

УДК 624.21

АНАЛІЗ ЗМІНЮВАННЯ ВНУТРІШНІХ ЗУСИЛЬ В ЕЛЕМЕНТАХ ВИСЯЧОЇ КОМБІНОВАНОЇ СИСТЕМИ ЗАЛЕЖНО ВІД СПІВВІДНОШЕННЯ ЇЇ ПАРАМЕТРІВ ЗА СТАТИЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

В.О. Голеско, професор, к.т.н., Є.О. Віхров, студент, Д.О. Лукін, студент,
А.В. Лизогуб, студент, ХНАДУ

Анотація. Розглядаються результати розрахунку висячої комбінованої системи, завантаженої симетричним та довільним навантаженням, з метою оцінки впливу співвідношення стріли провисання троса та прольоту балки жорсткості на внутрішні зусилля.

Ключові слова: висяча комбінована система, стріла провисання троса, прольот балки жорсткості, внутрішні зусилля.

АНАЛИЗ ИЗМЕНЕНИЯ ВНУТРЕННИХ УСИЛИЙ В ЭЛЕМЕНТАХ ВИСЯЧЕЙ КОМБИНИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ СООТНОШЕНИЯ ЕЕ ПАРАМЕТРОВ ПРИ СТАТИЧЕСКОЙ НАГРУЗКЕ

В.А. Голеско, профессор, к.т.н., Е.А. Вихров, студент, Д.А. Лукин, студент,
А.В. Лизогуб, студент, ХНАДУ

Аннотация. Рассматриваются результаты расчета висячей комбинированной системы, нагруженной симметричной и произвольной нагрузкой, с целью оценки влияния соотношения стрелы провисания троса и пролета балки жесткости на внутренние усилия.

Ключевые слова: висячая комбинированная система, стрела провисания троса, пролет балки жесткости, внутренние усилия.

ANALYSIS OF CHANGES OF INTERNAL FORCES IN THE ELEMENTS OF HANGING COMBINED SYSTEM BASED ON THE RATIO OF ITS PARAMETERS UNDER STATIC LOADING

V. Golesko, Professor, Candidate of Technical Science, E. Vikhrov, student, D. Lukin, student, A. Lizogub, student, KhNAHU

Abstract. The results of calculation of hanging combined system under symmetric and arbitrary load, to assess the impact of the ratio of the sag cable and the span of the stiffness beam on internal forces are considered.

Key words: hanging combined system, sag cable, stiffness beam, internal forces.

Вступ

Різноманітність мостових конструкцій дозволяє раціонально розв'язувати питання їх застосування в мостобудівництві залежно від довжини прольотів, призначення мостів, витрат на їх проектування, будівництво та експлуатацію. Проте це не виключає проведення досліджень роботи конструкцій з метою їх

вдосконалення. Насамперед це стосується складних конструкцій, таких як висячі комбіновані системи, які дозволяють перекривати найбільші прольоти.

Аналіз публікацій

Висяча комбінована система являє собою конструкцію жорсткості, поєднану підвіска-

ми із тросами або ланцюгами, як було не в такі вже далекі часи. Як конструкцію жорсткості використовують балку або ферма, яку часто називають наскрізною балкою [1, 2]. Дослідженню роботи комбінованих висячих систем на статичне, рухоме, динамічне навантаження присвячено багато робіт, зокрема [3–6]. Останнє двадцятиліття стало справжнім бумом в історії будівництва мостів великих прольотів [3]. Чемпіоном у категорії мостів з найбільшим прольотом став у 1998 р. висячий комбінований міст Акаші-Кайкьо в Японії, середній прольот якого досягає майже 2000 м. Незважаючи на досягнуте, проєктувальники впевнені, що кожний висячий міст потребує індивідуального дослідження і підходу до його проєктування з подальшим випробуванням поведінки моделей конструкції в аеродинамічній трубі.

Мета і постановка задачі

Метою дослідження є оцінка впливу змінювання довжини стріли провисання троса комбінованої висячої системи на величину внутрішніх зусиль в її елементах за статичного навантаження.

Для аналізу змінювання зусиль розглянуто висячу комбіновану систему з балкою жорсткості довжиною $l = 40$ м, завантажену симетричним і довільним навантаженням:

- рівномірно розподіленим симетричним навантаженням по всій довжині балки жорсткості (система №1);
- рівномірно розподіленим симетричним навантаженням довжиною $0,5l$ в середній частині балки (система №2);

– довільним рівномірно розподіленим навантаженням на лівій половині балки жорсткості (система №3).

Для кожної схеми визначено внутрішні зусилля в елементах троса, підвісках, побудовано епюри моментів у балці жорсткості за декількох значень стріли провисання троса в діапазоні $f = 2\text{--}10$ м.

Основні положення та аналіз розрахунку

Загальну схему комбінованої висячої системи з балкою жорсткості наведено на рис. 1, а. Вузли з'єднання елементів троса з підвісками знаходяться на осі квадратної параболи, рівняння якої

$$y = \frac{4f}{l^2} x(l-x), \quad (1)$$

де y – ордината точки осі троса; f – стріла провисання троса; x – відстань від початку ординат до вузлів з'єднання троса з підвіскою.

Елементи троса і підвіски працюють тільки на розтяг. Балка жорсткості працює на згин. Робота розпірної комбінованої системи порівнюється з роботою простої балки на двох опорах такого ж прольоту і так само завантаженої, як і балка жорсткості (рис. 1, б).

Геометричні характеристики елементів троса за різних значень стріли його провисання f для лівої частини наведено в табл. 1 (для правої частини знак $\text{tg}\varphi$ є від'ємним). Початок ординати обрано в точці Д.

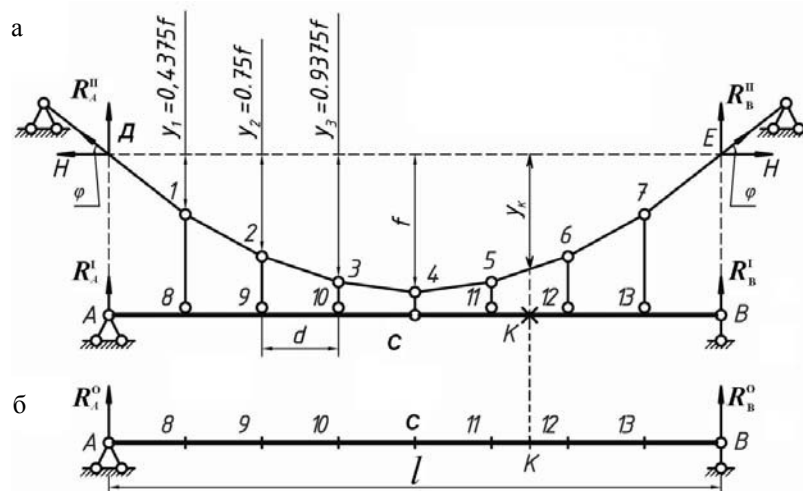


Рис. 1. Загальна розрахункова схема: а – комбінована висяча система; б – звичайна проста балка

Таблиця 1 Довжина елементів троса, $\cos\varphi$, $\operatorname{tg}\varphi$ за різних значень стріли провисання

f, м	Геометричні характеристики	Елемент троса			
		Д-1	1-2	2-3	3-4
2	l , м	5,076	5,039	5,014	5,002
	$\cos\varphi$	0,985	0,992	0,997	0,999
	$\operatorname{tg}\varphi$	0,175	0,125	0,075	0,025
3	l , м	5,169	5,087	5,032	5,004
	$\cos\varphi$	0,967	0,983	0,994	0,999
	$\operatorname{tg}\varphi$	0,263	0,188	0,113	0,0375
4	l , м	5,297	5,154	5,056	5,006
	$\cos\varphi$	0,944	0,970	0,989	0,999
	$\operatorname{tg}\varphi$	0,350	0,250	0,150	0,050
5	l , м	5,458	5,239	5,087	5,009
	$\cos\varphi$	0,916	0,955	0,983	0,998
	$\operatorname{tg}\varphi$	0,438	0,312	0,188	0,063
6	l , м	5,645	5,340	5,125	5,014
	$\cos\varphi$	0,886	0,936	0,976	0,997
	$\operatorname{tg}\varphi$	0,525	0,375	0,225	0,075
7	l , м	5,863	5,458	5,169	5,019
	$\cos\varphi$	0,853	0,916	0,967	0,996
	$\operatorname{tg}\varphi$	0,613	0,438	0,263	0,088
8	l , м	6,103	5,590	5,220	5,025
	$\cos\varphi$	0,819	0,894	0,958	0,995
	$\operatorname{tg}\varphi$	0,700	0,500	0,300	0,100
10	l , м	6,644	5,896	5,340	5,039
	$\cos\varphi$	0,752	0,848	0,936	0,992
	$\operatorname{tg}\varphi$	0,875	0,625	0,375	0,125

Вертикальні реакції в комбінованій системі складаються з реакції балки жорсткості R' і вертикальної складової зусилля в елементі троса R'' . Оскільки вони в сумі дорівнюють реакції простої балки R^O (рис. 1, б), їх можна визначити у простій балці за формулами

$$\begin{aligned} R'_A + R''_A &= R^O_A \rightarrow \sum M_B = 0, \\ R'_B + R''_B &= R^O_B \rightarrow \sum M_A = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Вертикальні проекції зусилля у крайніх елементах троса

$$R''_A = H \cdot \operatorname{tg}\varphi_D, \quad R''_B = H \cdot \operatorname{tg}\varphi_E. \quad (3)$$

Розпір H (горизонтальна проекція зусилля в елементах троса) визначається за залежністю

$$H = \frac{M^O_C}{f}, \quad (4)$$

де M^O_C – момент від зовнішнього навантаження відносно точки C простої балки (рис. 1, б), тобто балочний момент.

Зусилля в елементах троса і підвісках визначаються з умов рівноваги вузлів їх поєднання (рис. 2).

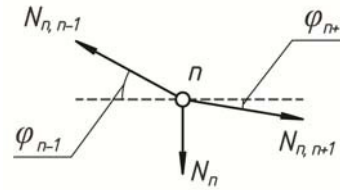


Рис. 2. Загальна розрахункова схема вузла

Зусилля в елементах троса

$$\begin{aligned} N_{n,n-1} &= \frac{H}{\cos\varphi_{n,n-1}}, \\ N_{n,n+1} &= \frac{H}{\cos\varphi_{n,n+1}}. \end{aligned} \quad (5)$$

Зусилля в підвісці

$$N_n = H(\operatorname{tg}\varphi_{n,n-1} - \operatorname{tg}\varphi_{n,n+1}). \quad (6)$$

Для правої частини троса $\operatorname{tg}\varphi < 0$. Моменти і поперечні сили в перерізах балки жорсткості визначаються за залежностями

$$M_K = M^O_K - Hy_K, \quad Q_K = Q^O_K - H \cdot \operatorname{tg}\varphi_K, \quad (7)$$

де M^O_K, Q^O_K – момент і поперечна сила в перерізі простої балки.

На рис. 3, а, б наведено розрахункову схему №1 з простою балкою із симетричним по всій довжині розподілим навантаженням.

Показано балочну епюру моментів M^O_F у простої балці (рис. 3, в), а також епюру моментів від розпору (рис. 3, г), які у даному випадку мають однакові за величиною і різні за знаком ординати в точках кріплення балки жорсткості з підвісками. Причиною цього є те, що вузли з'єднання троса з підвісками знаходяться на осі квадратної параболи і балочна епюра моментів теж описується квадратною параолою. Таким чином, їх сумарна епюра моментів, тобто епюра в балці жорсткості, має значення тільки на ділянках між точками кріплення балки до підвісок з екстремумами посередині ділянок (рис. 3, д).

На рис. 4, а, б показано розрахункову схему №2 з симетричним навантаженням в середній частині балки.

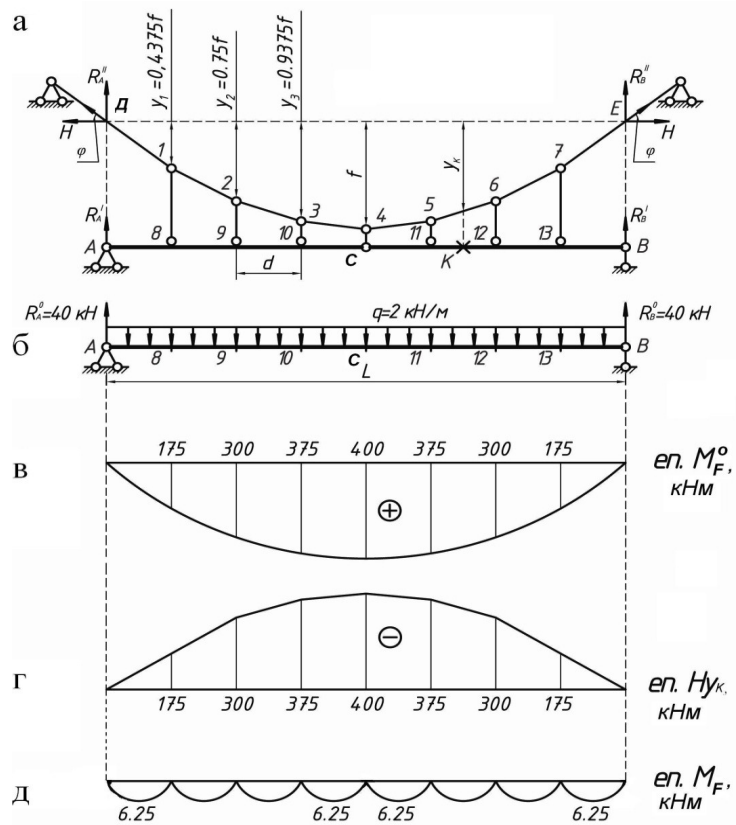


Рис. 3. Розрахункова схема №1: а – комбінована система; б – проста балка; в – балочна епюра моментів M_F^0 ; г – епюра моментів від розпору; д – епюра моментів в балці жорсткості M_F

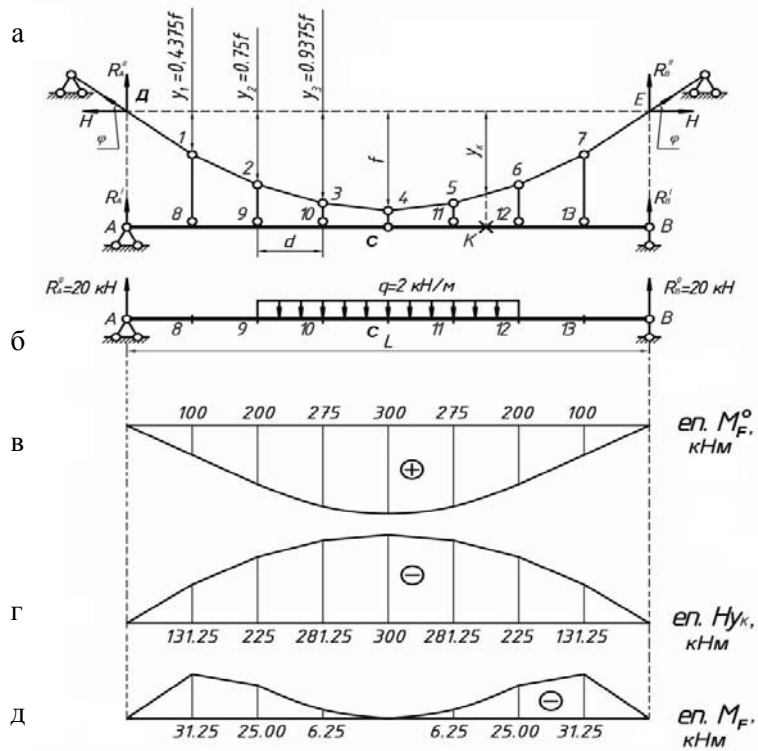


Рис. 4. Розрахункова схема № 2: а – комбінована система; б – проста балка; в – балочна епюра моментів M_F^0 ; г – епюра моментів від розпору; д – епюра моментів в балці жорсткості M_F

В табл. 2, 3 наведено для обох схем величину розпору H , зусиль в елементах троса і в підвісках за декількох значень стріли провисання f .

Таблиця 2 Зусилля в елементах троса та підвісках комбінованої системи №1

Стріла провисання f , м	Розпір H , кН	Елементи троса, кН			
		$N_{Д-1}$	N_{1-2}	N_{2-3}	N_{3-4}
2	200	203,1	201,55	200,56	200,06
3	133,33	137,8	135,65	134,19	133,42
4	100	105,9	103,08	101,12	100,12
5	80	87,32	83,81	81,39	80,16
6	66,67	75,26	71,21	68,34	66,86
7	57,14	67,01	62,37	59,08	57,36
8	50	61,03	55,90	52,20	50,25
10	40	53,15	47,17	42,72	40,3
Зусилля в підвісках		$N_{1-8} = N_{2-9} = N_{3-10} = N_{4-с} = 10\text{кН}$			

Таблиця 3 Зусилля в елементах троса та підвісках комбінованої системи №2

Стріла провисання f , м	Розпір H , кН	Елементи троса, кН			
		$N_{Д-1}$	N_{1-2}	N_{2-3}	N_{3-4}
2	150	152,28	151,16	150,42	150,05
3	100	103,38	101,74	100,64	100,07
4	75	79,46	77,32	75,84	75,09
5	60	65,49	62,86	61,04	60,12
6	50	56,45	53,40	51,25	50,14
7	42,86	50,26	46,78	44,31	43,02
8	37,5	45,77	41,92	39,15	37,69
10	30	39,86	35,38	32,04	30,23
Зусилля в підвісках		$N_{1-8} = N_{2-9} = N_{3-10} = N_{4-с} = 7,5\text{кН}$			

Найбільших значень досягають зусилля у крайніх елементах троса $N_{Д-1}$, найменших – у середніх N_{3-4} . Зусилля в усіх підвісках мають однакове значення, що характерно при положенні вузлів з'єднання підвісок із тросом на осі квадратної парабoli.

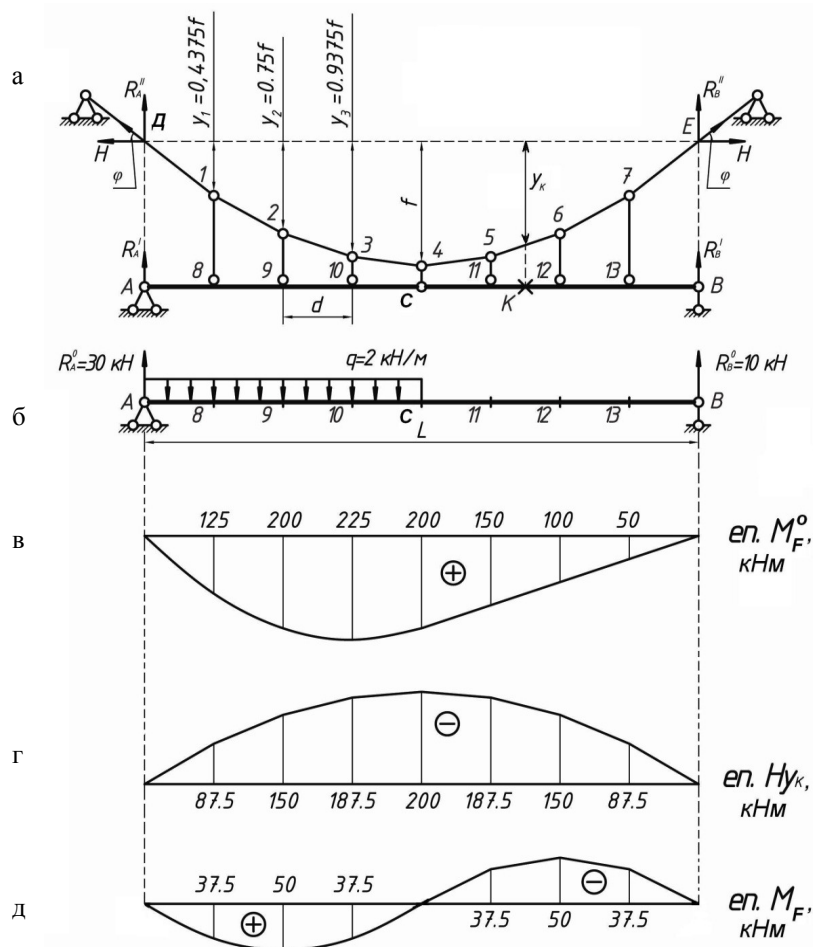


Рис. 5. Розрахункова схема № 3: а – комбінована система; б – проста балка; в – балочна епюра моментів M_F^0 ; г – епюра моментів від розпору; д – епюра моментів в балці жорсткості M_F

Значення розпору, а також зусиль в елементах розпору для схеми №3 наведено в табл. 4.

Таблиця 4 Зусилля в елементах троса та підвісках комбінованої системи №3

Стріла провисання f , м	Розпір H , кН	Елементи троса, кН			
		$N_{Д-1}$	N_{1-2}	N_{2-3}	N_{3-4}
2	100	101,52	100,78	100,28	100,03
3	66,67	68,92	67,83	67,10	66,72
4	50	52,97	51,55	50,56	50,06
5	40	43,66	41,91	40,70	40,08
6	33,3	37,59	35,57	34,13	33,39
7	28,57	33,05	31,18	29,54	28,68
8	25	30,51	27,95	26,10	25,12
10	20	26,57	23,58	21,36	20,16
Зусилля в підвісках		$N_{1-8} = N_{2-9} = N_{3-10} = N_{4-С} = 5 \text{ кН}$			

Крім наведених, розглянуто такі самі комбіновані системи, завантажені симетричними

та довільно прикладеними зосередженими силами. Характер змінювання зусиль в елементах цих систем такий самий, як і при розподіленому навантаженні.

Аналіз результатів розрахунку показує, що для всіх досліджуваних розрахункових схем найбільші зусилля виникають у крайніх елементах троса (рис. 6). Величина їх значно зростає зі зменшенням стріли провисання троса. Значний вплив на роботу троса має також зовнішнє навантаження (рис. 7). Зусилля в підвісках залежить від балочного моменту від зовнішнього навантаження у простій балці, і для конкретної схеми є однаковим у всіх підвісках (рис. 8). Епюри моментів у балці жорсткості залежать тільки від характеру зовнішнього навантаження і мають однакові ординати за різних значень стріли провисання троса.

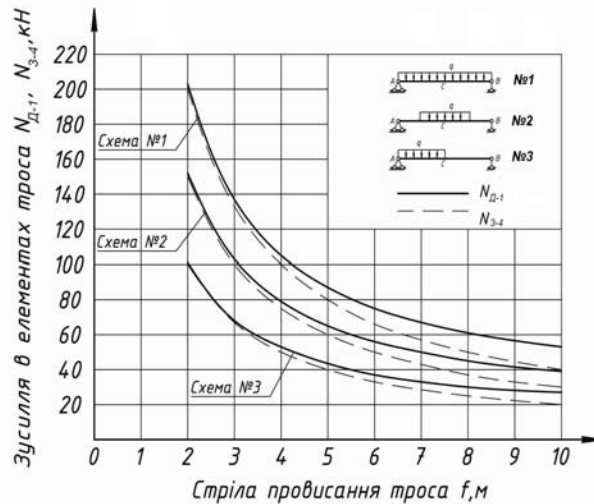


Рис. 6. Змінювання зусилля в елементах троса $N_{Д-1}$, N_{3-4} залежно від стріли його провисання в комбінованих висячих системах (схеми №1, 2, 3)

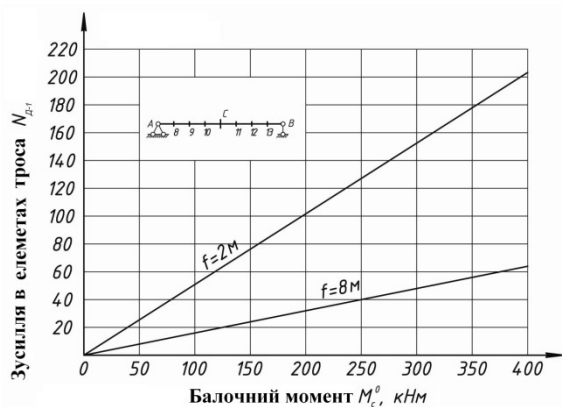


Рис. 7. Змінювання зусилля $N_{Д-1}$ в крайньому елементі троса залежно від балочного моменту M_C^0

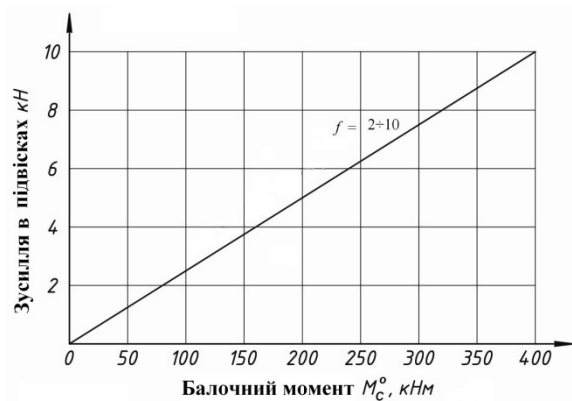


Рис. 8. Змінювання зусилля в підвісках залежно від балочного моменту M_C^0

Висновки

В результаті дослідження роботи комбінованих висячих систем з балкою жорсткості при змінюванні співвідношення параметрів конструкції одержано:

– Найбільших значень зусилля досягають у крайніх елементах троса. Збільшення довжини стріли провисання троса впливає на зусилля в його елементах у значній мірі. Так, за однакової довжини прольоту балки жорсткості і збільшення довжини стріли провисання з 2 м до 10 м зусилля зменшуються в 4–5 разів.

– Для конкретної схеми навантаження балки жорсткості постійної довжини симетричним або довільним навантаженням зусилля в усіх підвісках є однаковими і не залежать від довжини стріли провисання троса, що характерно для розташування вузлів з'єднання підвісок із тросом на осі квадратної параболи.

– За конкретного навантаження моменти в балці жорсткості не залежать від довжини стріли провисання троса. За її збільшення величина розпору H , яка залежить від балочного моменту M_C^0 і довжини стріли провисання $f(4)$, зменшується. Проте разом з величиною стріли провисання пропорційно збільшуються ординати провисання троса u_k , які є плечем розпору відносно перерізів балки жорсткості (7). Це приводить до однакових моментів у перерізі балки жорсткості за будь-якого значення довжини провисання троса.

– Аналіз змінювання зусилля в елементах комбінованої системи показує, що критерієм

вибору довжини стріли провисання троса є значення зусилля в його елементах.

Для розглянутої конструкції можна рекомендувати значення стріли провисання троса не менше, ніж $f = 4$ м, тобто $\frac{f}{\ell} = \frac{4}{40} = \frac{1}{10}$. При $f > 4$ м, зусилля в елементах троса інтенсивно згасають, але, з конструктивних міркувань щодо забезпечення загальної жорсткості та стійкості висячої системи, рекомендується діапазон співвідношення $\frac{f}{\ell} = \frac{1}{11} \div \frac{1}{8}$.

Література

1. Киселев В.А. Строительная механика / В.А. Киселев. – М.: Стройиздат, 1986. – 520 с.
2. Бутенко Ю.И. Строительная механика: учебник для вузов / под ред. Ю.И. Бутенко. – К.: Вища школа, 1989. – 478 с.
3. Юхані Вірола. Видатні мости світу / В. Юхані. – К.: Вид-во Національного транспортного університету, 2001. – 56 с.
4. Кирсанов Н.М. Висячие и вантовые конструкции / Н.М. Кирсанов. – М.: Стройиздат, 1986. – 520 с.
5. Рокар И. Неустойчивость в механике / И. Рокар. – М.: Изд-во иностранной литературы, 1959. – 286 с.
6. Бондарь Н.Г. Как работают мосты / Н.Г. Бондарь. – К.: Наукова думка, 1986. – 120 с.

Рецензент: В.П. Кожушко, професор, д.т.н., ХНАДУ.

Стаття надійшла до редакції 10 вересня 2012 р.