



РОЗРАХУНОК ПРОЕКТУ МІСЬКОЇ ПОЛІГОНОМЕТРІЇ

Расчет и составление проекта городской полигонометрии должны базироваться на вероятностном подходе. В статье анализируются методы теории надежности, марковские случайные процессы, дифференциальные уравнения Колмогорова. Описываются модели функционирования ходов полигонометрии как систем, приводятся формулы надежности проложения хода. С использованием этих формул разработана методика с примерами расчетов средних длин сторон для заранее запроектированной надежности, которая не должна выходить за пределы интервала от 0,3 до 0,6.

Calculation and drafting of city polygonometry should be based on probability approach. The methods of reliability theory, Markov random processes, Kolmogorov differential equations are analysed in the paper. The models of functioning of polygonometric traverses as systems are described; the formulas of reliability of traverses construction are given. Using the formulas a technique has been developed with the examples of average lengths calculating for predetermined reliability, which should be within the range from 0,3 to 0,6.

Постановка проблеми. Розрахунок проекту міської полігонометрії є дуже непростим завданням, оскільки він потребує використання одночасно кількох сучасних наукових методів, які, здавалося б, не мають ніякого відношення до геодезії. То ж як складаються такі проекти?

Спочатку в місті визначають основні магістралі та вулиці, намічають місця встановлення пунктів, намічають довжини ходів та кількість пунктів у тій чи іншій полігонометрії, а потім розраховують кошторис. Але такий підхід до топографічних знімань в інженерній геодезії майбутнього (на найближчі 12-15 років) вважаю неперспективним.

На сучасному етапі розвитку науки неможливо обійтись без імовірнісного підходу до розрахунків будь-яких систем, механізмів, апаратів, будівель тощо, у т. ч. й полігонометричних мереж, які з плинною часу трансформуються. Особливо це стосується використання методів теорії надійності. Саме на цьому принципі й повинна будуватись модель функціонування мережі та розрахунок проекту.

Розв'язання проблеми. Спершу створюється модель функціонування полігонометричної мережі міста, що є найважливішим та найскладнішим процесом.

Метою створення такої моделі є встановлення математичної залежності між інтенсивністю втрати або виходу з ладу пунктів полігонометрії та перспективою функціонування мережі, що складається зі сторін різної довжини між пунктами. Під надійністю мережі з точки зору теорії надійності потрібно розуміти ймовірність того, що мережа функціонуватиме безвідмовно протягом якогось наперед визначеного часу.

У середніх та великих містах, що інтенсивно розвиваються, кількість пунктів полігонометрії з часом зменшується, нерідко вони втрачаються зовсім, змінюють своє початкове місце розташування або ж покриваються товстим шаром асфальту чи ґрунту. У таких випадках цими пунктами користуватись уже неможливо.

При виконанні топографо-геодезичних та інженерно-геодезичних робіт бажано, щоб була достатня кількість пунктів. Наприклад, часто

виникає необхідність у зніманні в М 1:500 малих площ до 1 га. В таких випадках для створення планової знімальної мережі бажано прокладати одиночні теодолітні ходи між найближчими вихідними пунктами полігонометрії. Але у разі відсутності таких пунктів доводиться створювати цілі системи теодолітних ходів, що на одному і тому ж об'єкті за вартістю перевищує в декілька разів безпосередньо топографічне знімання та інші пов'язані з ним роботи. І таке перевищення особливо відчути в зимовий період. Ось тут і виникає необхідність у розрахуванні середніх довжин сторін між пунктами, щоб визначити їх кількість залежно від необхідної надійності мережі.

Кількість моделей мережі та відповідна середня довжина сторін між пунктами будуть дорівнювати відношенню граничної довжини одиночного теодолітного ходу до цілого числа проміжних пунктів між вихідними. Спочатку потрібно встановити граничну довжину теодолітного ходу. Згідно з нормативним документом [4; с. 17, табл. 10] для знімання у М 1:500 гранична довжина ходу становить 0,9 км. Враховуючи, що ця довжина між вузловими точками зменшується на коефіцієнт 0,7, а з застосуванням світловіддалеміра вона збільшується в 1,3 раза, то між вихідними пунктами її потрібно помножити на коефіцієнт $0,91(0,7 \cdot 1,3)$. Але з економічної та психологічної точки зору оптимальним буде граничний хід між вихідними пунктами в 0,9 км, яким дещо частіше користуються з коефіцієнтом 1,1, ніж хід між вузловими точками. Тоді загальний коефіцієнт моделювання процесу дорівнюватиме $1,001 (0,91 \cdot 1,1)$, а граничною довжиною теодолітного ходу для моделювання буде така величина: $0,9 \cdot 1,001 = 0,901 \text{ км} \approx 0,9 \text{ км}$.

Таким чином, з-поміж усіх видів міської полігонометрії при моделюванні матимемо справу з середньоваговою полігонометрією.

Для першої моделі (мал. 1) розрахункова середня довжина сторони між пунктами полігонометрії становитиме величину $900:7=128,6 \text{ м}$.





Збільшувати кількість пунктів у мережі немає потреби, оскільки пункти 1-2 та 9-10 виконують роль вихідних, відстань між якими також 128,6 м.

Модель функціонування полігонометричного ходу побудовано на основі теорії марковських випадкових процесів [1]. Суть моделі ходу полягає у визначенні, в яких станах він може знаходитись, у підрахунку імовірностей та інтенсивностей переходів з одного стану в інший і в побудові розміченого графу станів. Вид станів та їх кількість буде описано далі.

Спочатку ретельно встановлюється, в скількох випадках можна прокласти одиночний теодолітний хід, а в скількох такої змоги немає.

При виході з ладу будь-якого одного, двох або трьох пунктів з десяти є можливість прокладання одиночного теодолітного ходу граничною довжиною 900 м. Якщо які-небудь чотири пункти виходять з ладу, то не завжди можна такий хід прокласти, адже коли пункт вийшов з ладу, то між сусіднimi (ліворуч та праворуч від нього) пунктами прямої видимості немає. Зазвичай на практиці так і буває.

Для встановлення можливості прокладання одиночного ходу потрібно точно визначити всі ймовірні поєднання з m пунктів по n , які сприятийуть цій можливості чи навпаки.

Загальну кількість поєднань із $m=10$ пунктів по $n=4$ знаходить за відомою формулою

$$C_m^n = \frac{m!}{n!(m-n)!}.$$

Тож маємо

$$C_{10}^4 = \frac{6! \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{4! \cdot 6!} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{2 \cdot 3 \cdot 4} = 210.$$

Для встановлення точного набору поєднань у цифровому вигляді потрібно правильно розписати всі одержані 210 варіантів, які потребують декількох ретельних та безпомилкових повторень і далеко не одночасних. Такий процес є надзвичайно важким та копітким. Від нього залежатимуть та визначатимуться у подальшому імовірності переходів з одного стану в інший. Тільки після абсолютнох збігів поєднань можна приступати до аналізу та підрахунку імовірностей.

Виконаємо аналіз кількох поєднань по чотири. Наприклад, у поєднанні 3-4-5-6 втрачено третій, четвертий, п'ятий та шостий пункти (див. мал. 1). Робимо висновок, що є можливість прокладання одиночного теодолітного ходу між другим та сьомим пунктами ($643 \text{ м} < 900 \text{ м}$). Для поєднання 2-4-6-7 ($128,6 \text{ м} \approx 900 \text{ м}$) також є можливість прокладання ходу, а для 3-5-7-9 такої можливості вже немає, тому що $128,6 \cdot 8 = 1028,8 \text{ м} > 900 \text{ м}$.

Після такого ретельного і складного аналізу визначаються імовірності можливості прокладання одиночного теодолітного ходу для поєднань C_{10}^4 .

Ці імовірності можна простежити в табл. 1.

Установимо можливість прокладання ходу:

$$P_{\text{так}} = \frac{206}{210} = \frac{103}{105}; \quad P_{\text{ні}} = \frac{4}{210} = \frac{2}{105}.$$

Таблиця 1. Визначення можливості прокладання теодолітного ходу

Номер поєднання	Найменування поєднання	Загальна кількість поєднань	Можливості		$P_{\text{так}}$	$P_{\text{ні}}$
			Кількість поєднань	Імовірності		
1	C_{10}^3	120	120	0	1	0
2	C_{10}^4	210	206	4	$\frac{103}{105}$	$\frac{2}{105}$
3	C_{10}^5	252	212	40	$\frac{53}{63}$	$\frac{10}{63}$
4	C_{10}^6	210	123	87	$\frac{41}{70}$	$\frac{29}{70}$
5	C_{10}^7	120	38	82	$\frac{19}{60}$	$\frac{41}{60}$
6	C_{10}^8	45	5	40	$\frac{1}{9}$	$\frac{8}{9}$
7	C_{10}^9	10	0	10	0	1

Одиночний теодолітний хід можна розглядати з точки зору теорії надійності як систему з 10-ти пунктів, яка функціонує, але з часом її надійність зменшується. Така система може перебувати в дев'ятьох станах, описаних нижче:

S_0 – всі 10 пунктів наявні, їх місце розташування незмінне, прокладання одиночного теодолітного ходу можливе завжди;

S_1 – втрачено один пункт: у всіх випадках є можливість прокладання одиночного ходу;

S_2 – втрачено два пункти: можна прокладати хід;

S_3 – втрачено три пункти: також є можливість прокладання ходу;

S_4 – втрачено чотири пункти: у $103/105$ випадках можливе прокладання ходу, а в $2/105$ випадків такої можливості немає;

S_5 – втрачено п'ять пунктів: з імовірністю $53/63$ можна прокладати одиночний хід, тоді як з імовірністю $10/63$ – не можна;

S_6 – втрачено шість пунктів: з імовірністю $41/70$ є можливість прокладання ходу і в $29/70$ випадках такої можливості немає;

S_7 – втрачено сім пунктів: з імовірністю $19/60$ можливе прокладання ходу і з імовірністю $41/60$ – неможливе;

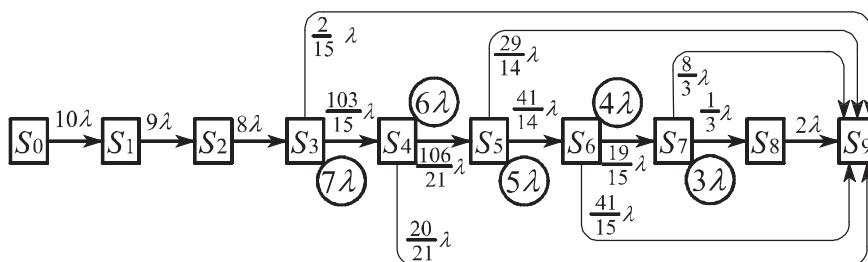
S_8 – втрачено вісім пунктів: з імовірністю $1/9$ є можливість прокладання ходу і з імовірністю $8/9$ – такої можливості немає;

S_9 – дев'ять або всі пункти втрачено: у всіх випадках прокладання одиночного теодолітного ходу неможливе.

За отриманими імовірностями для відповідних станів системи складається розмічений граф станів (мал. 2).

У теорії надійності є таке поняття – інтенсивність відмови (система перестає діяти через неполадки в окремих її елементах). Скажімо, якщо на якийсь момент часу $t=0$ закладено N пунктів, а через деякий час Δt "відмовили" n пунктів, тоді інтенсивність відмови виявляється відношення

$$\lambda = \frac{n}{N \cdot \Delta t} \left(\frac{1}{\text{рік}} \right). \quad (1)$$



Мал. 2. Розмічений граф станів системи з 10-ти пунктів полігонометрії

Приклад. На якийсь момент часу закладено 1000 пунктів, а через 12 років проведено їх інвентаризацію і встановлено, що залишилось 600 пунктів, тоді інтенсивність відмови λ становитиме:

$$\lambda = \frac{600}{1000 \cdot 12} = 0,050 \left(\frac{1}{рік} \right).$$

Отже, з часом пункти зазнають впливу ефекту "відмови".

Наведемо значення інтенсивностей відмови для деяких міст України приблизно на другу половину 1980-х років ($\Delta t \approx 11,5$ років):

Харків	- 0,051 ;	Хмельницький	- 0,054 ;
Кіровоград	- 0,060 ;	Чернігів	- 0,038 ;
Тернопіль	- 0,040 ;	Умань	- 0,058 ;
Черкаси	- 0,054 ;	Ялта	- 0,068 .
Одеса	- 0,040 ;		

$$\text{Середня інтенсивність } \lambda_{\text{сер}} = 0,0514 \left(\frac{1}{рік} \right).$$

Знаючи інтенсивність відмови, за мал. 2 можна визначити інтенсивність переходів з одного стану в інший. При переході системи з нульового стану в перший інтенсивність дорівнюватиме 10λ . Це тому, що будь-який з десяти пунктів схильний до відмови з інтенсивністю λ . При переході в перший стан втрачається один пункт, у другий – два і т. д.

Перехід з третього стану в четвертий та дев'ятий відбувається з імовірністю четвертого стану: $103/105$ та $2/105$ із загальною інтенсивністю переходу 7λ . Але це лише так здається, що перехід відбувається з інтенсивністю 7λ . Тут зауважимо, що величина $103/105$ близька до одиниці й тому таке припущення суттєво не вплине на складання графу станів, тобто моделі. Таким чином, перехід з третього в четвертий стан здійснюватиметься з інтенсивністю $\frac{103}{105} \cdot 7\lambda = \frac{103}{15}\lambda$, а перехід з третього в дев'ятий – з інтенсивністю $\frac{2}{105} \cdot 7\lambda = \frac{2}{15}\lambda$.

$$\text{Контроль: } \frac{103}{15}\lambda + \frac{2}{15}\lambda = \frac{105}{15}\lambda = 7\lambda.$$

І коли процес переходу зі стану в стан дійде до сьомого етапу, то стане очевидним, що для третього стану прийнято правильне рішення, оскільки будуть використані імовірності восьмого стану, тобто інтенсивності переходів із сьомого у восьмий та дев'ятий стани відповідно становитимуть:

$$\frac{1}{9} \cdot 3\lambda = \frac{1}{3}\lambda; \quad \frac{8}{9} \cdot 3\lambda = \frac{8}{3}\lambda.$$

$$\text{Контроль: } \frac{1}{3}\lambda + \frac{8}{3}\lambda = 3\lambda.$$

Нарешті, перехід з восьмого стану в дев'ятий протікатиме з інтенсивністю 2λ .

Функціонування полігонометричного ходу з середньою довжиною сторони 128,6 м за моделью графу станів (див. мал. 2) потрібно розглядати як марковський випадковий процес з безперервним

часом та дискретними станами [1]. Потрібно встановити міру надійності такого ходу для наперед заданого часу t і прийнятної інтенсивності відмови λ . Для цього відповідно до графу станів складаються диференціальні рівняння Колмогорова [1], за якими визначаються імовірності перебування ходу в тому чи іншому стані p_i та надійність ходу P як суму імовірностей p_i перебування системи (ходу) в певних станах.

Диференціальні рівняння складаються за правилом: диференціал i -го стану дорівнює сумі членів зі знаком мінус з вихідною стрілкою з цього стану та членів зі знаком плюс з вхідною стрілкою з $(i-1)$ -го стану. Члени дорівнюють добуткам інтенсивності відмов на відповідні імовірності p_i та p_{i-1} перебування ходу в i -му та $(i-1)$ -му станах. Отже, диференціальними будуть рівняння:

$$\begin{aligned} S_0 : \frac{dp_0}{dt} &= -10\lambda \cdot p_0; \\ S_1 : \frac{dp_1}{dt} &= -9\lambda \cdot p_1 + 10\lambda \cdot p_0; \\ S_2 : \frac{dp_2}{dt} &= -8\lambda \cdot p_2 + 9\lambda \cdot p_1; \\ S_3 : \frac{dp_3}{dt} &= -7\lambda \cdot p_3 + 8\lambda \cdot p_2; \\ S_4 : \frac{dp_4}{dt} &= -6\lambda \cdot p_4 + \frac{103}{15}\lambda \cdot p_3; \\ S_5 : \frac{dp_5}{dt} &= -5\lambda \cdot p_5 + \frac{106}{21}\lambda \cdot p_4; \\ S_6 : \frac{dp_6}{dt} &= -4\lambda \cdot p_6 + \frac{41}{14}\lambda \cdot p_5; \\ S_7 : \frac{dp_7}{dt} &= -3\lambda \cdot p_7 + \frac{19}{15}\lambda \cdot p_6; \\ S_8 : \frac{dp_8}{dt} &= -2\lambda \cdot p_8 + \frac{1}{3}\lambda \cdot p_7. \end{aligned}$$

Розв'язавши ці рівняння, отримаємо формулу надійності ходу із середньою довжиною сторони 128,6 м:

$$\begin{aligned} P = e^{-10\lambda t} &[1 - 10(1 - e^{\lambda t}) + 45(1 - e^{\lambda t})^2 - 120(1 - e^{\lambda t})^3 + \\ &+ 206(1 - e^{\lambda t})^4 - \frac{21836}{105}(1 - e^{\lambda t})^5 + \frac{223819}{2205}(1 - e^{\lambda t})^6 - \\ &- \frac{4252561}{231525}(1 - e^{\lambda t})^7 + \frac{4252561}{5556600}(1 - e^{\lambda t})^8]. \end{aligned} \quad (2)$$

Аналогічно отримуємо формулі надійності ходів при інших середніх довжинах сторін:



середня довжина сторони 150 м –

$$\begin{aligned} P = & e^{-9\lambda t} [1 - 9(1 - e^{\lambda t}) + 36(1 - e^{\lambda t})^2 - 84(1 - e^{\lambda t})^3 + \\ & + 111(1 - e^{\lambda t})^4 - \frac{407}{6}(1 - e^{\lambda t})^5 + \frac{407}{28}(1 - e^{\lambda t})^6 - \\ & - \frac{407}{588}(1 - e^{\lambda t})^7]; \end{aligned} \quad (3)$$

середня довжина сторони 180 м –

$$\begin{aligned} P = & e^{-8\lambda t} [1 - 8(1 - e^{\lambda t}) + 28(1 - e^{\lambda t})^2 - 52(1 - e^{\lambda t})^3 + \\ & + \frac{585}{14}(1 - e^{\lambda t})^4 - \frac{1053}{98}(1 - e^{\lambda t})^5 + \\ & + \frac{3159}{5488}(1 - e^{\lambda t})^6]; \end{aligned} \quad (4)$$

середня довжина сторони 225 м –

$$\begin{aligned} P = & e^{-7\lambda t} [1 - 7(1 - e^{\lambda t}) + 21(1 - e^{\lambda t})^2 - 24(1 - e^{\lambda t})^3 + \\ & + \frac{264}{35}(1 - e^{\lambda t})^4 - \frac{528}{1225}(1 - e^{\lambda t})^5]; \end{aligned} \quad (5)$$

середня довжина сторони 300 м –

$$\begin{aligned} P = & e^{-6\lambda t} [1 - 6(1 - e^{\lambda t}) + 11(1 - e^{\lambda t})^2 - \\ & - 4,4(1 - e^{\lambda t})^3 + 0,22(1 - e^{\lambda t})^4]; \end{aligned} \quad (6)$$

середня довжина сторони 450 м –

$$P = e^{-5\lambda t} [1 - 5(1 - e^{\lambda t}) + 3(1 - e^{\lambda t})^2]. \quad (7)$$

В отриманих формулах $e = 2,7182818\dots$ – це основа натуральних логарифмів.

Тепер за формулами (2-7) можна обчислити надійність полігонометричних ходів для різних середніх довжин сторін, а потім за формулою (1) установити інтенсивність відмови λ , яка повинна бути близькою до значення, отриманого за результатами інвентаризації для даного міста. У випадку, коли передбачається розвиток міста на перспективу, значення відмови потрібно збільшити. Необхідно також задатись перспективним часом t , наприклад, 12 років.

Крім того, планується прийнятна проектна надійність $P_{\text{пр}}$ функціонування полігонометрії на перспективу (вона може бути в інтервалі 0,3-0,6), а ще визначається оптимальна середня довжина сторони полігонометрії (табл. 2).

Таблиця 2. Оптимальна довжина сторони

Середня довжина сторони полігонометрії, м	$l_{\text{менша}} < l_{\text{опт}}$	Визначувана оптимальна $l_{\text{опт}}$	$l_{\text{більша}} > l_{\text{опт}}$
Надійність ходу полігонометрії	$P_{\text{більша}} > P_{\text{пр}}$	Проектна $P_{\text{пр}}$	$P_{\text{менша}} < P_{\text{пр}}$

Визначаються різниці довжин і надійностей за рівняннями

$$\begin{aligned} \Delta l = & l_6 - l_m; \quad \Delta P = P_m - P_6; \quad \Delta P_1 = P_{\text{пр}} - P_6; \\ x = & l_{\text{опт}} - l_m. \end{aligned} \quad (8)$$

Складається відношення:

$$\frac{\Delta l}{x} = \frac{\Delta P}{\Delta P_1}.$$

Звідси

$$x = \frac{\Delta l \cdot \Delta P_1}{\Delta P} = \frac{\Delta l (P_{\text{пр}} - P_6)}{P_m - P_6}. \quad (9)$$

Підставляючи (9) у (8), знаходимо оптимальну довжину сторони полігонометрії:

$$l_{\text{опт}} = l_m + \frac{\Delta l (P_{\text{пр}} - P_6)}{P_m - P_6}. \quad (10)$$

Оптимальна довжина сторони полігонометрії – це величина умовна, її дійсно в природі не існує, але вона своїм значенням дає можливість знайти середні довжини сторін розрядної та 4 класу полігонометрії.

Загальні довжини ходів (у кілометрах) запрограмованої розрядної та 4 класу полігонометрії міста потрібно відобразити в процентному відношенні, тобто встановити ваги p_{2p} , p_{1p} , p_{4kl} видів полігонометрії за умови, що ці ваги в сумі дорівнюють одиниці. Тоді оптимальна довжина сторони являє собою середнє вагове значення із середніх довжин сторін та їх ваг і виразиться рівнянням

$$l_{\text{опт}} = l_{2p} \cdot p_{2p} + l_{1p} \cdot p_{1p} + l_{4kl} \cdot p_{4kl} \quad (11)$$

Сучасні вимоги до розвитку міст такі, що потрібно більше розвивати полігонометрію 1 розряду та 4 класу. Звісно, це вимагає додаткових витрат, але вони згодом окуплюються.

Тепер відносно полігонометрії 2 розряду. Таку полігонометрію, як показує досвід, потрібно прокладати в незабудованій частині міських земель та в приватних секторах. У забудованій частині міста можна прокладати полігонометрію 2 розряду лише у вигляді окремих ходів. Таке обмеження викликає низькою її точністю – 1:5000. У більшості випадків для розвитку сучасних міст така точність не задоволяє потреб будівництва.

Практика вимагає встановити такі приблизні середні довжини сторін полігонометрії у містах:

$$\begin{aligned} 2 \text{ розряду} & - 150 \text{ м}, \\ 1 \text{ розряду} & - 180 \text{ м}, \\ 4 \text{ класу} & - 240 \text{ м}. \end{aligned} \quad (12)$$

Але в залежності від інтенсивності відказів λ пунктів, перспективного часу t , проектної надійності $P_{\text{пр}}$ та від процентного співвідношення протяжності тої чи іншої полігонометрії для кожного міста потрібно розраховувати свої середні довжини сторін.

Виходячи з даних (12), можна скласти такі умови:

$$l_{4kl} - l_{1p} = 2l_{1p} - 2l_{2p}; \quad l_{1p} = \frac{3}{4}l_{4kl}.$$

З цих рівнянь знаходимо, що

$$l_{1p} = \frac{6}{5}l_{2p}; \quad l_{4kl} = \frac{8}{5}l_{2p}. \quad (13)$$



Підставляючи (13) у рівняння оптимальної довжини сторони (11), отримаємо:

$$l_{2p} = \frac{5}{5p_{2p} + 6p_{1p} + 8p_{4kl}} \cdot l_{opt}. \quad (14)$$

Підставивши (14) у (13), знаходимо:

$$l_{1p} = \frac{6}{5p_{2p} + 6p_{1p} + 8p_{4kl}} \cdot l_{opt};$$

$$l_{4kl} = \frac{8}{5p_{2p} + 6p_{1p} + 8p_{4kl}} \cdot l_{opt}.$$

Позначимо:

$$\Sigma = 5p_{2p} + 6p_{1p} + 8p_{4kl}. \quad (15)$$

Тоді кінцеві формули середніх довжин сторін розрядної та 4 класу полігонометрії матимуть такий вигляд:

$$l_{2p} = \frac{5}{\Sigma} \cdot l_{opt}; \quad l_{1p} = \frac{6}{\Sigma} \cdot l_{opt}; \quad l_{4kl} = \frac{8}{\Sigma} \cdot l_{opt}. \quad (16)$$

Приклад. Потрібно знайти середні довжини сторін за умов: проектна надійність $P_{pr} = 0,465$ на перспективний час $t=12$ років; інтенсивність відмови $\lambda = 0,06316$; проектні довжини запроектованої полігонометрії міста у процентному відношенні, або ваги, становлять:

$$p_{2p} = 0,09; \quad p_{1p} = 0,57; \quad p_{4kl} = 0,34.$$

За формулами (4) та (5) для середніх довжин сторін 180 м та 225 м обчислюємо відповідні надійності. Результати заносимо у табл. 3.

Таблиця 3. Оптимальна довжина сторони

Середня довжина сторони полігонометрії, м	$l_{менша} = 180$ м	$l_{opt} = 197,134$ м	$l_{більша} = 225$ м
Надійність ходу полігонометрії	$P_{більша} = 0,4939$	$P_{pr} = 0,465$	$P_{менша} = 0,4180$

За формулою (10) знаходимо оптимальну довжину:

$$l_{opt} = l_m + \frac{\Sigma(P_{pr} - P_0)}{P_m - P_0} = 180 + \frac{45(0,465 - 0,4939)}{0,4180 - 0,4939} = 197,134 \text{ м.}$$

Обчислюємо значення Σ за формулою (15):

$$\Sigma = 5p_{2p} + 6p_{1p} + 8p_{4kl} = 5 \cdot 0,09 + 6 \cdot 0,57 + 8 \cdot 0,34 = 6,59.$$

Нарешті, знаходимо середні довжини сторін за формулами (16):

$$l_{2p} = \frac{5}{6,59} \cdot 197,134 = 149,571 \text{ м;}$$

$$l_{1p} = \frac{6}{6,59} \cdot 197,134 = 179,485 \text{ м;}$$

$$l_{4kl} = \frac{8}{6,59} \cdot 197,134 = 239,313 \text{ м.}$$

Контроль виконаємо за рівнянням (11):

$$l_{opt} = l_{2p} \cdot p_{2p} + l_{1p} \cdot p_{1p} + l_{4kl} \cdot p_{4kl} = 149,571 \cdot 0,09 + 179,485 \cdot 0,57 + 239,313 \cdot 0,34 = 197,134 \text{ м.}$$

Отримані значення середніх довжин сторін полігонометрії дуже близькі до встановлених (див. дані (12)), при цьому інтенсивність відмов дещо вища.

Для розглянутого прикладу ще застосувалась проектна надійність $P_{pr} = 0,360$ (решта даних – ті самі) і розраховувалась надійність ходу з середньою довжиною 300 м за формулою (6), а також оптимальна довжина сторони та середні довжини сторін полігонометрії. Отримано:

$$P_{300} = 0,30426; \quad l_{2p} = 199,731 \text{ м; } l_{opt} = 263,245 \text{ м;}$$

$$l_{1p} = 239,677 \text{ м; } l_{4kl} = 319,569 \text{ м.}$$

$$\text{Контроль: } \frac{l_{4kl} - l_{1p}}{l_{1p} - l_{2p}} = \frac{79,892}{39,946} = 2,000.$$

Із порівнянь видно, що проектна надійність знизилася до $0,465 - 0,360 \approx 0,10$, а середні довжини сторін значно збільшились. Так, середня довжина сторін $l_{4kl} \approx 320$ м уже викликає деяку засторогу. Отже, обирати проектну надійність P_{pr} на перспективу потрібно дуже обережно з урахуванням досвіду проектування і за умов точного визначення інтенсивності λ відмов. У великих містах у розрізі районів інтенсивність можна варіювати.

Звичайно, дотримуватись точних значень середніх довжин сторін не потрібно, але в окремих самостійних системах полігонометрії середня фактична довжина сторони повинна наблизатись до проектної, хіба що з різницею в декілька метрів. Різких коливань довжин сторін у ході не повинно бути.

Якщо запроектована геодезична мережа міста чи окремого району у вигляді суцільної GPS-мережі згущення [5], полігонометрії 4 класу, і розряду чи окремих ходів 2 розряду незначної кількості, то основним фактором при проектуванні з точки зору теорії надійності є кількість пунктів мережі та відповідна середня довжина сторони між пунктами полігонометрії, яка залежить від проектної надійності мережі міста чи району.

Використання наукової методики розрахунків та складання проектів полігонометрії економічно вигідне.

Література

1. Вентцель, Е.С. Исследование операций [Текст] / Е.С. Вентцель. – М.: Сов. радио, 1972. – 522 с.
2. Ковтун, Н.Т. Выбор оптимальной длины стороны полигонометрии в зависимости от надежности сетей [Текст] / Н.Т. Ковтун // Методы инж. геодез. и фотограм. в стр-ве. – Ростов-на-Дону: Рост. инж.-строит. ин-т, 1979. – С. 96-101.
3. Ковтун, Н.Т. Расчет проектных длин сторон полигонометрических сетей в городах [Текст] / Н.Т. Ковтун // Инж. геодез. – 1987. – Вып. 30. – С. 37-39.
4. СНиП 1.02.01-87. Инженерные изыскания для строительства [Текст]. – М.: Гос. строит. ком. СССР, Гл. упр. геодез. и картогр. при Совете Министров СССР, 1988. – 104 с.
5. Тревого, І.С. Сучасні геодезичні мережі великих міст [Текст] / І.С. Тревого, У. Зумент, О.П. Дишилик // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – 2006. – Вип. 1 (ІІ). – С. 40-45.

Надійшла 15.05.12