БЕЗОПАСНОСТЬ ДВИЖЕНИЯ

УДК 331.461

О ВЕРОЯТНОСТИ ТРАВМИРОВАНИЯ ЧЕЛОВЕКА В ТЕЧЕНИЕ ВРЕМЕНИ ПРИ НАРУШЕНИИ ПРАВИЛ ДОРОЖНОГО ДВИЖЕНИЯ

И.И. Лехтман, к.т.н., Донецкий национальный университет,
И.А. Ткаченко, Харьковский национальный университет городского хозяйства имени А.Н. Бекетова

Аннотация. *Используя теорию однородных марковских процессов с дискретным числом состояний и непрерывным временем, предложена математическая модель процесса формирования катастроф на транспорте.*

Ключевые слова: *риск, катастрофа, дискретное состояние, марковские процессы.*

ПРО ЙМОВІРНІСТЬ ТРАВМУВАННЯ ЛЮДИНИ ПРОТЯГОМ ЧАСУ ПРИ ПОРУШЕННІ ПРАВИЛ ДОРОЖНЬОГО РУХУ

І.І. Лехтман, к.т.н., Донецький національний університет,
І.О. Ткаченко, Харківський національний університет міського господарства імені О.М. Бекетова

Анотація. *Використовуючи теорію однорідних марківських процесів з дискретним числом станів і безперервним часом, запропоновано математичну модель процесу формування катастроф на транспорті.*

Ключові слова: *ризик, катастрофа, дискретний стан, марківські процеси.*

THE PROBABILITY OF PEDASTRIANTS INJURY WITHIN A CERTAIN PERIOD OF TIME IN CASE OF TRAFFIC RULES VIOLATION

I. Lekhtman, Donetsk National Technical University,
I. Tkachenko, Beketov National University of Urban Economy in Kharkiv

Abstract. *Using the theory of uniform Markov's processes with a discrete number of states and continuous time, one can propose a mathematical model of the process of accidents formation in the transport industry.*

Key words: *risk, catastrophe, discrete-state, Markov's processes.*

Введение

По данным Европейской экономической комиссии ООН, в 2009 году в Украине произошло 37 049 дорожно-транспортных происшествий (ДТП), в которых погибло 5 348 человек.

Анализ публикаций

Обзор существующих проблем в области безопасности топливно-энергетического комплекса Украины выполнен в [1]. В [2] излагается краткий курс теории случайных процессов, основные разделы современного стохастического анализа. Рассмотрены основные понятия теории надежности, показатели надежности и аналитические зависимости между ними, вопросы надежности программного и аппаратного обеспечения, понятия теории восстановления, надежность восстанавливаемых и невосстанавливаемых технических устройств, структурные схемы надежности, вопросы оценки надежности аппаратно-программных комплексов с учетом характеристик программного и информационного обеспечения, практические методы статистической оценки надежности [3]. Описаны основы математических вычислений [4]. Описаны критерии оценки эффективности мер и средства обеспечения безопасности применения электрооборудования в шахтах [5].

Цель и постановка задачи

Целью данной статьи является рассмотрение вопросов, связанных с определением и оценкой рисков для человека при эксплуатации автомобильного транспорта, выявление факторов, которые влияют на безопасность людей, и разработка целенаправленных организационных и технических мероприятий по его снижению, поскольку все вышеизложенное является актуальными научно-техническими задачами.

Результаты исследований, термины и определения

Под риском для человека будем понимать вероятность погибнуть либо быть травмированным в течение времени *t*, при заданных условиях и определенном виде его деятельности. Например: человек перебегает автомобильную трассу в неположенном месте; водитель автомобиля проезжает перекресток, игнорируя сигналы светофора; появление человека на трассе в нетрезвом виде и т.д. Во всех перечисленных ситуациях человек подвергается вполне определенному риску быть убитым либо травмированным.

Измерить риск можно частотой появления катастроф в единицу времени при заданных условиях и определенном виде деятельности человека, либо вероятностью появления катастрофы в течение определенного отрезка времени. Под катастрофой будем понимать аварию, при которой гибнут люди [1]. Гибель даже одного человека для его семьи – это катастрофа.

Механизм формирования катастрофы

Предположим, что катастрофа с участием автомобильного транспорта на трассе происходит при случайном совпадении в пространстве и времени двух случайных процессов: движения автомобиля с нарушением скоростного режима и перехода человеком трассы в неположенном месте (нарушение правил дорожного движения).

Примем допущение о том, что если водитель автомобиля не превышает скорости, то в случае, когда человек перебегает трассу, водитель транспортного средства успевает среагировать на его действия (затормозить или объехать нарушителя дорожного движения).

Обозначим через $\xi(t)$ случайную функцию, которая может принимать два значения: 0 – интервал времени между появлениями машин, едущих с повышенной скоростью (нарушение скоростного режима) и 1 – длительность существования такого скоростного режима (время движения автомобиля с нарушением правил дорожного движения).

Характер изменения функции $\xi(t)$ с течением времени следующий: существуют чередующиеся отрезки времени $\xi_1^{(0)}$, $\xi_2^{(0)}$, …, $\xi_n^{(0)}$ и $\xi_1^{(1)}$, $\xi_2^{(1)}$, …, $\xi_n^{(1)}$, для которых последовательно $\xi_1(t)=0$ и $\xi_1(t)=1$, где $\xi_i^{(0)}$, i – случайный интервал времени между смежными появлениями машин, едущих с нарушением скоростного режима; $\xi_i^{(1)}$ – длительность движения автомобиля с недопустимо высокой скоростью.

Случайное появление человека на проезжей части трассы обозначим функцией $\alpha(t)$, характер изменения которой с течением времени следующий: существуют чередующиеся отрезки времени между появлением человека на проезжей части трассы, запрещенной для перехода, т.е. $\alpha_1^{(0)}$, $\alpha_2^{(0)}$,… $\alpha_n^{(0)}$ для этих интервалов времени $\alpha(t)$=0, а посредством $\alpha_1^{(1)}$, $\alpha_2^{(1)}$,…, $\alpha_n^{(1)}$ обозначим случайные интервалы времени нахождения человека на проезжей части (время пересечения человеком трассы) – в этом случае $\alpha(t)$=1. Дорожно-транспортное происшествие (ДТП) произойдет в момент соприкосновения, например, промежутков времени $\xi_3^{(1)}$ и $\alpha_2^{(1)}$ (рис. 1).

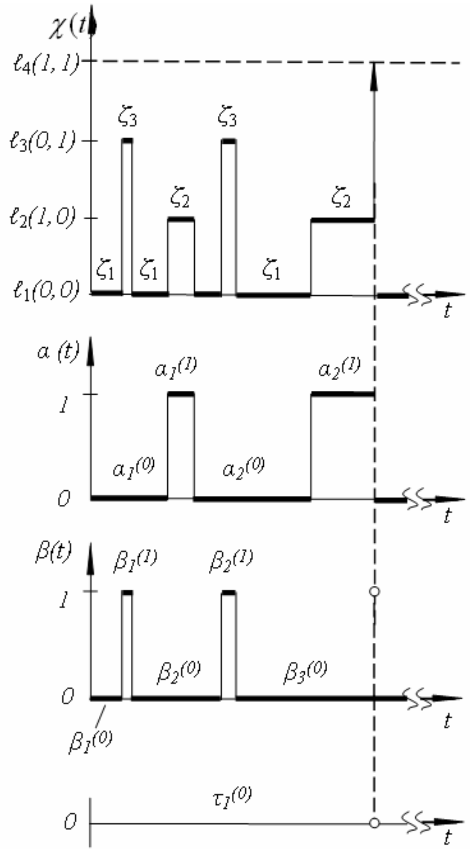

Рис. 1. Возможная реализация процесса формирования катастрофы при случайном пересечении человеком автомобильной трассы в неположенном месте: $e_1(0,0)$; $e_2(1,0)$; $e_3(0,1)$; $e_4(1,1)$ – состояния системы «пешеход–автомобиль»; ξ_i – время пребывания системы «пешеход–автомобиль» в каждом из возможных состояний; $\xi(t)$, $\alpha(t)$ – регулярные однородные марковские случайные процессы с дискретным числом состояний и непрерывным временем; $\xi_i^{(0)}$, $\xi_i^{(1)}$ – случайные интервалы времени между появлениями автомобиля, едущего с повышенной скоростью, и время пересечения наиболее опасной для человека зоны на дороге соответственно; $\alpha_i^{(0)}$, $\alpha_i^{(1)}$ – случайные интервалы времени между появлениями пешеходов, переходящих дорогу в неположенном месте, и время пересечения опасной зоны дороги соответственно; $\tau_1^{(0)}$, $\tau_m^{(0)}$ – время до первой аварии (катастрофы)

Предположим, что характер ДТП не будет зависеть от длины общей части наложившихся промежутков времени $\xi_3^{(1)}$ и $\alpha_2^{(1)}$, а лишь от того, соприкоснулись они или нет.

Предположим, что процессы $\xi(t)$ и $\alpha(t)$ не противоречат однородным марковским случайным процессам с дискретным числом состояний и непрерывным временем с параметрами λ_1, μ_1 и λ_2, μ_2 соответственно [2].

Пусть в начальный момент времени $\xi(t)=0$, $\alpha(t)=0$. Предположим, что λ_1, μ_1; λ_2, μ_2 – параметры процессов $\xi(t)$, $\alpha(t)$ известны и требуется определить вероятность появления катастрофы в течение времени t, т.е. $F(t)$, среднее время τ_1 и дисперсию D_1 до наступления катастрофы.

Совокупность процессов $\xi(t)$ и $\alpha(t)$ рассмотрим как один регулярный однородный марковский процесс $\chi(t)$ с четырьмя дискретными состояниями и непрерывным временем.

В любой момент времени t процесс $\chi(t)$ может находиться в одном из четырех несовместных состояний: $e_1(0,0)$; $e_2(1,0)$; $e_3(0,1)$; $e_4(1,1)$. Вероятность появления катастрофы на автомобильной трассе в течение времени t можно найти, пользуясь формулой

$$F(t)=1-[P_1(t)+P_2(t)+P_3(t)], \qquad (1)$$

где $P_1(t)$, $P_2(t)$, $P_3(t)$ – вероятность нахождения системы в течение времени t в состояниях $e_1(0,0)$; $e_2(1,0)$; $e_3(0,1)$ соответственно.

Вероятности $P_1(t)$, $P_2(t)$, $P_3(t)$ находятся из решения системы линейных дифференциальных уравнений, записанных в матричной форме [3]

$$\dot{P}(t) = P(t)\cdot A, \qquad (2)$$

где $\dot{P}(t) = \left|\dot{P}_1(t) \quad \dot{P}_2(t) \quad \dot{P}_3(t)\right|$ – вектор-строка; $P(t) = \left|P_1(t) \quad P_2(t) \quad P_3(t)\right|$ – вектор-строка;

$$A = \begin{bmatrix} -(\lambda_1+\lambda_2) & \lambda_1 & \lambda_2 \\ \mu_1 & -(\mu_1+\lambda_2) & 0 \\ \mu_2 & 0 & -(\lambda_1+\mu_2) \end{bmatrix}.$$

Система линейных дифференциальных уравнений решается при начальных условиях: $P_1(0)=1; P_2(0)=0; P_3(0)=0$.

Используя преобразование Лапласа, систему линейных дифференциальных уравнений (2) представим в виде системы алгебраических уравнений вида (3)

$$P(S)=P(0)\cdot\left[S\cdot I-N\right]^{-1}; \qquad (3)$$

$$\begin{bmatrix}P_1(S)\\P_2(S)\\P_3(S)\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}^T\times \qquad (4)$$

$$\times\left[\begin{pmatrix}S&0&0\\0&S&0\\0&0&S\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-(\lambda_1+\lambda_2)&\lambda_1&\lambda_2\\ \mu_1&-(\mu_1+\lambda_2)&0\\ \mu_2&0&-(\lambda_1+\mu_2)\end{pmatrix}\right]^{-1}$$

Из системы уравнений (5) находим

$$P_1(S)=\frac{(S+\lambda_1+\mu_2)\cdot(S+\mu_1+\mu_2)}{S^3+a\cdot S^2+b\cdot S+c}; \qquad (5)$$

$$P_2(S)=\frac{\lambda_1\cdot(S+\lambda_1+\mu_2)}{S^3+a\cdot S^2+b\cdot S+c}; \qquad (6)$$

$$P_3(S)=\frac{\lambda_2\cdot(S+\mu_1+\lambda_2)}{S^3+a\cdot S^2+b\cdot S+c}, \qquad (7)$$

где $a=2\cdot\lambda_1+\mu_1+2\cdot\lambda_2+\mu_2$;
$b=\lambda_1\cdot\lambda_2+(\lambda_1+\lambda_2+\mu_1)$;
$c=\lambda_1\cdot\lambda_2\cdot(\lambda_1+\lambda_2+\mu_1+\mu_2)$.

Формулу (1) представим в виде

$$F(t)=\mathrm{L}^{-1}\cdot\left[P_1(S)+P_2(S)+P_3(S)\right]. \qquad (8)$$

Используя (5), (6), (7), формулу (8) представим в виде

$$F(t)=1-L^{-1}\cdot\left\{\frac{S^2+a\cdot S+b_1}{S^3+a\cdot S^2+b\cdot S+c}\right\}, \qquad (9)$$

где $b_1=2\cdot\lambda_1\cdot\lambda_2+b$.

Для получения обратного преобразования Лапласа воспользуемся формулой [4]

$$R(t)=\sum_{k=1}^{n}\frac{G(S_k)}{Z'(S_k)}\cdot e^{S_k\cdot t}, \qquad (10)$$

где S_k – корни кубического уравнения.

$$Z(S)=S^3+a\cdot S^2+b\cdot S+c=0; \qquad (11)$$

$$G(S)=S^2+a\cdot S+b_1. \qquad (12)$$

Используя формулу (9) и (10), находим

$$F(t)=1-\sum_{k=1}^{3}\frac{G(S_k)}{Z'(S_k)}\cdot e^{S_k\cdot t}, \qquad (13)$$

где
$$Z'(S_1)=3S_1^2+2\cdot a\cdot S_1+b;$$
$$Z'(S_2)=3S_2^2+2\cdot a\cdot S_2+b;$$
$$Z'(S_3)=3S_3^2+2\cdot a\cdot S_3+b;$$
$$G(S_1)=S_1^2+a\cdot S_1+b_1;$$
$$G(S_2)=S_2^2+a\cdot S_2+b_1;$$
$$G(S_3)=S_3^2+a\cdot S_3+b_1.$$

Среднее время до первой катастрофы τ_1, если в начальный момент времени система «пешеход–автомобиль» находилась в состоянии $e_1(0,0)$, определим, пользуясь системой алгебраических уравнений, записанной в матричном виде

$$\begin{pmatrix}\tau_1\\\tau_2\\\tau_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\lambda_1+\lambda_2&-\lambda_1&-\lambda_2\\-\mu_1&\mu_1+\lambda_2&0\\-\mu_2&0&\lambda_1+\mu_2\end{pmatrix}^{-1}\cdot\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}. \qquad (14)$$

Из решения системы алгебраических уравнений (14) находим

$$\tau_1=\frac{(\mu_1+\lambda_2)\cdot(\lambda_1+\mu_2)+\lambda_1\cdot(\lambda_1+\mu_2)+\lambda_2\cdot(\mu_1+\lambda_2)}{\lambda_1\cdot\lambda_2\cdot(\lambda_1+\lambda_2+\mu_1+\mu_2)}; \qquad (15)$$

$$\tau_2=\frac{\mu_1\cdot(\lambda_1+\mu_2)+\lambda_1\cdot(\lambda_1+\mu_2+\lambda_2)+\lambda_2\cdot\mu_1}{\lambda_1\cdot\lambda_2\cdot(\lambda_1+\lambda_2+\mu_1+\mu_2)}; \qquad (16)$$

$$\tau_3=\frac{\mu_2\cdot(\mu_1+\lambda_2)+\lambda_1\cdot\mu_2+\lambda_2\cdot(\lambda_1+\mu_1+\lambda_2)}{\lambda_1\cdot\lambda_2\cdot(\lambda_1+\lambda_2+\mu_1+\mu_2)}, \qquad (17)$$

где τ_2, τ_3 – среднее время до первой катастрофы, если в начальный момент времени система находилась в состоянии $e_2(1,0)$; $e_3(0,1)$ соответственно.

В том случае, если выполняется условие

$$\lambda_i\le 100\cdot\mu_i,\ \ i=1,2, \qquad (18)$$

формулы (15), (16), (17) примут вид

$$\tau_1 = \tau_2 = \tau_3 \cong \frac{\mu_1 \cdot \mu_2}{\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot (\mu_1 + \mu_2)}, \qquad (19)$$

где $\lambda_1 = 1/\overline{d}_1$; $\overline{d}_1$ – средний интервал времени между смежными машинами, которые движутся по трассе с повышенной скоростью; $\lambda_2 = 1/\overline{d}_2$; $\overline{d}_2$ – средний интервал времени между смежными нарушениями правил безопасности дорожного движения пешехода (человек перебегает трассу в неположенном месте); $\mu_1 = 1/d_1$; d_1 – среднее время, за которое машина на повышенной скорости пересекает опасный участок дороги; $\mu_2 = 1/d_2$; d_2 – среднее время, через которое человек, нарушая правила дорожного движения, перебегает автомобильную трассу («опасный» участок дороги).

Таким образом, формула (19) примет вид [5]

$$\tau_1 = \tau_2 = \tau_3 \cong \frac{\overline{d}_1 \cdot \overline{d}_2}{d_1 + d_2}. \qquad (20)$$

Дисперсию времени до наступления катастрофы D_1, если в начальный момент времени система находилась в состоянии $e_1(0,0)$, определим, пользуясь системой алгебраических уравнений

$$\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \left[2 \cdot \begin{pmatrix} \lambda_1 + \lambda_2 & -\lambda_1 & -\lambda_2 \\ -\mu_1 & \mu_1 + \lambda_2 & 0 \\ -\mu_2 & 0 & \lambda_1 + \mu_2 \end{pmatrix}^{-1} - \right.$$

$$\left. - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \tau_1^2 \\ \tau_2^2 \\ \tau_3^2 \end{pmatrix}. \qquad (21)$$

Из системы уравнений находим

$$D_1 = \left[\frac{2 \cdot (\mu_1 + \lambda_2) \cdot (\lambda_1 + \mu_2)}{\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot (\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1 + \mu_2)} - 1 \right] \cdot \tau_1 +$$

$$+ \left[\frac{2 \cdot (\lambda_1 + \mu_2)}{\lambda_2 \cdot (\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1 + \mu_2)} - 1 \right] \cdot \tau_2 + ;$$

$$\left[\frac{2 \cdot (\mu_1 + \lambda_2)}{\lambda_1 \cdot (\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1 + \mu_2)} - 1 \right] \cdot \tau_3 \qquad (22)$$

Во всех случаях, если при расчётах получим, что

$$\tau_1 \cong \sqrt{D_1}, \qquad (23)$$

вероятность наступления катастрофы на дороге в течение времени t можно оценить с помощью формулы

$$F_1(t) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{1}{\tau_1} \right) \cdot t \right]. \qquad (24)$$

Полученные в работе формулы позволяют оценить риск, которому подвергается человек при нарушении правил дорожного движения.

Рассмотрим пример, в котором, используя регистратор скорости на одной из трасс в г. Макеевка (рис. 2), было зафиксировано

$$\overline{d}_1 = 2{,}4 \text{ ч}; \; \overline{d}_2 = 1{,}4 \text{ ч};$$
$$d_1 = 0{,}025 \text{ с}; \; d_2 = 3 \text{ с}.$$

Известно, что на рассматриваемом участке трассы частота аварий составляет $H_0 = 2$ чел./год.

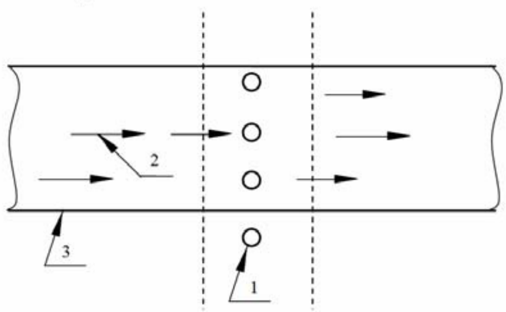

Рис. 2. Движение автомобилей с повышенной скоростью по трассе и люди, которые перебегают дорогу в неположенном месте: 1 – человек, перебегающий трассу; 2 – автомобиль, движущийся с повышенной скоростью; 3 – автомобильная трасса

Определить вероятность попадания человека в аварию в течение времени t при нарушении им правил безопасности (пересечение автомобильной трассы в неположенном месте) и нарушение водителем транспортного средства скоростного режима.

Определить среднее время τ_1 и дисперсию D_1 до столкновения автомобиля с человеком.

Используя исходные данные примера, формулу (19) и (22), находим τ_1=5 787 ч, D_1=33 489 583 ч^2, т.е.

$$\tau_1 \cong \sqrt{D_1} ,$$

тогда, используя (24), находим

$$F_1(8760) = 1 - e^{-\frac{1}{5787}\cdot 8760} = 0,78 .$$

Число катастроф в единицу времени на рассматриваемом участке дороги

$$H_1 = \frac{1}{\tau_1} = \frac{1}{5787} = 1,73\cdot 10^{-4}\ \frac{1}{\text{ч}} = 1,95\ \frac{1}{\text{год}} .$$

Аналогичное значение $F_1(8760)$ получим в том случае, если будем проводить расчет по точной формуле (13).

Выводы

Из равенства $H_0 \cong H_1$ следует подтверждение гипотезы о том, что рассматриваемые процессы $\xi(t)$ и $\alpha(t)$ не противоречат регулярному однородному марковскому процессу с дискретным числом состояний и непрерывным временем. Следовательно, предлагаемая в работе математическая модель может быть использована для оценки и прогнозирования степени риска для пешехода погибнуть при пересечении им дороги в неположенном месте.

Например, если на опасном участке дороги установить «лежачего полицейского», либо разметить проезжую часть «зеброй», то, по экспертным оценкам, около 80 % машин будут снижать скорость на подъезде к проблемному участку дороги, где трассу пересекают люди, и тогда $\overline{d}_1$ =13,5 ч и риск погибнуть для человека, перебегающего трассу, снизится до величины $H_1 = 4,4\cdot 10^{-5}$ 1/ч , т.е. уменьшится в 4 раза.

Если, кроме этого, ещё установить на противоположных сторонах запрещающий переход знак, тогда ещё около 20 % людей прекратят нарушать правила дорожного движения и, следовательно, d_2 увеличится на 20 %, т.е. станет равным 1,75 ч, и тогда степень риска погибнуть для пешехода по отношению к исходному варианту уменьшится в 4,9 раза.

Литература

1. Ковалев А.П. О проблемах оценки безопасности электротехнических объектов / А.П. Ковалев // Электричество. – 1991. – №8. – С. 50–55.
2. Розанов Ю.А. Введение в теорию случайных процессов / Ю.А. Розанов. – М.: Наука, 1982. – 128 с.
3. Сандлер Дж. Техника надежности систем / Дж. Сандлер. – М.: Наука, 1966. – 300 с.
4. Бронштейн И.Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся ВУЗов / И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев. – М.: Наука, Гл. ред. физ-мат. лит., 1986. – 554 с.
5. Ковалев П.Ф. О критериях оценки эффективности мер и средств обеспечения безопасности применения электрооборудования в шахтах / П.Ф. Ковалев, В.П. Коптиков, А.П. Ковалев // Безопасность труда в промышленности. – 1972. – №1. – С. 34–36.

Рецензент: А.В. Полярус, профессор, д.т.н., ХНАДУ.

Статья поступила в редакцию 1 апреля 2013 г.