

МЕХАТРОНИКА

УДК 629.113.066

ПРОГРАММНО-АППАРАТНЫЙ КОМПЛЕКС ИССЛЕДОВАНИЯ РАБОЧИХ ПРОЦЕССОВ ГИБРИДНОЙ СИЛОВОЙ УСТАНОВКИ

С. А. Сериков, доц., д. т. н., В. Я. Двадненко, доц., к. т. н.,
А. В. Бажинов, проф., д. т. н., А. Б. Богаевский, проф., д. т. н.,
Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет

Аннотация. Рассмотрена программно-аппаратная реализация информационно-измерительного комплекса исследования рабочих процессов гибридной силовой установки в ходе ездовых испытаний гибридного автомобиля.

Ключевые слова: информационно-измерительный комплекс, гибридная силовая установка, испытательный ездовой цикл, обработка результатов измерений.

ПРОГРАМНО-АППАРАТНИЙ КОМПЛЕКС ДОСЛІДЖЕННЯ РОБОЧИХ ПРОЦЕСІВ ГІБРИДНОЇ СИЛОВОЇ УСТАНОВКИ

С. А. Серіков, доц., д. т. н., В. Я. Двадненко, доц., к. т. н.,
О. В. Бажинов, проф., д. т. н., О. Б. Богаєвський, проф., д. т. н.,
Харківський національний автомобільно-дорожній університет

Анотація. Розглянуто програмно-апаратну реалізацію інформаційно-вимірювального комплексу дослідження робочих процесів гібридної сигової установки в ході їздових випробувань гібридного автомобіля.

Ключові слова: інформаційно-вимірювальний комплекс, гібридна силова установка, випробувальний їздовий цикл, обробка результатів вимірювань.

PROGRAM-MEASURING COMPLEX FOR RESEARCHES OF WORKINGS PROCESSES IN POWER SETTING OF HYBRID CAR

S. Serikov, Assoc. Prof., D. Sc. (Eng.), V. Dvadnenko, Assoc. Prof., Ph. D. (Eng.),
A. Bazhinov, Prof., D. Sc. (Eng.), A. Bogaevskii, Prof., D. Sc. (Eng.),
Kharkiv National Automobile and Highway University

Abstract. Programmatic-apparatus realization of a measuring complex for research of working processes of a hybrid power-plant during the drive tests of hybrid vehicles is considered.

Key words: information-measuring complex, hybrid power-plant, test driving cycle, treatment of measuring results.

Введение

Кафедра автомобильной электроники Харьковского национального автомобильно-дорожного университета в последние годы стала общепризнанным лидером в области отечественных исследований экономических и экологически безопасных транспортных

средств. На кафедре были созданы два опытных гибридных автомобиля с параллельной схемой гибридной силовой установки на базе серийных автомобилей «Таврия-пикап» ЗАЗ-11024-08 и «Сенс» ЗАО «Запорожский автомобилестроительный завод». В настоящее время ведутся исследования в области структурной и параметрической оптимиза-

ции силовых установок гибридных транспортных средств, разработки методов и алгоритмов оптимизации и адаптации управления силовыми установками для повышения их экономичности и экологической безопасности. Такие исследования требуют создания новых инструментальных средств для исследования рабочих процессов гибридных силовых установок в ходе ездовых испытаний автомобиля.

Анализ публикаций

На кафедре автомобильной электроники накоплен богатый опыт создания высокотехнологичных инструментальных средств контроля, регистрации и диагностики параметров и характеристик автомобильных силовых установок. Так, в работах [1, 2] описаны компьютеризированные системы контроля параметров автомобильных двигателей внутреннего сгорания, в частности программно-аппаратный комплекс оценки остаточного ресурса ДВС и компьютеризированная система диагностики состояния цилиндропоршневой группы и кривошипно-шатунного механизма ДВС. В работе [3] представлен программно-аппаратный комплекс для исследования характеристик системы управления инжекторным ДВС. Один из вариантов построения информационно-измерительного комплекса для исследования рабочих процессов силовой установки гибридного автомобиля описан в [4]. Рассмотренный комплекс использовался в ходе ездовых испытаний гибридного автомобиля на базе серийного автомобиля «Таврия-пикап». Создание нового гибридного автомобиля на базе «Сенс» потребовало модификации инструментальных средств исследования рабочих процессов гибридной силовой установки. Созданный для этих задач новый программно-аппаратный комплекс рассматривается в данной работе.

Цель и постановка задачи

В процессе ездовых испытаний гибридного автомобиля осуществляется оптимизация системы управления его силовой установки, эмпирический подбор некоторых параметров, определяющих её функционирование, сравнительная оценка экономичности и экологической безопасности гибридного автомобиля по сравнению с базовой моделью на различных режимах движения. Для осуществления этих задач необходима регистрация основных параметров, характеризующих протекание рабочих процессов гибридной силовой установки в ходе ездовых испытаний автомобиля.

Достаточно полное представление о функционировании тягового электропривода на основе вентильного электродвигателя с электромагнитным возбуждением, LiIon тяговой аккумуляторной батареи, системы рекуперации энергии, двигателя внутреннего сгорания MeMz-307 и системы управления гибридной силовой установкой обеспечивает регистрация в процессе движения автомобиля следующих параметров:

- сигнала управления электромагнитным моментом вентильного электродвигателя;
- тока тяговой аккумуляторной батареи (тока разряда в электротяговом режиме и заряда – при рекуперативном торможении);
- напряжения тяговой аккумуляторной батареи;
- напряжения бортовой сети автомобиля;
- сигнала управления эффективным крутящим моментом ДВС;
- длительности импульса впрыска топлива;
- расчётного часового расхода топлива;
- скорости вращения коленчатого вала ДВС;
- скорости автомобиля;
- текущего времени ездового цикла.

Данные параметры позволяют также оценить синергетический эффект от функционирования указанных агрегатов в составе гибридной силовой установки при различных режимах движения автомобиля. Период дискретизации выбранных параметров при их регистрации определяется динамическими свойствами рабочих процессов в отдельных агрегатах, составляющих гибридную силовую установку. Исследования показывают, что для оценки показателей качества процесса управления может использоваться период дискретизации 30 ÷ 40 мс. Данный период дискретизации обеспечивает регистрацию с достаточной точностью процессов с наименьшими постоянными времени. Однако для обеспечения удобства дальнейшей обработки результатов измерений данный период дискретизации должен использоваться для всех регистрируемых параметров.

Особенности программно-аппаратной реализации информационно-измерительного комплекса

Функциональная схема информационно-измерительного комплекса, обеспечивающего сбор, регистрацию, первичную обработку и сохранение в памяти персонального компьютера основных параметров, характеризующих протекание рабочих процессов гибрид-

ной силовой установки в ходе ездовых испытаний автомобиля, представлена на рис. 1.

Данный комплекс осуществляет регистрацию диагностических параметров, считываемых из САУ ДВС (МИКАС – 10.3), а также дополнительных параметров, специфических

для гибридной силовой установки исследуемого автомобиля. При этом информационно-измерительный комплекс может работать в полуавтоматическом режиме под управлением оператора, осуществляющего контроль процесса испытаний, либо в автоматическом режиме по заранее заданной программе.

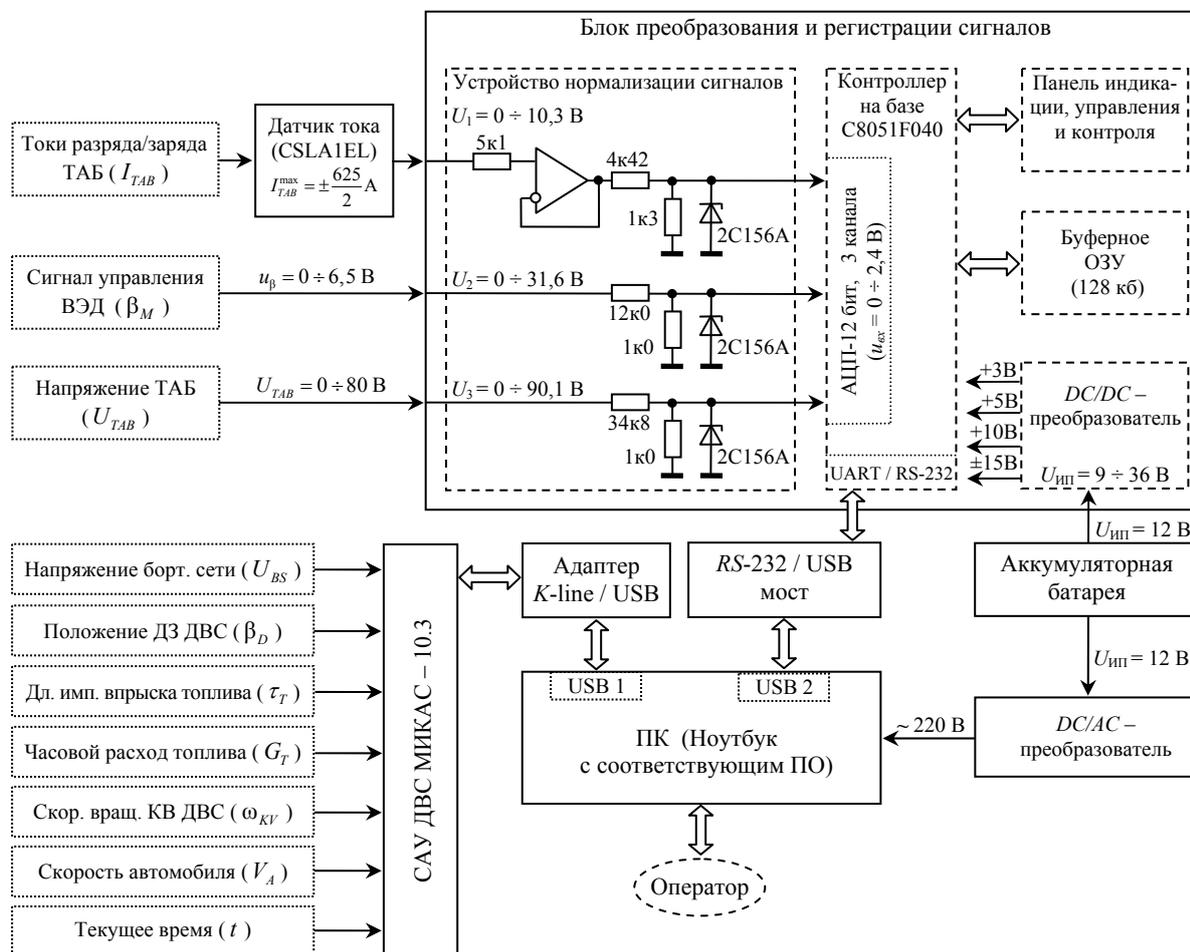


Рис. 1. Информационно-измерительный комплекс исследования рабочих процессов ГСУ

Подключение комплекса к диагностическому соединителю САУ ДВС осуществляется с использованием адаптера линии связи K-line / USB.

Для обеспечения регистрации параметров, характеризующих функционирование отдельных систем и агрегатов гибридного автомобиля, которые не фиксируются САУ ДВС, используется специально разработанный блок преобразования и регистрации сигналов (БПРС). Данный блок осуществляет циклический опрос подключенных датчиков информации, выделение полезного сигнала на фоне мешающих воздействий методом фильтрации, аналого-цифровое преобразование сигналов с

разрешением 12 бит, синхронизацию поступающих по различным информационным каналам данных, буферизацию информационных потоков для их согласования с пропускной способностью каналов связи, передаче данных в персональный компьютер (ПК), стабильное электропитание при изменении внешнего питающего напряжения в широких пределах, преобразование интерфейса UART в RS-232. Кроме того, БПРС обеспечивает некоторые функции интерфейса оператора. Для связи БПРС с ПК используется внешний преобразователь RS-232 / USB.

БПРС выполнен на базе микроконтроллера C8051F040 фирмы Silicon Laboratories. При

этом его функциональные возможности обеспечивают регистрацию до восьми аналоговых сигналов с разрешением 8 бит, до четырёх сигналов с разрешением 12 бит, а также измерение мгновенной скорости вращения ротора вентильного двигателя или коленчатого вала ДВС при возможности задания периода дискретизации сигналов в диапазоне $0,011 \div 35,6$ мс. Для исследования рассматриваемой гибридной силовой установки был выбран период дискретизации сигналов – 35,6 мс.

Качественный и количественный состав датчиков, подключаемых к БПРС, определяется особенностями технической реализации гибридной силовой установки, а также целью и программой исследований. Неиспользуемые функциональные возможности БПРС не отображены на приведенной функциональной схеме.

Сигналы, поступающие с аналоговых датчиков информации, подвергаются нормализации и преобразованию в сигнал напряжения, изменяющийся в диапазоне $u_{ex} = 0,0 \div 2,4$ В. Все используемые измерительные каналы БПРС были градуированы с помощью образцовых измерительных средств. Полученные градуировочные характеристики использовались в процессе первичной обработки данных.

Буферизация информационных потоков для их согласования с пропускной способностью каналов связи осуществляется при помощи буферного оперативного запоминающего устройства (ОЗУ) емкостью 128 кб, выполненного с использованием интегральной микросхемы BS62LV1027SIP70. ОЗУ подключено к центральному контроллеру посредством параллельного интерфейса с совмещенными шинами адреса и данных и обеспечивает время доступа в диапазоне $0,1356 \div 1,356$ мкс.

Ёмкость буферного ОЗУ ограничивает время одного сеанса непрерывной регистрации параметров. При использовании буферного ОЗУ ёмкостью 128 кб и регистрации трёх дополнительных параметров (сигнал управления электромагнитным моментом, ток тяговой аккумуляторной батареи и напряжение тяговой аккумуляторной батареи) с точностью аналого-цифрового преобразования 12 бит время одного сеанса непрерывной регистрации составляет 777,8 с (13 мин).

Для стабилизации электропитания БПРС и датчиков, входящих в состав информационно-измерительного комплекса, а также для подавления высокочастотных помех бортовой сети служит DC/DC преобразователь на базе FDD05-05S4 (Chinfa Electronics Ind. Co., LTD). Данный преобразователь обеспечивает устойчивую работу аппаратных средств и необходимые метрологические характеристики при изменении напряжения внешнего электропитания комплекса в диапазоне $9 \div 36$ В.

Для измерения токов разряда и заряда тяговой аккумуляторной батареи используется линейный датчик тока CSLA1EL фирмы Honeywell, позволяющий бесконтактным способом измерять постоянный, переменный и импульсный токи в диапазоне ± 625 А. Датчик построен на базе интегрированного линейного датчика Холла 91SS12-2, обладающего повышенной температурной стабильностью и характеризующегося температурным дрейфом $\pm 0,05\% / ^\circ\text{C}$. Датчик имеет аналоговый выход, напряжение на котором прямо пропорционально величине измеряемого тока в диапазоне

$$0,25 \cdot U_{ip.I} < U_{dat.I} < 0,75 \cdot U_{ip.I},$$

где $U_{ip.I} = 10$ В – напряжение питания датчика. При нулевом измеряемом токе на выходе датчика действует напряжение смещения, равное половине напряжения источника питания. Регулировка чувствительности датчика производится путём выбора числа витков проводника вокруг кольца магнитопровода. Учитывая возможный диапазон изменения тока ВЭД в ходе испытаний, использовалась намотка в два витка. Постоянная времени, характеризующая быстродействие датчика, $\tau_I = 3,0$ мкс.

В ходе испытаний питание программно-аппаратного комплекса осуществляется от стартерной аккумуляторной батареи. При этом для питания ноутбука, входящего в состав комплекса, используется DC/AC-преобразователь.

С целью анализа данных, регистрируемых информационно-измерительным комплексом, разработан пакет прикладных программ для системы компьютерной математики MatLab, который обеспечивает предварительную обработку данных и графическое отображение

исследуемых параметров в виде, удобном для пользователя.

В ходе предварительной обработки значения физических величин определяются с учётом полиномиальной аппроксимации экспериментальных статических характеристик датчиков и измерительных каналов БПРС. После этого сигналы обрабатываются цифровым фильтром с передаточной функцией

$$W_F(z) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} z^{-n}$$

и амплитудно-частотной характеристикой

$$\left| W_F(e^{j2\pi w}) \right| = \frac{1}{N} \left| \frac{\sin(N\pi w)}{\sin(\pi w)} \right|,$$

где $w = \omega T / 2\pi$ – нормированная частота; ω – частота входного сигнала в рад/с; T – период дискретизации; N – порядок фильтра. Для канала измерения тока $N = 11$, а для каналов измерения сигнала управления ВЭД и напряжения ТАБ – $N = 21$.

Кроме этого производится расчёт показателей качества управления, показателей экономичности силовой установки и статистических данных процесса испытаний: удельного расхода топлива, количества израсходованного топлива и затраченной электроэнергии, общего пройденного пути.

Выводы

Разработанный программно-аппаратный комплекс исследования рабочих процессов гибридной силовой установки обеспечивает возможность оптимизации управления её агрегатами, параметрической идентификации моделей агрегатов силовой установки, оценку эффективности использования гибридных

технологий на различных режимах движения автомобиля. Кроме этого данный комплекс, учитывая его функциональную гибкость, может использоваться для исследования других автомобильных силовых установок, решения задач идентификации математических моделей, диагностики, прогнозирования технического состояния и т. п.

Литература

1. Бажинов А. В. Программно-аппаратный комплекс оценки остаточного ресурса двигателя внутреннего сгорания / А. В. Бажинов, Е. А. Серикова // Вестник ХНАДУ – 2009. – Вып. 45. – С. 79–84.
2. Бажинов А. В. Компьютеризированная система диагностики цилиндропоршневой группы и кривошипно-шатунного механизма двигателей внутреннего сгорания / А. В. Бажинов, Е. А. Серикова // Вісник Східноукраїнського національного університету ім. В. Даля – 2009. – № 11. – С. 17–21.
3. Бороденко Ю. М. Программно-аппаратный комплекс для дослідження характеристик системи керування інжекторним ДВЗ / Ю. М. Бороденко, О. А. Серікова // Автомобильный транспорт. – 2009. – Вып. 25. – С. 9–12.
4. Информационно-измерительный комплекс для исследования рабочих процессов силовой установки гибридного автомобиля / С. А. Сериков, В. Я. Двядненко, Ю. Н. Бороденко, А. Н. Сергиенко // Вісник СевНТУ. Серія «Машиноприладобудування та транспорт». – 2013. – Вип. 143/2013. – С. 122–126.

Рецензент: О. П. Алексеев, профессор, д. т. н., ХНАДУ

Статья поступила в редакцию 24 марта 2014 г.

УДК 004.222:004.43

ОЦЕНКА ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ПОГРЕШНОСТИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННО- ТЕЛЕМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

О. В. Мнушка, асп.,

Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет

Аннотация. Проведен анализ источников дополнительной погрешности результатов имитационного моделирования информационно-телематических систем, обусловленных форматом представления вещественных данных в памяти компьютера и реализацией математических и специальных функций в стандартных и прикладных библиотеках языков программирования C и C++.

Ключевые слова: имитационное моделирование, погрешность, точность, IEEE 754, специальные функции.

ОЦІНЮВАННЯ ДОДАТКОВОЇ ПОХИБКИ РЕЗУЛЬТАТІВ ІМІТАЦІЙНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ІНФОРМАЦІЙНО-ТЕЛЕМАТИЧНИХ СИСТЕМ

О. В. Мнушка, асп.,

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

Анотація. Проведено аналіз джерел додаткової похибки результатів імітаційного моделювання інформаційно-телематичних систем, обумовлених форматом надання дійсних даних у пам'яті комп'ютера та реалізацією математичних і спеціальних функцій у стандартних та прикладних бібліотеках мов програмування C і C++.

Ключові слова: імітаційне моделювання, похибка, точність, IEEE 754, спеціальні функції.

ESTIMATION OF THE COMPLEMENTARY ERROR OF INFORMATION AND TELEMATICS SYSTEMS SIMULATION

O. Mnushka, P. G.,

Kharkiv National Automobile and Highway University

Abstract. The paper deals with the sources of additional errors in the results of simulation of information and telematics systems, caused by the format of real data in the computer memory and implementation of mathematical and special functions in the standard and applied libraries of the C and C++ programming languages.

Key words: simulation, tolerance, accuracy, IEEE 754, special functions.

Введение

Имитационное моделирование компонентов, узлов, информационно-телематических и мехатронных систем в целом позволяет ускорить процесс модернизации существующих и внедрения новых систем. Математическое и специальное программное обеспечение, получившее распространение для решения по-

добных задач, в ряде случаев не гарантирует получение адекватных результатов моделирования, что обусловлено известными ограничениями современных вычислительных систем на представление и обработку данных.

Основная масса программного обеспечения, ориентированного на научные вычисления, написана на языках программирования C и

C++, которые наряду с фортраном и python являются основными языками программирования для решения вычислительных задач.

Из-за специфики работы с данными и реализации стандартных и прикладных библиотек C и C++ возникают дополнительные погрешности вычислений, а в ряде случаев и грубые ошибки, понимание природы которых должно обеспечить повышение достоверности моделирования и уменьшения накладных расходов при разработке и внедрении новых информационно-телематических, встраиваемых, мобильных и др. систем.

Анализ публикаций

Вещественные данные в памяти вычислительной системы представлены в нормализованном виде в формате IEEE 754 $\pm M \cdot q^{\pm p}$, где M – мантисса, q – основание системы счисления, p – порядок (экспонента) (рис. 1) [1].

Знак	Экспонента			Мантисса			
S	k	...	0	(h)	n	...	0

Рис. 1. Формат вещественных чисел IEEE 754

Стандарт IEEE 754-2008 определяет четыре базовых бинарных формата и три десятичных формата, способы реализации различных арифметических операций, обработку исключительных ситуаций и т. д. Стандартные размеры мантиссы, которая определяет точность, 9 (half), 23 (single), 53 (double) и 113 (quad) двоичных или $\log_{10} 2^n$ десятичных разрядов. В ряде форматов для увеличения точности используется скрытый разряд (h). На платформе IntelTM с сопроцессором (FPU) $\times 87$ для повышения точности вычислений используется расширенный (extended, $M = 64$) формат.

При работе с числами в формате IEEE 754 возникает ряд проблем, связанных с ограниченной разрядной сеткой и некорректным округлением результатов вычислений [2].

Для преодоления недостатков формата IEEE 754 в работе [3] предлагается так называемый постбинарный формат хранения чисел. В настоящее время отсутствует его аппаратная и программная поддержка, что не дает возможности оценить его преимущества и недостатки.

Для снижения дополнительной погрешности вычислений используют специальные приемы – интервальную и обычную арифметику произвольной точности [3], которые реализованы в библиотеках ЯП C:

- GNU MP (<https://gmplib.org/>);
- GNU MPFR (<http://www.mpfr.org/>);
- MPFI (<http://perso.ens-lyon.fr/nathalie.revol/software.html>) и др.

Помимо погрешностей вычислений, связанных с форматом хранения данных, различают погрешности вычислений в библиотеках языков программирования [5], обусловленные способами реализации элементарных и специальных функций. Общие подходы к разработке и тестированию функций без привязки к определенному языку программирования представлены в стандарте ISO/IEC 10967. Information technology. Language independent arithmetic [6], при этом библиотеки существующих ЯП уже реализованы без учета требований данного стандарта.

Следует отметить, что, как правило, при реализации стандартных и прикладных библиотек не указываются величина дополнительной погрешности, закон их изменения и т. п. В настоящее время погрешность машинных вычислений определяют в единицах ULP (unit in the last place, unit of least precision) [7], которая для арифметических операций не превышает 0,5 ULP, а для трансцендентных функций – $\sim (0,5 \dots 1)$ ULP.

Таким образом, существующие на сегодняшний день прикладные библиотеки C и C++ обеспечивают различную погрешность вычислений одних и тех же функций. С учетом того, что эти библиотеки могут иметь различный набор функций, существует проблема их совместного использования и оценки погрешности результатов смешанных вычислений.

Цель и постановка задачи

Повышение достоверности результатов имитационного моделирования информационно-телематических систем на основе оценки дополнительной погрешности результатов, обусловленной спецификами реализации специальных математических функций в библиотеках языков программирования C и C++ и представления вещественных данных в памяти компьютера.

работы программ на этих языках с данными вещественных типов.

Также не дает точного ответа использование интервальной арифметики расширения языка C++ C-XSC [11]. Следует отметить, что реализация `long double` зависит от разработчика компилятора [12], результат вычислений для данных этого типа (рез. 5) выглядит правдоподобным, но ошибка присутствует уже во втором знаке после запятой. Результаты 1–4 являются правильными.

Таблица 1 Результаты вычисления выражения (3)

№	Вариант программы	Точность (дес. разр.)	Результат
1	Maple 16 (mpfr)	34	-1.341818957...e-12
2	C++(mpfr)	>34	-1.341818957...e-12
3	C++(mpfi, 64 байта)	>34	-1.341818957...e-12
4	C(quadmath, float128)	34	-1.341818957...e-12
5	C (long double)	19	-1.314504061...e-12
6	C (double),	16	2.910383045...e-11
7	Scilab (double)	16	2.910383045...d-11
8	Matlab R2012b	16	1.455191528...e-11
9	C++ (long double, 5 байт)	19	1.018557979...e-312
10	C-XSC (l_real 16 байт)	16	8.3456349137e-12

В основе реализации специальных функций (2) лежат разложения в ряд [9, 13] и рациональная аппроксимация (Паде-аппроксимация) [14].

Автором были проанализированы исходные коды реализации специальных функций в библиотеках языков программирования `fortran`, C и C++ – C (glibc 2.18) и C++ (libstdc++ 4.8.2) и прикладных библиотеках – `quadmath` (128-битные числа), `boost::math` (boost 1.54) и GNU scientific library (gsl 1.15), `mpfr` 3.1.2. В основе реализаций (2) в стандартных библиотеках (glibc, libstdc++) и библиотеки `quadmath` используется реализация компании Sun Microsystems 1993 г. на основе (7.1.5) и (7.2.14) [13] и рациональной аппроксимации [14] с модификациями, связанными со схемой разбиения функции (2) на интервалы. В остальных библиотеках используются различные вари-

анты рациональной аппроксимации выражения (2). В фортране, форте и др. используется напрямую аппроксимация [14]. Наиболее поздние реализации таких библиотек относятся к 2000-м годам, т. е. еще до введения стандарта ISO/IEC 10967.

Для анализа рассмотренных вариантов реализации функций был проведен численный эксперимент. Параметры компьютера – процессор Intel Core2 Duo T5750, ОЗУ 4 Гб, ОС Linux (i686, amd64, kernel 3.13), FreeBSD 9.2 (i386).

Для анализа погрешности вычислений, в соответствии с рекомендациями в работе [5], в качестве эталонной выбрана реализация (2) в библиотеке `mpfr` (вычисления с произвольной точностью и корректным округлением). Для определения абсолютной погрешности вычислений функций $erf x$ и $erfc x$ с точностью 40 десятичных разрядов (д. р.) с использованием функций из библиотеки `mpfr` и соответствующих реализаций функций в анализируемых библиотеках с оптимальными типами данных – `__float128` (16 байт) для библиотеки `quadmath`, `long double` (10 байт) и `double` (8 байт) – для реализаций в библиотеках `glibc` и `boost`, `double` – для реализации в библиотеке `gsl` соответственно.

Ввиду того, что все вычисления данных с плавающей точкой в программах на C/C++ производятся в данных двойной (*BSD, Win32) или расширенной (Linux) точности, погрешности вычислений с другими базовыми типами данных не анализировались.

Получены значения погрешности вычисления (2) для различных библиотек (рис. 3):

а) для данных учетверенной точности (рис. 3,а, `quadruple double`, `quadmath`) абсолютная погрешность Δ не превышает $1 \cdot 10^{-34}$ для $X \in [-9; -3]$, что соответствует точности в 34 десятичных разряда;

б) для данных расширенной точности (`long double`) функция (2) реализована в `glibc` (рис. 3,б) и `boost::math` (рис. 3,в) абсолютная погрешность Δ составляет:

– $(1 \dots 3,5) \cdot 10^{-16}$ для $X \in [-6; 2,5]$ и реализации `glibc`;

– $(0,1 \dots 2,25) \cdot 10^{-16}$ $X \in [-2,5; 2,5]$ и реализации `boost::math`.

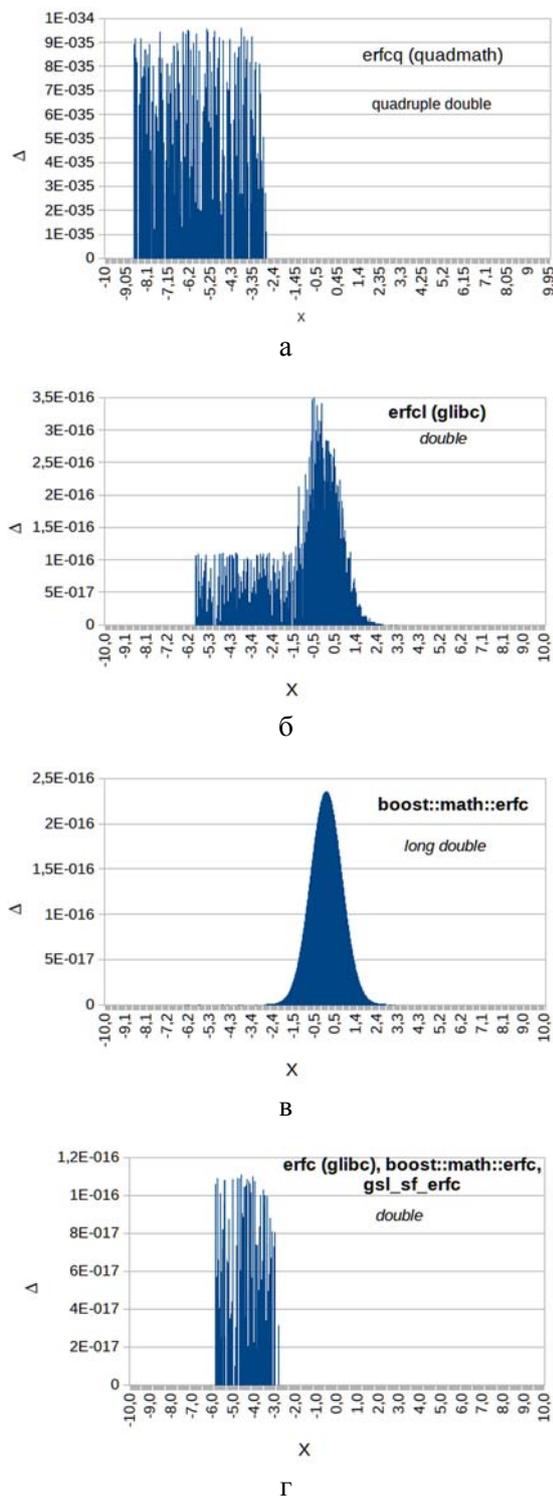


Рис. 3. Погрешность вычисления функции $erfc x$: а – для данных учетверенной точности; б – для данных расширенной точности, реализована в glibc; в – для данных расширенной точности, реализована в boost::math; г – для данных двойной точности

Абсолютная погрешность вычислений для данных этого типа составляет приблизительно 16 десятичных разрядов, что на три по-

рядка хуже достижимой точности, которая составляет 19 десятичных разрядов.

в) для данных двойной точности (double) $\Delta \approx (1,1 \dots 1,2) \cdot 10^{-16}$ в диапазоне изменения аргумента $X \in [-6; -3]$. В данном случае погрешность вычислений одного порядка указана с достижимой точностью (рис 3,г).

Для вычислительных платформ IA32 (i686) и amd64 для рассматриваемых функций получены и проанализированы значения погрешности вычислений. Специфика реализации вычислений над данными с плавающей точкой для данных платформ, обусловленная аппаратной реализацией модулей FPU и SSE/SSE2, может проявляться в том случае, когда производится компиляция программ с параметрами компилятора, заданными по умолчанию. В компиляторах gcc/g++ для 32-битной платформы для этих целей используется сопроцессор, а на 64-битной – механизм SSE/SSE2-расширений [15].

Для анализируемых функций дополнительная погрешность вычислений составляет:

а) $|\Delta| < 5 \cdot 10^{-16}$ для функции $erf x$ из библиотеки gsl и аргумента $X \in [-1,7; 1,8]$ (рис. 4,а);

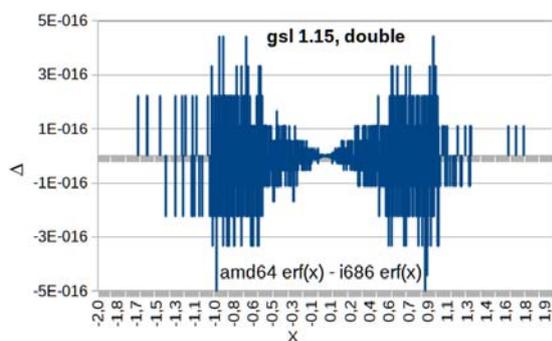
б) $|\Delta| < 1,2 \cdot 10^{-16}$ для функции $erf x$ из библиотеки glibc и аргумента $X \in [-1,7; 1,8]$ (рис. 4,б);

в) $\Delta \leq -1,2 \cdot 10^{-16}$ для функции $erfc x$ из библиотеки glibc и аргумента $X \in [-6; -2]$ и $|\Delta| \leq 1,5 \cdot 10^{-16}$ для $X \in [-2; 2]$ (рис. 4,в).

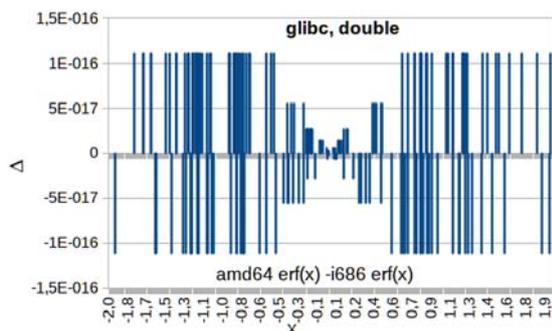
Для библиотек boost и quadmath вычисления для обеих рассмотренных платформ проводятся с одинаковой точностью.

Погрешности вычисления выражения $erfc x = 1 - erf x$ были рассчитаны для аргумента $X \in [-10; 10]$ с шагом $\delta = 0,001$ и данных двойной и расширенной точности (рис. 5, в логарифмическом масштабе). При вычислениях использовались только оптимальные для данной библиотеки типы данных.

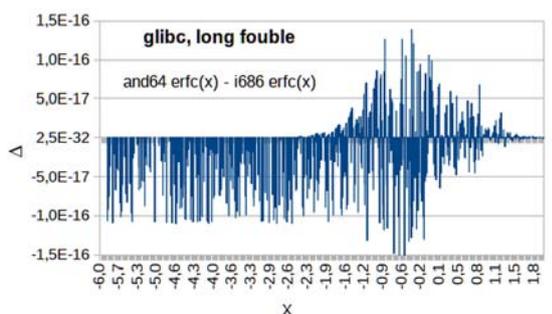
Для библиотек boost и glibc получены схожие результаты (рис. 5,а). Для данных расширенной точности для $X \in [-6; 2]$ наблюдается существенный рост погрешности вычислений (на три порядка), а точность вычислений сопоставима с точностью вычислений с данными удвоенной точности.



а



б

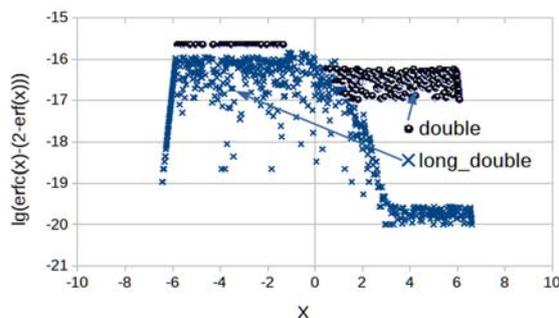


в

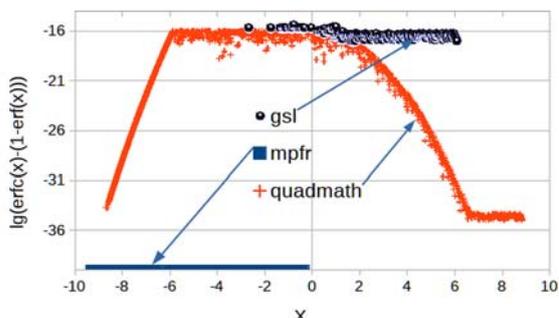
Рис. 4. Погрешность вычислений для платформ amd64 и i686: а – для функции $erf\ x$ из библиотеки *gsl*; б – для функции $erf\ x$ из библиотеки *glibc*; в – для функции $erfc\ x$ из библиотеки *glibc*

Для данных удвоенной точности погрешность вычислений составляет 15–16 д. р., т. е. находится в стандартных границах для данных этого типа.

Для библиотек *mpfr* погрешность вычислений постоянна и сопоставима с максимально выбранной точностью вычислений, в данном случае 40 д. р. (рис. 5, б). Для библиотеки *gsl* небольшой рост погрешности вычислений наблюдается для $X \in [-2; 2]$, которая, в целом, находится на уровне погрешности вычислений для этого типа данных (рис. 5, б).



а



б

Рис. 5. Абсолютная погрешность $\Delta = erf\ x - (1 - erf\ x)$: а – *glibc*, *boost*; б – *gsl*, *mpfr*, *quadmath*

Для библиотеки *quadmath* точность вычислений уменьшается в 2 раза для $X \in [-6; 2]$, а закон изменения погрешности такой же, как и для данных удвоенной точности (рис. 5, а), но дисперсия значительно меньше (рис. 5, б).

Выводы

Характерная для современных цифровых вычислительных систем ограниченная размерная сетка, используемая для представления данных в их памяти, обуславливает дополнительную погрешность результатов ИМ, которая может оказаться существенной и соизмеримой с исходными данными.

Одни и те же ошибки в вычислениях, обусловленные форматом хранения данных, характерны и для универсальных математических пакетов, и для программ, реализующих алгоритмы решения частных задач (табл. 1).

Реализации одних и тех же математических функций, в частности специальных, зависят от библиотек языков программирования и могут основываться на различных моделях. Дополнительная погрешность результатов ИМ различается как для распространенных библиотек C и C++, так и для одних и тех же

библиотек C и C++ при их использовании на различных вычислительных архитектурах (IA-32 и amd64) и операционных системах.

Для уменьшения дополнительной погрешности результатов ИМ следует увеличивать разрядную сетку и применять соответствующие библиотеки. При этом не следует ориентироваться на платформозависимые решения, такие как формат расширенной точности, который поддерживается x87 сопроцессорами, т. к. для компиляторов C и C++ он практически реализован только в GNU Linux. В других ОС, как правило, используют вычисления в формате с удвоенной точностью.

Применение библиотек вычислений с произвольной точностью может привести к существенному падению производительности вычислений.

Для компиляторов gcc и g++ можно порекомендовать использование библиотек quadmath и boost, которые обеспечивают наименьшую дополнительную погрешность вычислений.

Литература

1. IEEE Standard for Floating-Point Arithmetic. – New York, 2008. – 70 p.
2. Handbook of Floating-Point Arithmetic / [J.-M. Muller, N. Brisebarre, F. de Dinechin]. – Basel: Birkhäuser, 2009. – 572 p.
3. Аноприенко А. Я. Особенности представления вещественных чисел в постбинарных форматах / А. Я. Аноприенко, С. В. Иваннича // Математичні машини і системи. – 2012. – № 3. – С. 49–60.
4. Why and How to Use Arbitrary Precision / [K. Ghazi, V. Lefèvre, Ph. Théveny, P. Zimmermann] // Computing in Science and Engineering. – 2010. – Vol. 12; № 3. – P. 62–65.
5. Кулямин В. В. Стандартизация и тестирование реализаций математических функций, работающих с числами с плавающей точкой / В. В. Кулямин // Программирование. – 2007. – № 33(3). – С. 1–29.
6. ISO/IEC 10967-1:2012. Information technology. Language independent arithmetic. Part 1: Integer and floating point arithmetic. – Geneva. – 144 p.
7. Muller J.-M. On the definition of ulp(x) [Электронный ресурс] / J.-M. Muller, INRIA Technical Report 5504. – INRIA: 2005. – Режим доступа: <http://www.ens-lyon.fr/LIP/Pub/Rapports/RR/RR2005/RR2005-09.pdf>. – 2014.
8. Мазманишвили А. С. Визуализация информационных характеристик электромагнитной обстановки в системах спутниковой связи / А. С. Мазманишвили, О. Я. Никонов // Вісник СумДУ. Серія «Технічні науки». – 2008. – № 4. – С. 30–37.
9. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами / [М. Абрамовиц, И. Стиган]. – М.: Наука, 1979. – 832 с.
10. Jerushim M. Simulation of Communication System. Modeling, Methodology, and Technics / M. Jerushim, P. Balaban, K. Sam Shanmugan. – Kluwer Academic Publisher, 2000. – 908 p.
11. Krämer W. Multiple/arbitrary precision interval computations in C-XSC / W. Krämer // Computing. – Springer, 2012. – Vol. 94; Is. 2–4. – P. 229–241.
12. Мнушка О. Особенности реализации формата IEEE 754 чисел с плавающей точкой в компиляторах языка C/C++ / О. В. Мнушка // Радиоэлектроника и молодежь в XXI веке: материалы 15-го Юбилейн. Межд. молодеж. фор. Сб. матер. фор.; 18–20 апр. 2011. Т. 9. Межд. конф. «Информационные интеллектуальные системы» – Х.: ХТУРЭ, 2011. – С. 240–241.
13. Computer Approximations / [J. F. Hart, E. W. Cheney, C. L. Lawson]. – 1968. – 354 p.
14. Cody W. J. Rational Chebyshev approximations for the error function / W. J. Cody // Math. Comp. – 1969. – № 23. – P. 631–637.
15. Using the GNU Compiler Collection (GCC) [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://gcc.gnu.org/onlinedocs/gcc-4.8.2/gcc/> – 04.2014.

Рецензент: О. Я. Никонов, доцент, д. т. н., ХНАДУ.

Статья поступила в редакцию 28 февраля 2014 г.