y}^{(n+1)}(t)|) / \int_{t_1}^{t_m} (\rho_0 + |\tilde{y}^{(n+1)}(t)|) dt,$$

де ρ_0 – параметр густоти вузлів в околах мод цього розподілу.

Для окремих задач замість диференціювання (3) можна провести інтегрування:

$$\begin{aligned} \dot{y}_{-n+1} &= y_{-n+2}; \dot{y}_{-n+2} = y_{-n+3}; \dots \\ \dot{y}_0 &= P(y_{-n+1}, y_{-n+2}, \dots, y_0; u_{-p}, \dots, u_0); \\ \min_c \sum_{k=1}^m \left[y^{(1)}(t_k) - P(y^{(-n+1)}(t_k), y^{(-n+2)}(t_k), \dots, y^{(0)}(t_k), \right. \\ & \quad \left. u^{(-p)}(t_k), \dots, u^{(0)}(t_k)) \right]^2, \end{aligned}$$

де: $y^{(-i)} = \int y_0 dt^i$ ($i = \overline{1, n}$); $u^{(-j)} = \int u_0 dt^j$ ($j = \overline{1, p}$).

Додатково апроксимовану величину $y^{(n+1)}$ піднесено до степеня $q=3,5,7, \dots, n$:

$$\begin{aligned} \dot{y}_0 &= y_1; \dot{y}_1 = y_2; \dots; \dot{y}_n = P^{1/q}(y_0, y_1, \dots, y_n; u, u', \dots, u^{(p)}); \\ \min_c \sum_{k=1}^m \left[(y^{(n+1)}(t_k))^q - P(y(t_k), y'(t_k), \dots, y^{(n)}(t_k), u(t_k), \right. \\ & \quad \left. u'(t_k), \dots, u^{(p)}(t_k)) \right]^2. \end{aligned}$$

Завдяки цьому полегшено умови задачі (4), адже в $(y^{(n+1)})^q$ аргумент t має степінь, приблизно рівний степеню аргументу t в поліномі P , що спрощує апроксимацію.

Під час проектування моделей застосовано перехід від автономних до неавтономних структур і навпаки:

$$\begin{aligned} y^{(n+1)} &= P(\overbrace{y, y', \dots, y^{(n)}}^y; \overbrace{u_1^{(0)}, \dots, u_1^p}^{u_1}; \overbrace{u_2^{(0)}, \dots, u_2^p}^{u_2}, \dots) \Leftrightarrow \\ y^{(n+1)} &= P(y, y', \dots, y^{(n)}; u_{1n-p}, \dots, u_{1n}; u_{2n-p}, \dots, u_{2n}, \dots). \end{aligned}$$

Завдяки цьому спрощено розв'язання окремих задач, урізноманітнено підходи до такого розв'язування.



Для оцінювання прогнозної якості моделі (2), а також вирахування "зворотного прогнозу" рівняння (2) розв'язано в зворотному напрямі часу. Уточнено критерій завершення редукції. Апроксимаційний базис спрощується, якщо

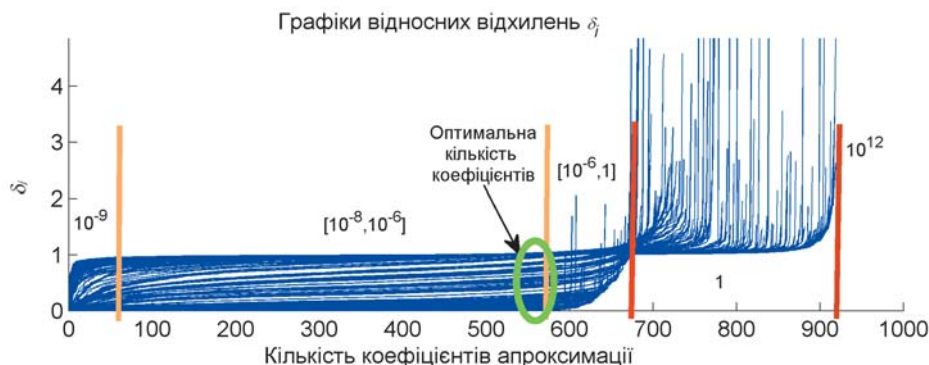
$$\frac{(\delta_R^s + \delta_{R-1}^s) - (\delta_{R-2}^s + \delta_{R-3}^s)}{(\delta_4^s + \delta_3^s) - (\delta_2^s + \delta_1^s)} < \Delta_{\max},$$

де $\delta_i^s (i=\overline{1, R})$ – названі вище відносні відхилення, відсортовані за зростанням; Δ_{\max} вибрано експериментально. Якщо поліном P містить небагато коефіцієнтів ($R < 100$), тоді за даної умови діаграма $\delta_i^s (i=\overline{1, R})$ має вигляд опуклої зростаючої функції.

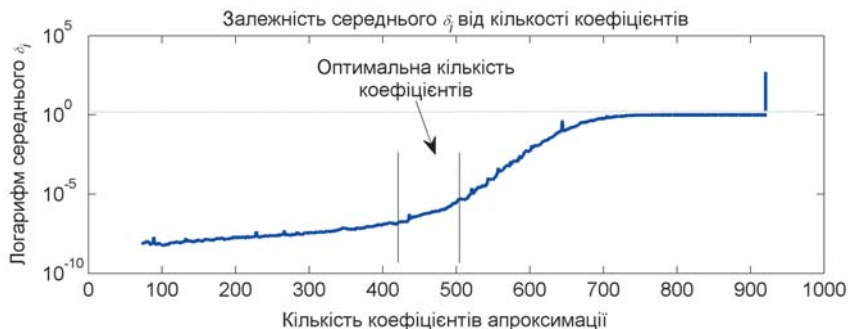
Якщо поліном P містить багато коефіцієнтів ($R > 900$), тоді залежність $\delta_i^s (i=\overline{1, R})$ має такі емпірично встановлені закономірності (мал. 1-3). При $R > R_4$ найбільші відносні відхилення сягають $\delta_i \approx 10^{12}$. У цьому проявляється некоректність постановки задачі ідентифікації досліджуваної моделі. При $R_3 < R \leq R_4$ переважна більшість відносних відхилень дорівнює одиниці ($\delta_i \approx 1$) і лише деякі з них перевищують одиницю майже на порядок. Тобто, при великому апроксимаційному базисі (з якого видалено "дуже невдалі" елементи), переважна більшість його елементів однаково залежить від похибок модельованих даних.

При $R_2 < R \leq R_3$ відносні відхилення зменшуються від $\delta_i \approx 1$ до $\delta_i \approx 10^{-6}$. Апроксимаційний базис, отриманий при максимальному R і при $\delta_i \approx 10^{-6}$, є найкращим, тому що подальше зменшення кількості доданків полінома збільшує похибку наближення (4). При $R_1 < R \leq R_2$ відносні відхилення зменшуються від $\delta_i \approx 10^{-6}$ до $\delta_i \approx 10^{-8}$, але точність апроксимації (4) погіршується. Тому найкращим є апроксимаційний базис з якомога більшою кількістю елементів за умови, що $\delta_i \approx 10^{-6}$ (на мал. 1 його позначено точкою R_2).

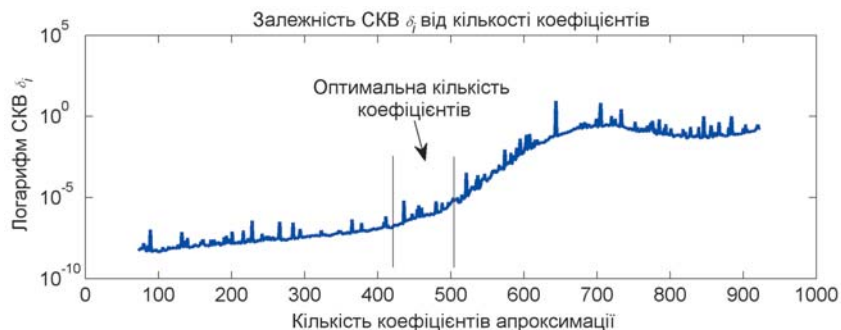
На мал. 2 показано залежності середнього від-



Мал. 1. Відсортовані в порядку зростання відносні відхилення $\delta_i^s (i=\overline{1, R})$, отримані в процесі редукції апроксимаційного базису $R=952,80$



Мал. 2. Середні значення відносних відхилень $\bar{\delta}(R) (i=\overline{1, R})$, відсортовані за кількістю доданків $R=952,80$ полінома P



Мал. 3. Середньоквадратичні відхилення $\delta_i (i=\overline{1, R})$, відсортовані за кількістю доданків $R=952,80$ полінома P

носного відхилення $\bar{\delta}(R) = (1/R) \sum_{i=1}^R \delta_i$ від кількості доданків полінома $R (R=952,80)$, а на мал. 3 – середньоквадратичних відхилень δ_i від такої самої кількості доданків. Обидва ці малюнки ілюструють метод вибору найкращої кількості елементів полінома P .

Якщо в моделі (2) вдало вибрано аргументи полінома P і апроксимаційний базис редукковано до $R \in [R_1, R_2]$, тоді похибка наближення буде такою:

$$\Delta(t) = y^{(n+1)} - P(t).$$

Це дає підстави записати моделювальні рівняння (2) із врахуванням залишкового доданка

$$\frac{dy_i}{dt} = y_{i+1}; \quad (i = \overline{0, n-1});$$

$$\frac{dy_n}{dt} = P(y_0, \dots, y_n;$$

$$u^{(0)}, \dots, u^{(p)}) + \Delta(t)$$

або змоделювати залишковий доданок структурою (2):

$$\frac{dy_i}{dt} = y_{i+1}; \quad (i = \overline{0, n-1});$$

$$\frac{dy_n}{dt} = P(y_0, \dots, y_n;$$

$$u^{(0)}, \dots, u^{(p)}) + \Delta_0(t);$$

$$\frac{d\Delta_i}{dt} = \Delta_{i+1}; \quad (i = \overline{0, \bar{n}-1});$$

$$\frac{d\Delta_{\bar{n}}}{dt} = P_{\Delta}(\Delta_0, \dots, \Delta_{\bar{n}}),$$



де \bar{n} – кількість рівнянь, якими змодельовано $\Delta(t)$.

Експериментально встановлено, що описана вище ідентифікація моделі за методом найменших квадратів дає краще наближення, ніж апроксимація мінімізацією максимального відхилення [7]. Це пов'язано з тим, що під час розв'язування рівнянь (4) інтегрально накопичується похибка, викликана відхиленням $y^{(n+1)}-P(t)$. Метод найменших квадратів мінімізує інтеграл від похибки. Апроксимація Чебишова мінімізує максимальне значення похибки, а не інтеграл від нього.

Обчислювальні експерименти з неавтономною макромоделлю з пробними вхідними впливами $u(t)$ показують, що модель зберігає точність при зміні $u(t)$ на 20 % у порівнянні з експериментальними значеннями входу (1) [7].

Описані моделі й методи їх уточнення надають засоби дослідження і прогнозного моделювання даних моніторингу земної поверхні й часових рядів координат, що визначаються на перманентних GNSS-станціях [14].

Модель впливу сонячної активності й припливних сил на сейсмічну активність. Для багатьох практичних задач важливо отримувати прогнози геосейсмічної активності за даними моніторингу земної поверхні й навколосемного простору. З огляду на це і було поставлено завдання розробити макромоделю впливу сонячної активності $s(t)$ й припливних сил на геосейсмічну активність $g(t)$ і рівень інфразвуку земної поверхні $z(t)$. У працях [5,6] описано макромоделю залежності $g(t)$ і $z(t)$ від $s(t)$:

$$\begin{aligned} \dot{s}_i &= s_{i+1}; (i = \overline{0,4}); & \dot{s}_5 &= P_s(s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5); \\ \dot{g}_i &= g_{i+1}; (i = \overline{0,4}); & \dot{g}_5 &= P_g(s_4, s_5, g_0, g_1, g_2, g_3, g_4, g_5); \\ \dot{z}_i &= z_{i+1}; (i = \overline{0,4}); & \dot{z}_5 &= P_z(s_4, s_5, g_4, g_5, z_0, z_1, z_2, z_3, z_4, z_5) \end{aligned}$$

та аналогічної неавтономної моделі:

$$\begin{aligned} \dot{g}_i &= g_{i+1}; (i = \overline{0,4}); & \dot{g}_5 &= P_g(s^{(0)}, s^{(1)}, g_0, g_1, g_2, g_3, g_4, g_5); \\ \dot{z}_i &= z_{i+1}; (i = \overline{0,4}); & \dot{z}_5 &= P_z(s^{(0)}, s^{(1)}, g_4, g_5, z_0, z_1, z_2, z_3, z_4, z_5). \end{aligned}$$

За цими моделями отримано розв'язки прийнятної точності. Зі структури цих рівнянь випливає, що сонячна активність впливає на стан сейсмічних процесів Землі, які в свою чергу позначаються на рівні інфразвуку на її поверхні.

Сейсмічна активність земної поверхні залежить від припливних сил, викликаних гравітаційним притяганням Місяця. Щоб врахувати цей вплив, у модель добавлено куту висоту Місяця $h(t)$ і величину $\varphi(t)$, що передає його азимут [13].

Хоч величини $h(t)$, $\varphi(t)$ не відображують векторного поля припливних сил біля земної поверхні, але їх зміна з часом пов'язана зі зміною напрямку і модуля ефективної припливної сили Місяця на поверхні Землі. Тому $h(t)$, $\varphi(t)$ придатні для

моделювання впливу сили тяжіння Місяця на локальну геосейсмічну активність та інфразвук земної поверхні.

Нехай $h(t_k)$, $\varphi(t_k)$ ($k = \overline{1, m}$) – відомі значення відповідно куту висоти Місяця і азимутальної проекції на полярну вісь одиничного радіуса-вектора, спрямованого на Місяць з точки на поверхні Землі, де експериментально встановлено геосейсмічну активність $g(t_k)$ ($k = \overline{1, m}$) і рівень інфразвуку $z(t_k)$ ($k = \overline{1, m}$). Величини $h(t_k)$, $\varphi(t_k)$ отримано на основі [13]. Для моделювання взято значення $h(t)$, $\varphi(t)$ за 1999 рік.

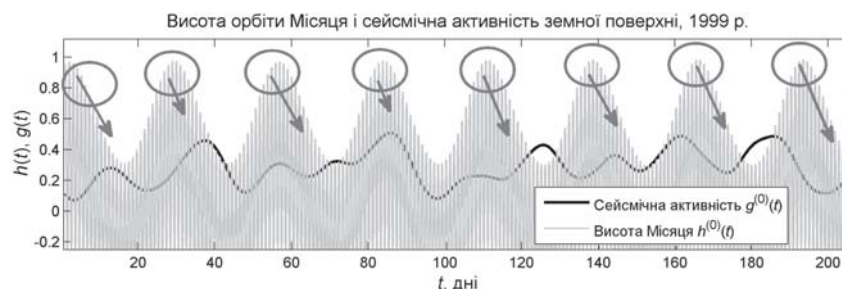
Зіставивши графіки експериментально вимірених величин $g(t_k)$ та висоти $h(t_k)$ ($k = \overline{1, m}$), виявили, що в період спостережень збільшення куту висоти орбіти Місяця над горизонтом спричинило синфазне підвищення сейсмічної активності у вибраній географічній точці спостереження.

Запізнення між максимальною висотою орбіти Місяця і максимумом сейсмічної активності становить 5-10 днів. Таке синфазно-запізнене зростання сейсмічної активності $g(t)$ після апогею куту висоти орбіти Місяця $h(t)$ зображено на мал. 4. Кружечками на ньому помічено область найбільшої висоти орбіти Місяця, стрілками – синфазний максимум сейсмічної активності. Малюнок ілюструє ситуацію, типову для перших 200-от днів 1999 року.

Величини $s(t)$, $h(t)$, $\varphi(t)$ з їх похідними впливають на сейсмічну активність $g(t)$. Величини $s(t)$, $h(t)$, $\varphi(t)$, $g(t)$ з їх похідними впливають на інфразвук $z(t)$. Тому відповідно до структури макромоделі вибрано такі рівняння:

$$\begin{aligned} \dot{g}_0 &= g_1; \dot{g}_1 = g_2; \dot{g}_2 = g_3; \\ \dot{g}_4 &= P_g(S^{(0)}, S^{(1)}, S^{(2)}, S^{(3)}, h^{(0)}, h^{(1)}, h^{(2)}, h^{(3)}, \\ &\varphi^{(0)}, \varphi^{(1)}, \varphi^{(2)}, \varphi^{(3)}, g_0, g_1, g_2); \\ \dot{z}_0 &= z_1; \dot{z}_1 = z_2; \dot{z}_2 = z_3; \\ \dot{z}_4 &= P_z(S^{(0)}, S^{(1)}, S^{(2)}, S^{(3)}, h^{(0)}, h^{(1)}, h^{(2)}, h^{(3)}, \\ &\varphi^{(0)}, \varphi^{(1)}, \varphi^{(2)}, \varphi^{(3)}, g_0, g_1, g_2, z_0, z_1, z_2). \end{aligned}$$

За допомогою цієї моделі отримано вдаль наближення сейсмічної активності та інфразвуку земної поверхні. Дана модель зберігає прийнятну точність на відрізку часу тривалістю понад місяць.



Мал. 4. Нормовані значення куту висоти Місяця і сейсмічної активності з регулярним впливом висоти його орбіти на сейсмічну активність



Цього достатньо для її застосування в системах моніторингу для опрацювання даних вимірювання та прогнозування.

Результати розроблення моделі дають підставу для такого висновку: геосейсмічна активність і рівень інфразвуку земної поверхні залежать від миттєвої кутової висоти Місяця та кутової висоти його орбіти. Розв'язки цієї моделі описують дану залежність кількісно.

Вплив сонячної та геосейсмічної активності на зміну координат GNSS-станцій. Відомо, що координати GNSS-станцій містять специфічну швидкозмінну складову, яку пов'язують з похибкою вимірювання [9, 10]. Щоб удосконалити визначення координат, важливо з'ясувати, як на їх зміну впливають фізичні процеси, що відбуваються в навколосемному просторі. У зв'язку з цим було поставлено завдання побудувати макромодель впливу сонячної активності й геосейсмічних процесів на малі зміни координат, що регулярно визначаються на GNSS-станціях [14].

Для розв'язання цього завдання ми вирішили дослідити зміни координат GNSS-станцій за 1999 р., протягом якого відбулися типові зміни сонячної активності й рідкісна подія сильної локальної геосейсмічної активності й коливання сили інфразвуку земної поверхні (мова про землетрус того року). Для досліджень було відібрано річний набір координат перманентної GNSS-станції JOZE:

$$\bar{x}(t_k), \bar{y}(t_k), \bar{z}(t_k) \quad (k = \overline{1, \bar{m}}), \quad (7)$$

де \bar{m} – кількість значень; t_k – моменти вимірювання, які відповідають щоденним значенням.

Вибір станції був пов'язаний з тим, що вона на той період часу вже пропрацювала 4 роки, а її координати і, особливо, швидкості їх зміни були достатньо надійно визначені.

Щоб описати вплив геосейсмічних процесів, було взято значення показника геосейсмічної активності $g(t)$ й інфразвуку земної поверхні $v(t)$:

$$g(tk), v(tk) \quad (k = \overline{1, \bar{m}}), \quad (8)$$

виміряні в ті ж моменти часу.

Вплив сонячної активності опишемо з урахуванням щоденної кількості спалахів на Сонці:

$$\bar{s}(t_k) \quad (k = \overline{1, \bar{m}}). \quad (9)$$

Додатково було враховано також вплив Місяця: його кутову висоту над горизонтом $h(t)$ у місцевості, де розміщена станція JOZE (поблизу Варшави), і довжину проекції на полярну вісь Землі $\varphi(t)$ одиничного радіуса-вектора, спрямованого з місцевості вимірювання координат на Місяць. Проте в ході редукції ці величини були "автоматично" вилучені з моделі.

На основі щоденних даних (7-9) за допомогою згладжувальної сплайн-апроксимації обчислено їх згладжені щогодинні значення:

$$x(t_k), y(t_k), z(t_k), s(t_k), g(t_k), v(t_k) \quad (k = \overline{1, m}),$$

де m – кількість щогодинних значень. Згладження

було проведено, щоб полегшити розв'язання задачі (4) для виявлення впливу s, g, v на координати x, y, z .

Для моделювання впливу процесів у навколосемному просторі на точність визначення координат розроблено макромодель з такою структурою:

$$\begin{aligned} x'_i &= x_{i+1}; \quad (i = \overline{0, 2}); \\ x'_3 &= P_x(x_0, x_1, x_2, x_3, y_2, y_3, z_2, z_3, s, s', g, g', v, v'); \\ y'_i &= y_{i+1}; \quad (i = \overline{0, 2}); \\ y'_3 &= P_y(x_2, x_3, y_0, y_1, y_2, y_3, z_2, z_3, s, s', g, g', v, v'); \\ z'_i &= z_{i+1}; \quad (i = \overline{0, 2}); \\ z'_3 &= P_z(x_2, x_3, y_2, y_3, z_0, z_1, z_2, z_3, s, s', g, g', v, v'), \quad (10) \end{aligned}$$

де P_x, P_y, P_z – поліноми від багатьох аргументів, вибраних так, щоб відобразити вплив зовнішніх чинників на координати. Параметри цих поліномів обчислено з ідентифікаційного виразу:

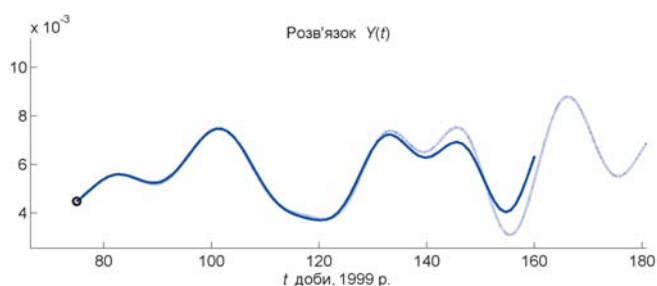
$$\min_{c_{I\xi}} \left(\sum_{k=1}^m [\xi^{(4)}(t_k) - S_\xi(t_k)]^2 + \alpha_\xi \sum_{I\xi} c_{I\xi}^2 \right) \quad (\xi = x, y, z), \quad (11)$$

де $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$ – параметри регуляризації. Символами $S_x(t), S_y(t), S_z(t)$ позначено:

$$\begin{aligned} S_x(t) &= P_x(x_0(t), x_1(t), x_2(t), x_3(t), y_2(t), y_3(t), \\ &\quad z_2(t), z_3(t), s(t), s'(t), g(t), g'(t), v(t), v'(t)); \\ S_y(t) &= P_y(x_2(t), x_3(t), y_0(t), y_1(t), y_2(t), y_3(t), \\ &\quad z_2(t), z_3(t), s(t), s'(t), g(t), g'(t), v(t), v'(t)); \\ S_z(t) &= P_z(x_2(t), x_3(t), y_2(t), y_3(t), z_0(t), z_1(t), \\ &\quad z_2(t), z_3(t), s(t), s'(t), g(t), g'(t), v(t), v'(t)). \end{aligned}$$

При повному наборі коефіцієнтів кожен з поліномів P_x, P_y, P_z 3-го степеня має 680 доданків. Після редукції кількість коефіцієнтів у поліномах зменшилась до 118-123-х елементів. Апроксимація четвертих похідних від координат $x^{(4)}(t), y^{(4)}(t), z^{(4)}(t)$ поліномами багатьох аргументів (11) є достатньо точною [5,6]. Це дає підстави вважати, що у межах досягнутої точності чинники s, g, v динамічно впливають на зміну координат x, y, z . На мал. 5 зображено наближення координати $y(t)$ за допомогою моделей (10-11).

На мал. 6 показано зміну похибки наближення $\Delta y = y^{(4)} - P_y$ ($t \in [t_1, t_m]$), яка має вигляд певного

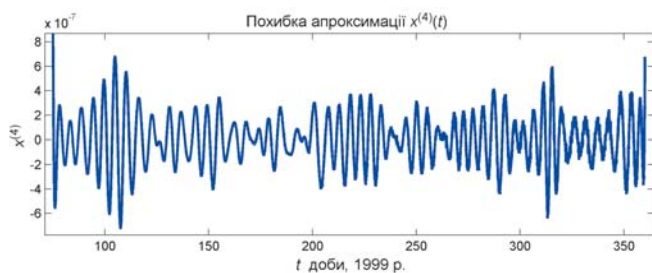


Мал. 5. Зміни згладженої координати $y(t)$ (крапки) та наближення $y_0(t)$, вираховане за моделлю (10).



динамічного процесу. Тому можна припустити, що похибки $\Delta_x(t)$, $\Delta_y(t)$, $\Delta_z(t)$ містять невраховану компоненту зовнішнього впливу на визначення координат.

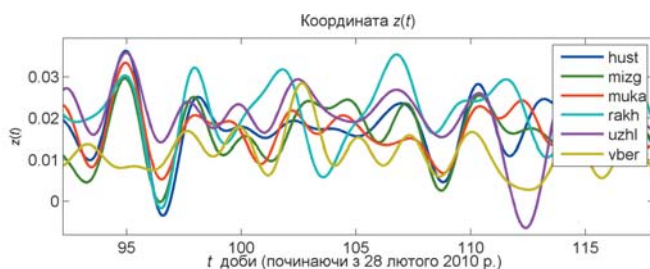
Автокореляційні інтеграли від $\Delta_x(t)$, $\Delta_y(t)$, $\Delta_z(t)$ мають середні максимуми шириною близько 16-ти діб. Це вказує на тривалість прийнятного прогнозного розв'язку моделі (10).



Мал. 6. Похибки наближення $x^{(4)}-P_x$

Модель зміни координат близьких референцних станцій. Можемо припустити, що вплив фізичних процесів, які відбуваються у навколосемному просторі та які пов'язують із сонячною і геосейсмічною активністю, буде синфазно позначатися на змінах координат GNSS-станцій, розташованих в одному географічному районі та на близьких відстанях. Щоб дослідити особливості цих змін, ми поставили перед собою завдання розробити макромодель коливних складових координат найближчих GNSS-станцій.

Для даного дослідження добре підходять GNSS-станції, що розташовані на території Закарпаття і входять у мережу референцних станцій ZAKPOS (станції HUST, MIZG, MUKA, RAKH, VBER) [15] та мережу EPN (UZHL) [14]. Повнішу інформацію про визначення координат станцій мережі можна знайти в [1, 8]. При аналізі змін координат цих станцій за 2010 р. виявлено, що в малих змінах координат проявляються характерні синфазні коливання (мал. 7).



Мал. 7. Зміни координат GNSS-станцій на території Закарпаття

Для моделювання коливних складових координат взято часовий ряд координат GNSS-станцій:

$$x_i(t_k), y_i(t_k), z_i(t_k) \quad (k = \overline{1, m}; i = \overline{1, n}), \quad (12)$$

де x_i, y_i, z_i – координати i -ї станції; n – кількість станцій ($i = \text{HUST, MIZG, MUKA, RAKH, UZHL, VBER}$); t_k – моменти визначення координат; m –

кількість таких вимірювань.

За (12) побудовано модель

$$\begin{aligned} (x_i^{\text{hust}})' &= x_{i+1}^{\text{hust}}; \quad (i = \overline{0, 4}); \\ (x_5^{\text{hust}})' &= P_{\text{hust}}(x_0^{\text{hust}}, \dots, x_5^{\text{hust}}; x_0^{\text{rakh}}, \dots, x_5^{\text{rakh}}); \\ (x_i^{\text{rakh}})' &= x_{i+1}^{\text{rakh}}; \quad (i = \overline{0, 4}); \\ (x_5^{\text{rakh}})' &= P_{\text{rakh}}(x_0^{\text{hust}}, \dots, x_5^{\text{hust}}; x_0^{\text{rakh}}, \dots, x_5^{\text{rakh}}), \end{aligned} \quad (13)$$

де $P_{\text{hust}}, P_{\text{rakh}}$ – степеневі поліноми від багатьох аргументів. Їхні коефіцієнти встановлено з розв'язку задач типу (4). Розв'язки $x_0^{\text{hust}}, x_0^{\text{rakh}}$ рівнянь (13) моделюють координати $x_{\text{hust}}, x_{\text{rakh}}$. Систему (12) вибрано з міркувань, що коливання координат двох сусідніх станцій динамічно залежні.

Розв'язки моделі (13) мають прийнятну точність приблизно упродовж доби. Це вказує на складнішу залежність між координатами сусідніх станцій.

Припустимо, що короткотривалі зміни координат (див. мал. 7) залежать від локального впливу навколосемного середовища. Побудуємо макромодель координат станції MUKA за змінами координат близьких станцій HUST, MIZG, RAKH, UZHL, VBER. Для ідентифікації моделі (12) узято дані за проміжок часу від 28.02.2010 р. до 04.09.2010 р.

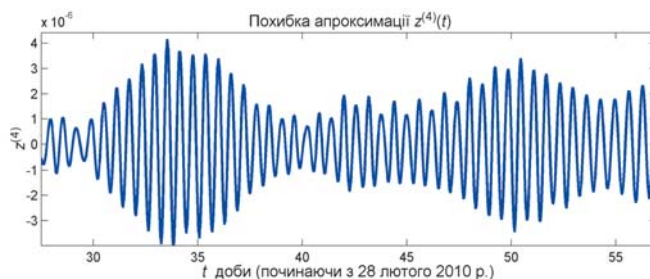
Координати станції MUKA змодельовано системою з 12-ти рівнянь:

$$\begin{aligned} (x_i^{\text{muka}})' &= x_{i+1}^{\text{muka}}; \quad (i = \overline{0, 2}); \quad (x_3^{\text{muka}})' = P_x(b_x); \\ (y_i^{\text{muka}})' &= y_{i+1}^{\text{muka}}; \quad (i = \overline{0, 2}); \quad (y_3^{\text{muka}})' = P_y(b_y); \\ (z_i^{\text{muka}})' &= z_{i+1}^{\text{muka}}; \quad (i = \overline{0, 2}); \quad (z_3^{\text{muka}})' = P_z(b_z), \end{aligned} \quad (14)$$

де P_x, P_y, P_z – поліноми від багатьох аргументів b_x, b_y, b_z . Параметри цих поліномів знайдено з розв'язку ідентифікаційних задач типу (4). Розв'язки $x_{\text{muka}}^0, y_{\text{muka}}^0, z_{\text{muka}}^0$ моделюють змінні складові координат $x_{\text{muka}}, y_{\text{muka}}, z_{\text{muka}}$ станції MUKA.

Аргументами b_x, b_y, b_z поліномів вибрано 38 параметрів (див. таблицю). Це координати станції MUKA і решти станцій ZAKPOS та похідні від них. При повному наборі аргументів кожен з поліномів (третього степеня) має 952 доданки. Прийнятну точність апроксимації (4) отримано при кількості елементів поліномів 480-600 доданків.

Залежності похибок апроксимації (див. мал. 6 і 8) мають вигляд кривих з певними регулярними коливаннями. Амплітуда цих коливань повільно затухає при збільшенні кількості доданків у полі-



Мал. 8. Похибки наближення $z_{\text{muka}}^{(4)}-P_z$



номах багатьох аргументів. З цього випливає висновок, що всі аргументи, вибрані для апроксимації поліномами P_x, P_y, P_z , мають динамічний зв'язок зі зміною координат станції МУКА, хоч така кількість аргументів і надмірна.

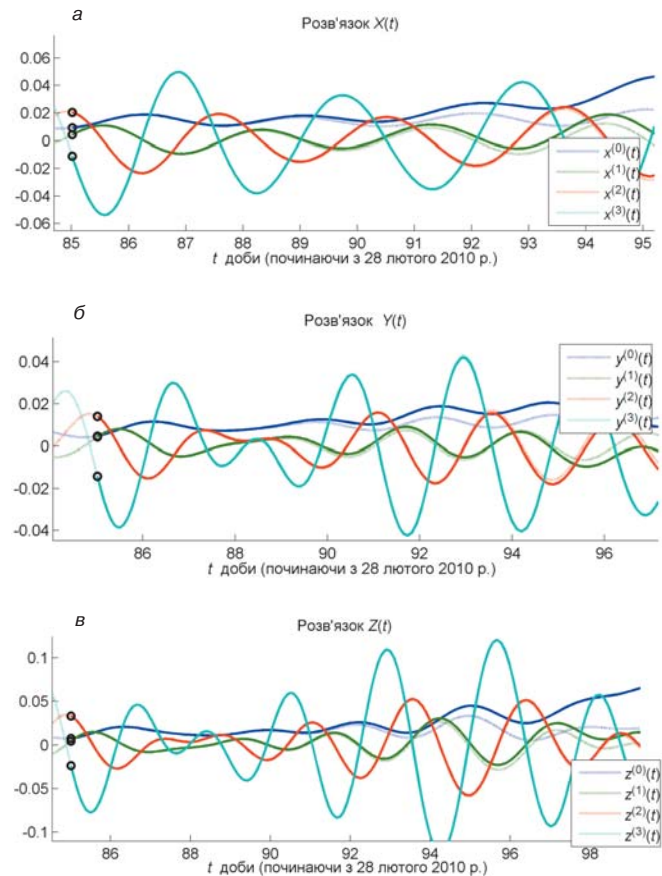
Графічне зображення розв'язків $x_i^{muka}, y_i^{muka}, z_i^{muka}$, і відповідних їм похідних $x_{muka}^{(i)}, y_{muka}^{(i)}, z_{muka}^{(i)}$ ($i=0,3$) дано на мал. 9. Прийнятна точність отриманих розв'язків показує, що координати станції МУКА динамічно пов'язані з координатами інших станцій ЗАКРОС.

У результаті редукції апроксимаційного базису до приблизно 500-от коефіцієнтів аргументами поліномів залишено лише доданки з координатами станцій RAKH, UZLH, VBER (видалено з апроксимаційного базису всі доданки з координатами станцій HUST, MIZG). Такий результат редукції означає, що зовнішній чинник, який впливає на виникнення похибки визначення координат близьких GNSS-станцій, має просторовий розмір приблизно 70-150 км, а дані (12), взяті для моделювання, описують його з надмірністю.

Цей висновок не суперечить припущенню про вплив іоносферних процесів на виникнення локально-систематичної похибки при визначенні координат GNSS-станцій.

З мал. 9 видно, що модель (13) має прийнятну точність упродовж 5-9-ти діб. Це непрямо вказує на часовий масштаб факторів, які викликають похибки координат.

Розроблення моделі динамічної залежності координат однієї зі станцій мережі ЗАКРОС від координат решти станцій показує, що просторові й часові характеристики такої залежності пов'язані з відстанями 70-150 км і часовими проміжками у 5-9 діб. Такі характеристики приблизно однотипної динамічної залежності координат однієї станції від координат решти не суперечать припущенню, що похибка визначення координат на GNSS-станціях пов'язана з середньомасштабними змінами в іоносфері.



Мал. 9. Похідні: а - $x_{muka}^{(i)}(t)$; б - $y_{muka}^{(i)}(t)$; в - $z_{muka}^{(i)}(t)$ ($i=0,3$) (крапки) та їх наближення, отримані з розв'язку моделі (14)

Висновки. 1. Модель впливу сонячної активності й припливних сил на сейсмічні прояви придатна для застосування в системах моніторингу з прийнятною точністю.

2. Модель впливу геосейсмічних процесів, Сонця і Місяця на незначні зміни координат GNSS-станцій підтверджує наше припущення про те, що в межах досягнутої точності чинники s, g, v

Перелік аргументів b_x, b_y, b_z у поліномах

	Аргументи полінома
b_x	$x_{hust}^{(0)}, x_{hust}^{(1)}, y_{hust}^{(0)}, y_{hust}^{(1)}, z_{hust}^{(0)}, z_{hust}^{(1)}, x_{mizg}^{(0)}, x_{mizg}^{(1)}, y_{mizg}^{(0)}, y_{mizg}^{(1)}, z_{mizg}^{(0)}, z_{mizg}^{(1)}, x_{muka}^{(0)}, x_{muka}^{(1)}, x_{muka}^{(2)}, x_{muka}^{(3)}, y_{muka}^{(2)}, y_{muka}^{(3)}, z_{muka}^{(2)}, z_{muka}^{(3)}, x_{rakh}^{(0)}, x_{rakh}^{(1)}, y_{rakh}^{(0)}, y_{rakh}^{(1)}, z_{rakh}^{(0)}, z_{rakh}^{(1)}, x_{uzhl}^{(0)}, x_{uzhl}^{(1)}, y_{uzhl}^{(0)}, y_{uzhl}^{(1)}, z_{uzhl}^{(0)}, z_{uzhl}^{(1)}, x_{vber}^{(0)}, x_{vber}^{(1)}, y_{vber}^{(0)}, y_{vber}^{(1)}, z_{vber}^{(0)}, z_{vber}^{(1)}$
b_y	$x_{hust}^{(0)}, x_{hust}^{(1)}, y_{hust}^{(0)}, y_{hust}^{(1)}, z_{hust}^{(0)}, z_{hust}^{(1)}, x_{mizg}^{(0)}, x_{mizg}^{(1)}, y_{mizg}^{(0)}, y_{mizg}^{(1)}, z_{mizg}^{(0)}, z_{mizg}^{(1)}, x_{muka}^{(0)}, x_{muka}^{(1)}, y_{muka}^{(0)}, y_{muka}^{(1)}, y_{muka}^{(2)}, y_{muka}^{(3)}, z_{muka}^{(2)}, z_{muka}^{(3)}, x_{rakh}^{(0)}, x_{rakh}^{(1)}, y_{rakh}^{(0)}, y_{rakh}^{(1)}, z_{rakh}^{(0)}, z_{rakh}^{(1)}, x_{uzhl}^{(0)}, x_{uzhl}^{(1)}, y_{uzhl}^{(0)}, y_{uzhl}^{(1)}, z_{uzhl}^{(0)}, z_{uzhl}^{(1)}, x_{vber}^{(0)}, x_{vber}^{(1)}, y_{vber}^{(0)}, y_{vber}^{(1)}, z_{vber}^{(0)}, z_{vber}^{(1)}$
b_z	$x_{hust}^{(0)}, x_{hust}^{(1)}, y_{hust}^{(0)}, y_{hust}^{(1)}, z_{hust}^{(0)}, z_{hust}^{(1)}, x_{mizg}^{(0)}, x_{mizg}^{(1)}, y_{mizg}^{(0)}, y_{mizg}^{(1)}, z_{mizg}^{(0)}, z_{mizg}^{(1)}, x_{muka}^{(0)}, x_{muka}^{(1)}, y_{muka}^{(2)}, y_{muka}^{(3)}, z_{muka}^{(0)}, z_{muka}^{(1)}, z_{muka}^{(2)}, z_{muka}^{(3)}, x_{rakh}^{(0)}, x_{rakh}^{(1)}, y_{rakh}^{(0)}, y_{rakh}^{(1)}, z_{rakh}^{(0)}, z_{rakh}^{(1)}, x_{uzhl}^{(0)}, x_{uzhl}^{(1)}, y_{uzhl}^{(0)}, y_{uzhl}^{(1)}, z_{uzhl}^{(0)}, z_{uzhl}^{(1)}, x_{vber}^{(0)}, x_{vber}^{(1)}, y_{vber}^{(0)}, y_{vber}^{(1)}, z_{vber}^{(0)}, z_{vber}^{(1)}$



динамічно впливають на координати x, y, z .

3. Розроблення моделі динамічної залежності координат однієї зі станцій мережі ZAKPOS від координат сусідніх станцій показує, що просторові й часові характеристики такої залежності пов'язані з відстанями 70-150 км і часовими проміжками в 5-9 діб.

4. Дослідження динаміки змін координат GNSS-станцій відкривають шлях для складання прогнозів, що розширює сферу практичного застосування даних GNSS-спостережень.

Література

1. Гринишина-Полога, О.Я. Порівняльна характеристика визначення координат активних референціальних станцій мережі UA-EUPOS/ZAKPOS за даними спостережень 2009-2010 рр. [Текст] / О.Я. Гринишина-Полога // Геодез., картогр. і аерофотознім. – 2010. – № 73. – С. 7-14.

2. Курганевич, А. Регуляризація задачі ідентифікації макромоделей нелінійних динамічних систем методом редукції апроксимаційного базису [Текст] / А. Курганевич, Я. Матвійчук // Теоретична електротехніка. – 2000. – Вип. 55. – С. 31-36.

3. Матвійчук, Я.М. Математичне макромоделювання динамічних систем: теорія і практика [Текст] / Я.М. Матвійчук. – Л.: Вид-во ЛНУ, 2000. – 214 с.

4. Матвійчук, Я.М. Регуляризована ідентифікація динамічних прогностичних макромоделей [Текст] / Я.М. Матвійчук, В.К. Паучок // Теоретична електротехніка. – 2003. – Вип. 57. – С. 13-18.

5. Матвійчук, Я.М. Постановка задачі макромоделювання гео-геліогенних величин [Текст] / Я.М. Матвійчук, В.К. Паучок // Вісн. НУ "Львівська політехніка" "Телекомунікації і радіоелектроніка". – 2006. – № 557. – С. 171-173.

6. Матвійчук, Я.М. Макромоделі гео-геліогенних ве-

личин, ідентифіковані за експериментальними даними [Текст] / Я.М. Матвійчук, В.К. Паучок // Моделирование 2008: сб. тр. науч. конф. – 14-16 мая 2008 г. – Т. 1. – С. 114-118.

7. Матвійчук, Я.М. Апроксимація математичних макромоделей електронних пристроїв [Текст] / Я. Матвійчук, П. Малахівський // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. – 2011. – Вип. 14. – С. 78-86.

8. Савчук, С.Г. Встановлення вихідних координат референціальних станцій мережі ZAKPOS [Текст] / С.Г. Савчук, О.Я. Гринишина-Полога // Геодез., картогр. і аерофотознім. – 2009. – № 72. – С. 3-13.

9. Янків-Вітковська, Л.М. До питання аналізу систематичних похибок координат перманентної GPS-станції SULP [Текст] / Л.М. Янків-Вітковська, С.Г. Савчук, В.К. Паучок // Вісн. геодез. та картогр. – 2007. – № 5. – С. 9-13.

10. Янків-Вітковська, Л.М. Дослідження динаміки змін координат перманентних GPS-станцій [Текст] / Л.М. Янків-Вітковська, С.Г. Савчук, В.К. Паучок // Вісн. геодез. та картогр. – 2008. – № 1. – С. 7-12.

11. Янків-Вітковська, Л.М. Дослідження динаміки змін координат GPS-станцій для прогнозування їх точності [Текст] // Геодез., картогр. і аерофотознім. – 2011. – Вип. 74. – С. 77-82.

12. Янків-Вітковська, Л.М. Про кореляційний зв'язок геодезичних і геосейсмічних процесів [Текст] // Геодез., картогр. і аерофотознім. – 2011. – Вип. 75. – С. 36-52.

Інтернет-джерела

13. *Elevation and Azimuth of the Moon.* – <http://www.jgiesen.de/elevazmoon/>

14. *EPN – Європейська перманентна мережа.* – <http://www.epncb.oma.be/>

15. *ZAKPOS – мережа референціальних GNSS-станцій.* – <http://zakpos.zakgeo.com.ua/>

Надійшла 28.03.12

* * *

УДК 556.5:528.02

С. Д. Крячок, Л. С. Мамонтова

ВРАХУВАННЯ ВЕРТИКАЛЬНОЇ РЕФРАКЦІЇ ПІД ЧАС ГІДРОМЕТРИЧНИХ РОБІТ

Доказана принципиальна можливість измерения и учета влияния атмосферного оптического клина при нивелировании. Действие атмосферного оптического клина смоделировано в лаборатории инженерно-строительного факультета Черниговского государственного института экономики и управления.

It is proved the principal possibility of measuring and taking into account the influence of atmospheric optical wedge during leveling. The influence of atmospheric optical wedge is modelled in the laboratory of Civil Engineering Faculty of Chernihiv State Institute of Economics and Management.

Постановка проблеми. Виконання гідрометричних робіт часто пов'язане з необхідністю прокладання нівелірних ходів через водні акваторії для передачі висот на водомірні пристрої. В таких випадках на

результати нівелювання сильно впливають зміни температури, густини та вологості повітря на шляху проходження візирного променя. Виникає ефект викривлення світлових променів, що йдуть від рейки до нівеліра. Тому в ході вимірювань особливу увагу слід звертати на вертикальну рефракцію, що впливає на

© С. Д. Крячок, Л. С. Мамонтова, 2012