

УДК 624.046.012.45: 539.376

РОЗРАХУНОК ЗАЛІЗОБЕТОННИХ РАМ МСЕ З УРАХУВАННЯМ ПОВЗУЧОСТІ Й ВІБРОПОВЗУЧОСТІ

**С.О. Слободянюк, професор, д.т.н., А.П. Буратинський, асистент,
ДВНЗ «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури»,
м. Дніпропетровськ**

Анотація. Розроблено методологію розрахунку n разів кінематично невизначених залізобетонних рам, з урахуванням повзучості і віброповзучості, на основі методу скінченних елементів (МСЕ) і рекурентних формул, які дозволяють спростити й автоматизувати розрахунок стрижневих систем на тривалі процеси – усадку, повзучість і віброповзучість бетону.

Ключові слова: деформаційний розрахунок, повзучість, віброповзучість, метод скінченних елементів, нормальні напруження.

РАСЧЕТ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ РАМ МКЭ С УЧЕТОМ ПОЛЗУЧЕСТИ И ВИБРОПОЛЗУЧЕСТИ

**С.А. Слободянюк, профессор, д.т.н., А.П. Буратинский, ассистент,
ГВУЗ «Приднепровская государственная академия строительства
и архитектуры», г. Днепропетровск**

Аннотация. Разработана методология расчета n раз кинематически неопределенных железобетонных рам, с учетом ползучести и виброползучести, на основе метода конечных элементов (МКЭ) и рекуррентных формул, которые позволяют упростить и автоматизировать расчет стержневых систем на длительные процессы – усадку, ползучесть и виброползучесть бетона.

Ключевые слова: деформационный расчет, ползучесть, виброползучесть, метод конечных элементов, нормальные напряжения.

DESIGN OF REINFORCED CONCRETE FEM FRAMES WITH ACCOUNT OF CREEP AND VIBROCREEP

**S. Slobodyanyuk, Professor, Doctor of Technical Sciences,
A. Buratynskiy, assistant, Prydniprovsk'ka State Academy of Civil Engineering
and Architecture, Dnepropetrovsk**

Abstract. The methodology of designing of n times of kinematically indeterminate reinforced concrete frames with account of creep and vibrocreep based on the finite element method (FEM) and recurrence formulas that allow to simplify and automate the design of framed structures for long processes (shrinkage, creep, vibrocreep concrete) is developed.

Key words: deformation calculation, creep, vibrocreep, finite element method, normal stresses.

Вступ

Будівельні конструкції у промисловій галузі працюють на різноманітні тривалі статичні й динамічні навантаження. Якщо конструкції

виконані із залізобетону, то за таких навантажень проявляються такі характерні явища як повзучість і віброповзучість бетону. Тому для розрахунку стрижневих залізобетонних конструкцій, з урахуванням повзучості й віб-

роповзучості, потрібна розробка методу, що дозволяє врахувати ці явища й автоматизувати процес розрахунку. Розробка будь-якого методу, з повним урахуванням як зовнішніх навантажень, так і внутрішніх особливостей роботи матеріалу, є завжди актуальною і проблемною. Нами для вирішення цієї проблеми був обраний основний метод будівельної механіки – метод скінченних елементів (МСЕ) з реалізацією в математичному пакеті (МП) «MathCad».

Аналіз публікацій

Розрахунок стрижневих систем, з урахуванням деформацій поздовжнього вигину елементів, називається деформаційним розрахунком, а розрахунок без урахування деформацій поздовжнього вигину будемо називати недеформаційним розрахунком. На сьогодні недеформаційні розрахунки конструкцій і систем, з урахуванням повзучості бетону, досить добре розроблені такими вченими, як: А.Р. Ржаніцин [1], Н.Х. Арутюнян [2], А.Б. Голишев [3], Є.А. Яценко [4], А.Ф. Яременко [5], С.Ф. Клованіч [6] та інші.

Деформаційний розрахунок стрижневих залізобетонних конструкцій, з урахуванням тривалих процесів (усадки та повзучості) МС, МП і МСЕ, був розроблений Є.А. Яценко і С.О. Слободянюком в 2002 році [7].

Літератури з деформаційного розрахунку статично невизначених залізобетонних плоских систем, з урахуванням армування і віб-

роповзучості, в пошуку ми не виявили. Таким чином, точного деформаційного розрахунку залізобетонних стрижневих систем з урахуванням віброповзучості на сьогодні ще не розроблено, незважаючи на актуальність.

Мета і постановка задачі

Метою роботи є розробка методології розрахунку рам з урахуванням тривалих процесів. Для досягнення цієї мети слід розв'язати таку задачу як триразовий розрахунок кінематично невизначеної залізобетонної рами, і на її основі відпрацювати загальну методологію розрахунку будь-якої складності з урахуванням тривалих процесів на основі МСЕ.

Розрахунок рами МСЕ

Загальний порядок розрахунку таких конструкцій йде від простого до складного: 1) недеформаційний розрахунок (класичний МСЕ); 2) деформаційний пружний розрахунок (з урахуванням деформацій поздовжнього згину стрижнів системи); 3) деформаційний розрахунок з урахуванням усадки і повзучості; 4) деформаційний розрахунок з урахуванням віброповзучості бетону.

Класичний МСЕ є загальновідомим, а блок-схема алгоритму деформаційного розрахунку МСЕ у пружній постановці і з урахуванням тривалих процесів є такою:

Таблиця 1 Блок-схема алгоритму МСЕ

Пункти блок-схеми алгоритму МСЕ	Деформаційний пружний розрахунок	Деформаційний розрахунок з урахуванням повзучості та віброповзучості
Формування вихідних матриць	$\vec{Z}, \vec{P}, \vec{S}_g, \vec{S}_g^*, r_g, \vec{a}_g$	$\vec{Z}(t), \vec{P}(t), \vec{S}_g(t), \vec{S}_g^*(t), r_g(t), \vec{a}_g$
Матриці жорсткості g-го СЕ у глобальній системі координат	$r^g = a_g^T r_g a_g$	$r^g(t) = a_g^T r_g(t) a_g$
Матриці жорсткості всієї системи	$R = \sum_{g=1}^k r^g$	$R(t) = \sum_{g=1}^k r^g(t)$
Вектор вузлових переміщень системи	$\vec{Z} = R^{-1} \vec{P}$	$\vec{Z}(t) = R(t)^{-1} \vec{P}(t)$
Вектор вузлових зусиль g-го СЕ в місцевій системі координат від всього навантаження	$\vec{S}_g^* = r_g a_g \vec{Z} + \vec{S}_g$	$\vec{S}_g^*(t) = r_g(t) a_g \vec{Z}(t) + \vec{S}_g(t)$

Розглянемо раму з такими вихідними даними: $P = 875$ кН, $q = 106,6$ кН/м, $M = 144,1$ кНм, $E_0 = 32500$ МПа, $E_0 I_1 = 65647,484$ МНм²; $E_0 I_2 = 6473,052$ МНм²; $E_0 I_3 = 108874,72$ МНм²; $i_1 = 6631,059$ МНм, $i_2 = 359,614$ МНм,

$i_3 = 37543,01$ МНм; $\mu_1 = A_s/A = 0,060932$; $\mu_2 = 0,080035$; $\mu_3 = 0,039248$; $\lambda_1 = I_s/I = 0,059657$; $\lambda_2 = 0,132403$; $\lambda_3 = 0,091666$; $\eta_1 = S_s/I = 0,00232$ м⁻¹; $\eta_2 = 0$; $\eta_3 = -0,02639$ м⁻¹; $e_{s1} = S_s/A = 0,0009932$ м; $e_{s2} = 0$; $e_{s3} =$

= - 0,012311 м; при $\varphi_{01} = 1,74$, $\varphi_{02} = 1,51$, $\varphi_{03} = 1,45$ – відповідних межах характеристики повзучості скінченних елементів (СЕ).

Розрахункова схема і вид поперечних перерізів стійки та ригелів показані на рис. 1. Розрахунок виконано на основі методу скінченних елементів, а тривалі процеси враховувались матричними методами теорії старіння [8–10].

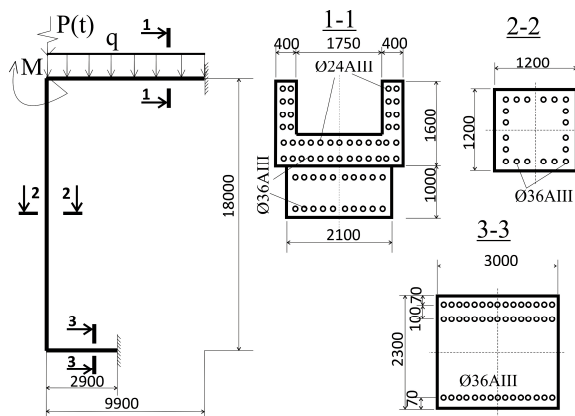


Рис. 1. Розрахункова схема і поперечні перерізи рами

Основну систему методу показано на рис. 2 із зазначенням погонних жорсткостей елементів. Ступінь кінематичної невизначеності такої рами дорівнює 3. Розрахунок виконується з урахуванням деформацій поздовжнього згину, а також з урахуванням фактора часу t . Окремі балки системи розв'язано в [11].

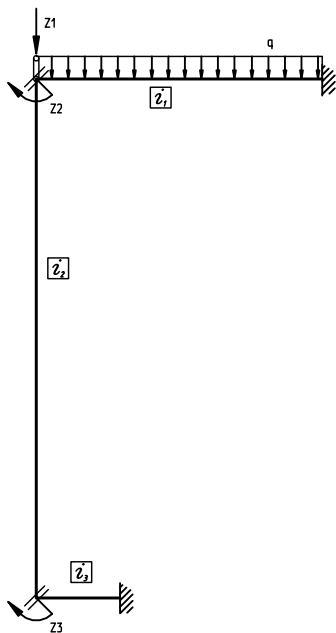


Рис. 2. Основна система методу переміщення-МСЕ

1. Недеформаційний розрахунок. Формуємо матриці жорсткості кожного скінченного елемента і вектор вузлових навантажень

$$r_1 = \frac{2i_1}{l_1^2} \begin{vmatrix} 6 & 3l_1 & -6 & 3l_1 \\ 3l_1 & 2l_1^2 & -3l_1 & l_1^2 \\ -6 & -3l_1 & 6 & -3l_1 \\ 3l_1 & l_1^2 & -3l_1 & 2l_1^2 \end{vmatrix},$$

$$r_2 = \frac{2i_2}{l_2^2} \begin{vmatrix} 6 & 3l_2 & -6 & 3l_2 \\ 3l_2 & 2l_2^2 & -3l_2 & l_2^2 \\ -6 & -3l_2 & 6 & -3l_2 \\ 3l_2 & l_2^2 & -3l_2 & 2l_2^2 \end{vmatrix}, P = \begin{vmatrix} P + \frac{ql}{2} \\ M + \frac{ql^2}{12} \\ 0 \end{vmatrix},$$

$$r_3 = \frac{2i_3}{l_3^2} \begin{vmatrix} 6 & 3l_3 & -6 & 3l_3 \\ 3l_3 & 2l_3^2 & -3l_3 & l_3^2 \\ -6 & -3l_3 & 6 & -3l_3 \\ 3l_3 & l_3^2 & -3l_3 & 2l_3^2 \end{vmatrix}. \quad (1)$$

Матриці перетворення координат

$$a_1 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}, a_2 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}, a_3 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}. \quad (2)$$

Матриця жорсткості всієї системи

$$\begin{cases} R_1 = a_1^T r_1 a_1 \\ R_2 = a_2^T r_2 a_2, R = R_1 + R_2 + R_3. \\ R_3 = a_3^T r_3 a_3 \end{cases} \quad (3)$$

Вектор вузлових переміщень системи дорівнює

$$\bar{z} = \begin{vmatrix} 0,00009 \\ 0,0000245 \\ -0,0000462 \end{vmatrix}. \quad (4)$$

Вектори вузлових зусиль СЕ від невузлового та всього навантаження

$$S_1^0 = \begin{vmatrix} -\frac{ql}{2} & -\frac{ql^2}{12} & -\frac{ql}{2} & \frac{ql^2}{12} \end{vmatrix}^{-1}, S_2^0 = S_3^0 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}^{-1},$$

$$S_1 = \begin{vmatrix} -355,96 & 142,06 & -699,38 & 1557,92 \end{vmatrix}^{-1},$$

$$S_2 = \begin{vmatrix} -2,6 & -48,87 & -48,87 & -48,87 \end{vmatrix}^{-1},$$

$$S_3 = \begin{vmatrix} 1230,96 & 48,87 & -1230,96 & -1230,96 \end{vmatrix}^{-1}. \quad (5)$$

2. Деформаційний пружний розрахунок рами будемо виконувати так само, як і недеформаційний, але відмінність полягає у формуванні векторів і матриць жорсткості окремих елементів, де необхідно врахувати деформації поздовжнього згину [10]

$$r_1^* = \frac{2i_1}{l_1^2} \begin{vmatrix} 6\eta_2(v_1) & 3l_1\varphi_4(v_1) & -6\eta_2(v_1) & 3l_1\varphi_4(v_1) \\ 3l_1\varphi_4(v_1) & 2l_1^2\varphi_2(v_1) & -3l_1\varphi_4(v_1) & l_1^2\varphi_3(v_1) \\ -6\eta_2(v_1) & -3l_1\varphi_4(v_1) & 6\eta_2(v_1) & -3l_1\varphi_4(v_1) \\ 3l_1\varphi_4(v_1) & l_1^2\varphi_3(v_1) & -3l_1\varphi_4(v_1) & 2l_1^2\varphi_2(v_1) \end{vmatrix},$$

$$r_2^* = \frac{2i_2}{l_2^2} \begin{vmatrix} 6\eta_2(v_2) & 3l_2\varphi_4(v_2) & -6\eta_2(v_2) & 3l_2\varphi_4(v_2) \\ 3l_2\varphi_4(v_2) & 2l_2^2\varphi_2(v_2) & -3l_2\varphi_4(v_2) & l_2^2\varphi_3(v_2) \\ -6\eta_2(v_2) & -3l_2\varphi_4(v_2) & 6\eta_2(v_2) & -3l_2\varphi_4(v_2) \\ 3l_2\varphi_4(v_2) & l_2^2\varphi_3(v_2) & -3l_2\varphi_4(v_2) & 2l_2^2\varphi_2(v_2) \end{vmatrix},$$

$$r_3^* = \frac{2i_3}{l_3^2} \begin{vmatrix} 6\eta_2(v_3) & 3l_3\varphi_4(v_3) & -6\eta_2(v_3) & 3l_3\varphi_4(v_3) \\ 3l_3\varphi_4(v_3) & 2l_3^2\varphi_2(v_3) & -3l_3\varphi_4(v_3) & l_3^2\varphi_3(v_3) \\ -6\eta_2(v_3) & -3l_3\varphi_4(v_3) & 6\eta_2(v_3) & -3l_3\varphi_4(v_3) \\ 3l_3\varphi_4(v_3) & l_3^2\varphi_3(v_3) & -3l_3\varphi_4(v_3) & 2l_3^2\varphi_2(v_3) \end{vmatrix}$$

$$v_1 = \ell_1 \sqrt{\frac{N_1}{E_0 I}} = 0,00197, \quad v_2 = 0,248, \quad v_3 = 0,00045 \quad (6)$$

Вектор вузлових навантажень системи

$$P^* = \left[P + \frac{ql_1}{2} \quad M + \frac{ql_1^2}{12\varphi_4(v_1)} \quad 0 \right]^{-1}. \quad (7)$$

Вектор вузлових переміщень системи

$$z^* = \begin{vmatrix} 0,00009 \\ 0,0000245 \\ -0,0000462 \end{vmatrix}. \quad (8)$$

Вектори вузлових зусиль SE від невузлового та всього навантаження

$$S_1 = \left[\frac{ql_1}{2} \quad \frac{ql_1^2}{12\varphi_4(v_1)} \quad \frac{ql_1}{2} \quad \frac{ql_1^2}{12\varphi_4(v_1)} \right]^{-1}, \quad S_2 = S_3 = \vec{0},$$

$$S_1^* = \begin{vmatrix} -355,94 \\ 142,16 \\ -699,4 \\ 1557,98 \end{vmatrix}, \quad S_2^* = \begin{vmatrix} -2,6 \\ -48,71 \\ 2,6 \\ 1,94 \end{vmatrix}, \quad S_3^* = \begin{vmatrix} 1230,94 \\ 48,71 \\ -1230,94 \\ 3521,01 \end{vmatrix}. \quad (9)$$

3. Деформаційний розрахунок з урахуванням повзучості бетону. Матриці жорсткості кожного скінченного елемента, з урахуванням

повзучості, визначаються як матриці жорсткості окремих елементів, де враховано деформації поздовжнього згину та які помножені на функції часу [10]

$$r_1(t) = r_1^* L_1(t), \quad r_2(t) = r_2^* L_2(t), \quad r_3(t) = r_3^* L_3(t). \quad (10)$$

Вектор вузлових навантажень системи дорівнює

$$P(t) = \left[P + \frac{ql_1}{2} \quad M + \frac{ql_1^2 T_1(t)}{12\varphi_4(v_1)} \quad 0 \right]^{-1}. \quad (11)$$

Розв'язуючи систему рівнянь із трьома невідомими за допомогою формул Крамера, отримуємо вектор вузлових переміщень, який у нескінченності дорівнює

$$z(\infty) = \begin{vmatrix} 0,0002015 \\ 0,0000661 \\ -0,0001035 \end{vmatrix}. \quad (12)$$

Вектори вузлових зусиль SE від всього навантаження при $t = \infty$ дорівнюють

$$S_1(\infty) = \begin{vmatrix} -360,24 & 132,77 & -695,1 & 1524,75 \end{vmatrix}^{-1},$$

$$S_2(\infty) = \begin{vmatrix} -1,91 & -45,8 & 1,91 & 11,33 \end{vmatrix}^{-1}, \quad (13)$$

$$S_3(\infty) = \begin{vmatrix} 1235,24 & 45,8 & -1235,24 & 3536,41 \end{vmatrix}^{-1}.$$

4. Деформаційний розрахунок з урахуванням віброповзучості бетону. Розрахунок ведеться як і для повзучості, але матриці впливу повзучості помножуємо на коефіцієнт віброповзучості $C_{вп} = K_{в} \cdot C$ [8], де $K_{в}$ – коефіцієнт віброповзучості, і нами взятий у прикладі рівним $K_{в} = 2$.

Вектор вузлових переміщень при цьому дорівнює

$$z(\infty) = \begin{vmatrix} 0,0002983 \\ 0,0001037 \\ -0,0001533 \end{vmatrix}. \quad (14)$$

Вектори вузлових зусиль SE від всього навантаження при $t = \infty$ дорівнюють

$$S_1(\infty) = \begin{vmatrix} -361,77 & 128,9 & -693,57 & 1513,49 \end{vmatrix}^{-1},$$

$$S_2(\infty) = \begin{vmatrix} -1,72 & -46,54 & 1,72 & 15,2 \end{vmatrix}^{-1}, \quad (15)$$

$$S_3(\infty) = \begin{vmatrix} 1236,77 & 46,24 & -1236,77 & 3540,4 \end{vmatrix}^{-1}.$$

Усі результати розрахунку нами тут наведені графічно – у вигляді епюр внутрішніх зусиль на рис. 3 та графіків зміни переміщень у часі при повзучості і віброповзучості бетону на рис. 4–6. У стовпчику цифр зверху вниз

подано значення розрахунку: 1) недеформаційного, 2) деформаційного, 3) повзучості і 4) віброповзучості. Аналіз зусиль наведено у табл. 2.

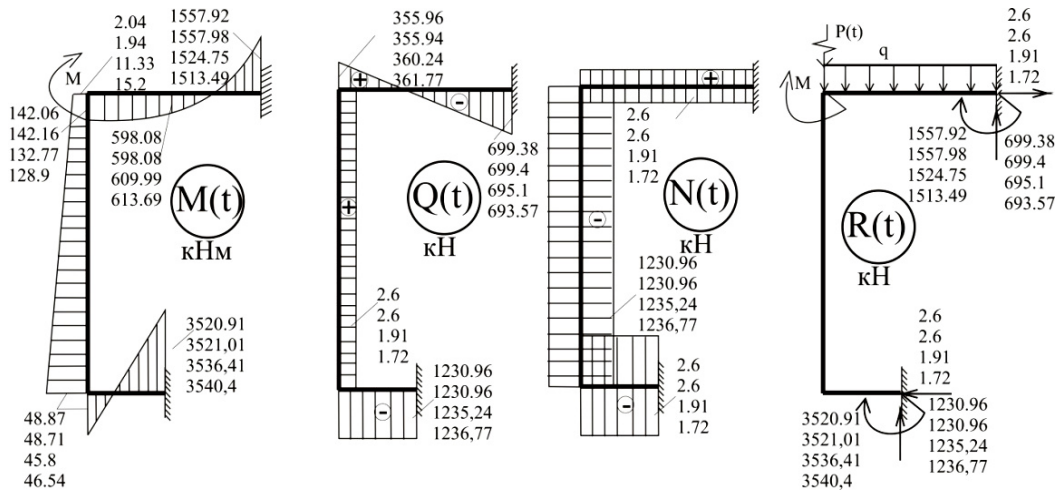


Рис. 3. Епюри згинальних моментів $M(t)$, поперечних сил $Q(t)$, поздовжніх сил $N(t)$ і реакції в опорах $R(t)$ рами з урахуванням тривалих процесів

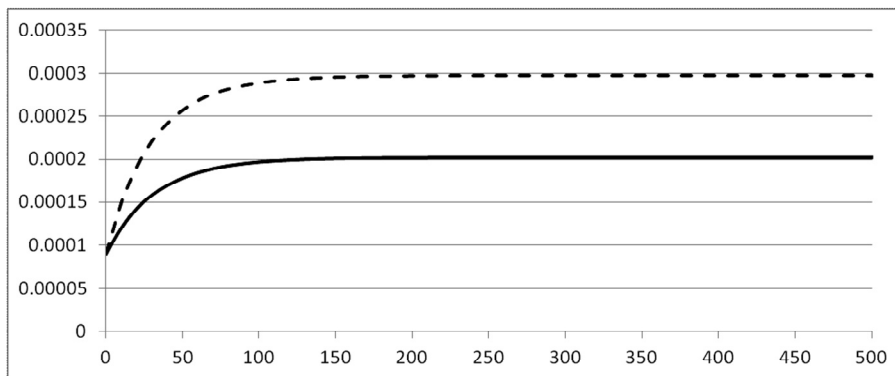


Рис. 4. Графік зростання зміщення верхнього ригеля Z_1 з урахуванням повзучості (————) і віброповзучості (— — —) при t діб

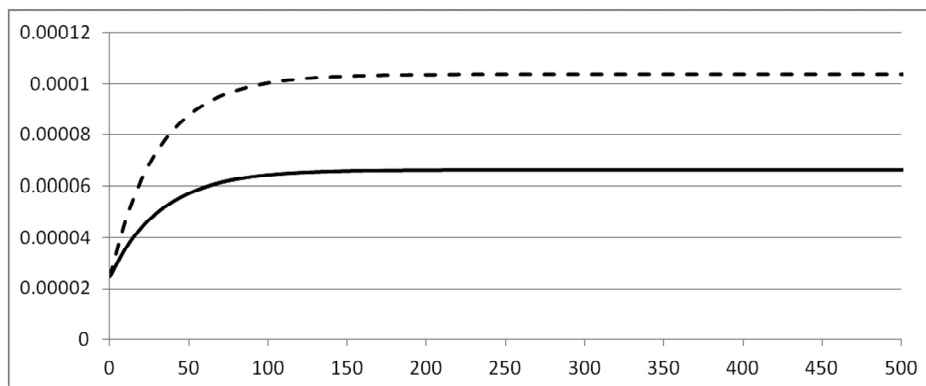


Рис. 5. Графік зростання кута повороту верхнього ригеля Z_2 з урахуванням повзучості (————) і віброповзучості (— — —) при t діб

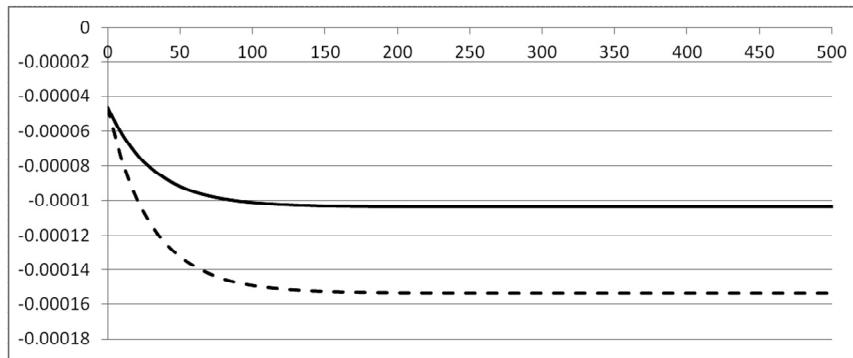


Рис. 6. Графік зростання кута повороту нижнього ригеля Z_3 з урахуванням повзучості (—) і віброповзучості (---) при t діб

Таблиця 2 Аналіз зусиль рами з трьома невідомими

Положення	Згинальний момент			Поперечна сила		
	Значення	Відношення до початку	Відношення до початку	Значення	Відношення до початку	Відношення до початку
Верхній ригель, защемлення	1557,92	1524,75	1513,49	699,38	695,1	693,57
		-2 %	-3 %		-0,6 %	-0,8 %
Середина верхнього ригеля	598,08	609,99	613,69			
		+2 %	+2,6 %			
Стійка, верх	2,04	11,33	15,2	2,6	1,91	1,72
		+455 %	+645 %		-26 %	-34 %
Стійка, низ	48,87	45,8	46,54	2,6	1,91	1,72
		-6 %	-5 %		-26 %	-34 %
Нижній ригель, защемлення	3520,91	3536,41	3540,4	1230,96	1235,24	1236,77
		+0,5 %	+0,6 %		+0,4 %	+0,5 %

За результатами табл. 2 можна сказати, що повзучість та віброповзучість в основному сприяють зменшенню зусиль у всій стрижневій конструкції з часом на 0,6–34 %. У нижньому ригелю виникають найбільші за значенням моменти та поперечні сили, але у відсотковому значенні приріст зусиль від тривалих процесів є невеликим (0,4–0,6 %). Це і те, що вплив деформацій поздовжнього згину є незначним, можна пояснити великою жорсткістю ригелів відносно стійки.

Також розрахунок рами з трьома невідомими показав, що приріст переміщення від повзучості і віброповзучості відносно пружного значення становить: для z_1 (вертикального переміщення) 123 % і 231 %, для z_2 (поворот) 175 % і 329 %, для z_3 (поворот) 124 % і 233 % відповідно.

Розрахунок за рекурентними формулами

Авторами розроблено нову методологію розв'язання задач тривалих процесів, яка дозволяє спростити й автоматизувати розрахунок тривалих переміщень і зусиль за такими рекурентними формулами. Виходимо з того, що пружні розв'язки вже відомі. Тривалі переміщення: $z_i(t) = z_i^* F_i(t)$, $i = 1, 2, \dots, n$

невідомих, де z_i^* – пружне i -е переміщення, а $F_i(t)$ – функція часу для i -го переміщення. Дана функція враховує повзучість-віброповзучість системи і визначається за рекурентною формулою

$$F_i(t) = \frac{D^*}{D_i^*} [D(t)]^{-1} [D_i(t)], \quad (16)$$

де D^* – пружний визначник системи; $[D(t)]^{-1}$ – зворотна матриця визначника системи в часі; D_i^* – пружний визначник для i -го переміщення; $[D_i(t)]^{-1}$ – матриця визначника в часі для i -го переміщення.

Тривалі зусилля: $S_j(t) = S_j^* T_j(t)$, де $T_j(t)$ – функція часу для j -го рядка вектора вузлових зусиль g -го СЕ. Дана функція враховує повзучість-віброповзучість системи і визначається за рекурентною формулою

$$T_j(t) = \left(1 - \frac{S_j^n}{S_j^*}\right) (L_g 1) + \frac{\Delta S_j^{\Delta z}(t)}{S_j^*} + \frac{S_j^n(t)}{S_j^*}, \quad (17)$$

де S_j^* – зусилля пружного деформаційного розрахунку; S_j^n – зусилля, пружне від невузлового навантаження, $S_j^n(t)$ – тривале зусилля від невузлового навантаження, і приро-

щення зусилля від повзучості-віброповзучості визначається з рівняння

$$\Delta \vec{S}_g^{\Delta z}(t) = r_g^* a_g L_g \vec{\Delta z}(t), \quad (18)$$

де $\vec{\Delta z}(t) = \overline{z_i^*(F_i(t) - 1)}$.

Ці формули були перевірені при розрахунку тієї ж самої рами, і були отримані аналогічні результати, які представлено на рис. 3–6.

Розрахунок нормальних напруг

Деформаційний розрахунок стрижневих систем повинен закінчуватися визначенням у часі напруг в арматурі та бетоні за максимальним внутрішнім зусиллям. Зіставлення їх з нормативними значеннями дозволяє встановити термін нормальної експлуатації споруд. Рівняння для розрахунку нормальних напруг в арматурі та бетоні, з урахуванням тривалих процесів, взяті з [10] та мають такий вигляд: в арматурі e -го ряду

$$K\sigma_e = \sigma_{ep} + \sigma_{eu} = \sum_{\phi=p}^u \sigma_{e\phi}, \quad (\phi=p, u), \quad (19)$$

де $\sigma_{e\phi}$ – узагальнені напруження в арматурі від дії « ϕ », представлені силовим зовнішнім навантаженням або несилуюю деформацією (усадка, набряк) бетону. Узагальнене напруження в арматурі дорівнює

$$\sigma_{e\phi} = \Gamma_{\phi} \sigma_{e\phi}^M - \mathcal{J}_{\phi} \sigma_{e\phi}^{MN} + T_{\phi} \sigma_{e\phi}^N, \quad (20)$$

де пружні компоненти визначаються за формулами

$$\sigma_{e\phi}^M = \frac{\alpha_e M_{\phi} y_e}{I},$$

$$\sigma_{e\phi}^{MN} = \frac{\alpha_e (M_{\phi} + N_{\phi} y_e)}{V_{red}}, \quad \sigma_{e\phi}^N = \frac{\alpha_e N_{\phi}}{A}.$$

Нормальні напруження в бетоні

$$K\Lambda\sigma_e = V \sum_{\phi=p}^u \sigma_{e\phi} - KV\sigma_u, \quad (\phi=p, u), \quad (21)$$

де $\sigma_{e\phi}$ – напруження в бетоні від узагальненої дії « ϕ », $\sigma_u = E_0 \epsilon_u$ – умовне несилоне напруження бетону. Узагальнене напруження в бетоні визначається при розв’язанні співвідношення

$$\sigma_{e\phi} = \Gamma_{\phi} \sigma_{e\phi}^M - \mathcal{J}_{\phi} \sigma_{e\phi}^{MN} + T_{\phi} \sigma_{e\phi}^N, \quad (\phi=p, u), \quad (22)$$

де пружні компоненти визначаються за формулами

$$\sigma_{e\phi}^M = \frac{M_{\phi} y}{I}, \quad \sigma_{e\phi}^{MN} = \frac{(M_{\phi} + N_{\phi} y)}{V_{red}}, \quad \sigma_{e\phi}^N = \frac{N_{\phi}}{A}.$$

До формул також входять узагальнені оператори повзучості [3] та віброповзучості [1], які мають вигляд

$$\begin{aligned} V &\equiv C_{en}, \quad \Lambda \equiv E + C_{en}, \quad \mathcal{J}_p \equiv C_{en} + C_{en}^2, \\ K &\equiv E + (\mu + \lambda)C_{en} + (\mu\lambda - \eta e_s)C_{en}^2, \\ T_u &\equiv E + \lambda C_{en}, \quad \Gamma_p \equiv E + (\mu + 1)C_{en} + \mu C_{en}^2, \\ \mathcal{J}_u &\equiv C_{en}, \quad T_p \equiv E + (\lambda + 1)C_{en} + \lambda C_{en}^2, \\ \Gamma_u &\equiv E + \mu C_{en}. \end{aligned} \quad (23)$$

Розрахунок нормальних напружень ми провели тільки в найнебезпечнішому місці рами (де виникають максимальні згинальні моменти) – для верхнього ригеля у місці жорсткої опори, а також для нижнього ригеля. Дані за розрахунком наведено в табл. 3.

Таблиця 3 Нормальні напруження рами

Місце	Вид розрахунку, МПа			Нормативне значення міцності матеріалу, МПа
	пружний деформаційний	з повзучістю	з віброповзучістю	
Жорстка опора, верхній ригель (Стиск / Розтяг)				
Бетон	-0,82/ 1,185	-0,722/ 1,047	-0,645/ 0,938	-17,0/1,20
Арматура	-4,572/ 6,819	-11,417/ 17,058	-17,534/ 26,234	-365,0/365,0
Жорстка опора, нижній ригель (Стиск / Розтяг)				
Бетон	-1,223/ 1,195	-1,093/ 1,04	-0,975/ 0,891	-17,0/1,20
Арматура	-7,072/ 6,899	-16,049/ 15,295	-24,062/ 22,512	-365,0/365,0

Розраховані нормальні напруження бетону та арматури рами, з урахуванням повзучості та віброповзучості бетону (табл. 3), показали, що вони не перевищують нормативних значень міцності бетону і арматури у часі.

Висновки

Розроблено методологію розрахунку n раз кінематично невизначених залізобетонних рам, з урахуванням повзучості і віброповзучості, на основі МСЕ і рекурентних формул, які дозволяють спростити й автоматизувати розрахунок стрижневих систем на тривалі процеси – усадку, повзучість і вібро-повзучість бетону.

За результатами розрахунку одержано значні поправки за кінематичними (123–329 %) і статичними (–34...+645 %) характеристиками рами відносно пружних значень. Це свідчить про те, що деформації повзучості та віброповзучості бетону слід обов'язково враховувати у практиці проектування стрижневих залізобетонних конструкцій.

Література

1. Ржаницын А.Р. Теория ползучести / А.Р. Ржаницын. – М.: Стройиздат, 1968. – 416 с.
2. Арутюнян Н.Х. Некоторые вопросы теории ползучести / Н.Х. Арутюнян. – М.: Гостехтеориздат, 1952. – 324 с.
3. Гольшев А.Б. Проектирование железобетонных конструкций: справочное пособие / А.Б. Гольшев, В.Я. Бачинский, В.П. Полищук. – К.: Будівельник, 1990. – 544 с.
4. Яценко Е.А. Методы расчета железобетонных конструкций на длительное воздействие с учетом ползучести бетона: дис. ... доктора техн. наук: 05.23.01 / Е.А. Яценко. – М., 1989. – 364 с.
5. Яременко А.Ф. Приближенный расчет многоэтажных рам регулярной структуры на горизонтальное нагружение / А.Ф. Яременко // Механика симметричных неоднородных сред и ее приложения, 1997. – С. 115–121.
6. Клованич С.Ф. Расчет железобетонных конструкций методом конечных элементов при длительных воздействиях / С.Ф. Клованич. – К.: НИИСК, 2004. – Вып. 61, Т. 1. – С. 153–158.
7. Яценко Е.А. Теория длительной прочности и устойчивости железобетонных систем с учетом ползучести бетона / Е.А. Яценко, С.А. Слободянюк. – Днепрпетровск: ПГАСА, Пороги, 2002. – 250 с.
8. Слободянюк С.А. Метод начальных параметров виброползучести бетона / С.А. Слободянюк, А.П. Буратинский // Бетон и железобетон в Украине. – 2010. – № 5. – С. 6–7.
9. Буратинский А.П. Метод решения задач виброползучести / А.П. Буратинский // Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури. – 2011. – № 10. – С. 45–50.
10. Слободянюк С.А. Деформационный расчет и устойчивость стержневых железобетонных систем с учетом длительных процессов: дис. ... доктора техн. наук: 05.23.01 / С.А. Слободянюк. – Днепрпетровск, 2002. – 280 с.
11. Буратинский А.П. Расчет защемленной балки на виброползучесть с учетом армирования / А.П. Буратинский // Теоретические основы строительства: 21-й Польско-Украинский семинар. – Warsaw, 2013. – С. 381–384.

Рецензент: О.Г. Кіслов, професор, д.т.н., ХНАДУ.

Стаття надійшла до редакції 2 грудня 2013 р.