

УДК 624.21

РАБОТА ПЛИТЫ, ОДНА СТОРОНА КОТОРОЙ ЗАЩЕМЛЕНА, ДВЕ СМЕЖНЫЕ СТОРОНЫ – СВОБОДНО ОПЕРТЫ, А ЧЕТВЕРТАЯ – СВОБОДНА**В. П. Кожушко, проф., д. т. н.,
Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет**

Аннотация. Приведена методика расчета упомянутых плит, подкрепленных или неподкрепленных ребрами, при воздействии на них любых внешних нагрузок. Исследование работы плиты базируется на ранее разработанном автором методе расчета пролетных строений мостов.

Ключевые слова: защемление грани плиты, свободное опирание грани плиты, смешанный метод строительной механики.

РОБОТА ПЛИТИ, ОДНА СТОРОНА ЯКОЇ ЗАТИСНЕНА, ДВІ СУМІЖНІ СТОРОНИ – ВІЛЬНО ОБПЕРТІ, А ЧЕТВЕРТА – ВІЛЬНА**В. П. Кожушко, проф., д. т. н.,
Харківський національний автомобільно-дорожній університет**

Анотація. Наведено методику розрахунку згаданих плит, підкріплених або не підкріплених ребрами, під час дії на них будь-яких зовнішніх навантажень. Дослідження роботи плити базується на раніше розробленому автором методі розрахунку прольотних будов мостів.

Ключові слова: затиснення грані плити, вільна грань, вільне обпирання грані плити, змішаний метод будівельної механіки.

**THE PERFORMANCE OF THE PLATE ONE SIDE OF WHICH IS RESTRAINED,
TWO ADJACENT SIDES ARE FREELY SUPPORTED,
AND THE FOURTH SIDE IS FREE****V. Kozhushko, Prof., D. Sc. (Eng.),
Kharkiv National Automobile and Highway University**

Abstract. The method of design for above-stated plates, supported or not supported by ribs, when affected by any external loads is offered. Investigation of plate performance is based on previously developed by the author design method for ridges span structures.

Key words: strained plate ends, free end, free plate support, mixed method of structural mechanics.

Введение

Расчет тонких пластин, даже не подкрепленных ребрами, при различных условиях опирания их сторон и нагружении любыми внешними нагрузками представляет сложную в математическом плане задачу.

Анализ публикаций

Анализ источников по расчету пластин [1–6] показал, что при решении задачи разные ав-

торы использовали различный математический аппарат: численные методы расчета [1], метод конечных элементов [1, 2], вариационные методы [3, 4], двойные бесконечные тригонометрические и другие ряды [5] или классические решения дифференциальных уравнений четвертого порядка в частных производных [6]. Применение того или иного математического аппарата зависело от способа опирания сторон на опоры и от вида внешней нагрузки, приложенной к пластине. При этом решения получены не для всех ви-

дов нагрузки (чаще решались задачи при симметричном расположении нагрузки). Таким образом, нет единого подхода к решению для всех пластин.

Решение задачи еще более усложнялось при наличии ребер, подкрепляющих пластины в одном или обоих направлениях, особенно при различных расстояниях между ребрами и различных их изгибных или крутильных жесткостях. Практически нет решений по определению напряженно-деформированного состояния пластин, имеющих переменную толщину в одном или обоих направлениях. Мало работ, в которых бы проводился расчет рассматриваемых в данной статье пластин, под воздействием внешних моментов, приложенных несимметрично.

Цель и постановка задачи

Цель – предложить единый метод расчета пластин, нагруженных любыми внешними нагрузками, имеющих различную жесткость в обоих направлениях.

Этот метод базируется на разработанном автором методе расчета пролетных строений [7, 8]. Пластика разбивается на ряд продольных и поперечных полос (рис.1).

Количество продольных полос при расчете пластин, не подкрепленных ребрами, должно быть не менее десяти и желательно их количество принимать нечетным. При наличии продольных ребер продольные полосы должны располагаться так, чтобы продольные ребра находились под их серединой. Продольные элементы располагаются перпендикулярно заземленной стороне и представляют собой полосы, один из которых заземлен, а второй шарнирно – оперт.

Поперечные полосы (полосы вдоль стороны b) шириной один метр следует вырезать в том сечении по длине ℓ , в котором оценивается напряженно-деформированное состояние пластины.

Поперечная полоса рассматривается как многопролетный элемент на упруго оседающих опорах (рис. 1). Роль упруго оседающих опор играют продольные полосы. При расчете поперечных полос используется смешанный метод строительной механики, для чего на левом ее конце (в точке шарнирного опирания поперечной полосы) вводится фиктивное заземление.

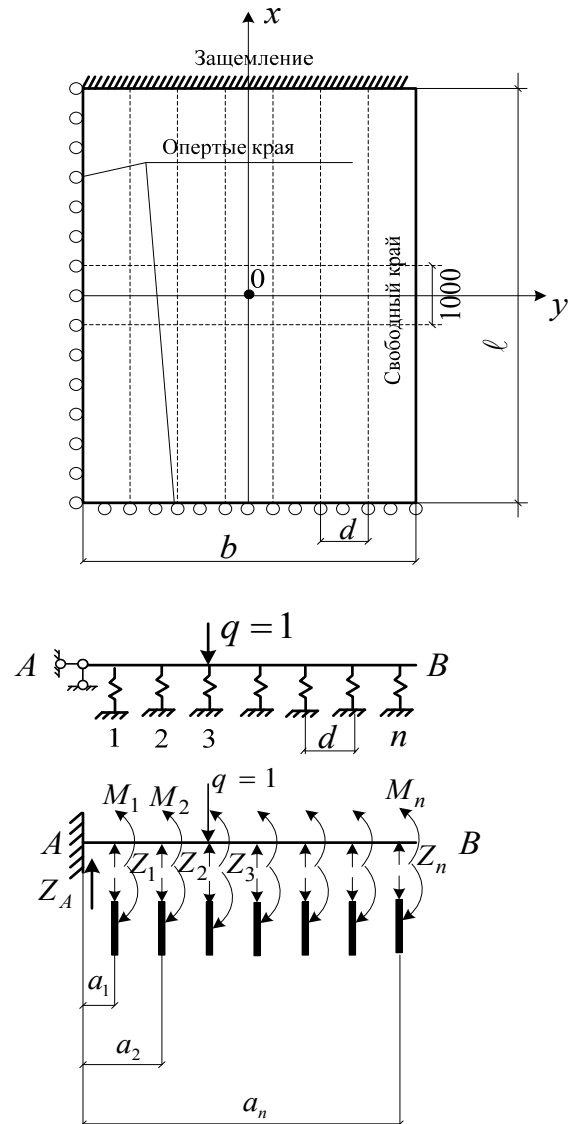


Рис.1. Расчетная и основная схемы поперечной полосы

Неизвестными будут вертикальные усилия Z_i в местах расположения упругих опор (в середине ширины продольных полос), моменты M_i в этих же точках, а также усилие (реакция) Z_A в точке шарнирного опирания поперечной полосы опоры и угол поворота φ_A в этой же точке. Таким образом, количество неизвестных при учете только усилий Z_i будет равно $(n+2)$, где n – количество продольных полос. При учете крутящих моментов M_i , приложенных в тех же точках, что и усилия Z_i , следует добавлять еще n неизвестных. Влиянием других усилий в местах пересечения продольных и поперечных полос можно пренебречь, как это показано в работах [9, 10], так как они незначительно влияют на распределенную способность пластины.

Реализация задачи

Для определения неизвестных Z_i , Z_A и φ_A необходимо решить систему уравнений с $(n+2)$ неизвестными, если игнорировать крутящие моменты M_i .

$$\begin{cases} \delta_{11}^{(Z)} Z_1 + \dots + \delta_{1n}^{(Z)} Z_n + a_1 \varphi_A + \Delta_{1P} = 0; \\ \dots \\ \delta_{n1}^{(Z)} Z_1 + \dots + \delta_{nm}^{(Z)} Z_n + a_n \varphi_A + \Delta_{nP} = 0; \\ Z_1 + \dots + Z_n + Z_A - 1 = 0; \\ a_1 Z_1 + \dots + a_n Z_n - a_i = 0. \end{cases} \quad (1)$$

При учете крутящих моментов M_i следует решать систему из $(2n+2)$ уравнений

$$\begin{cases} \delta_{11}^{(Z)} Z_1 + \dots + \delta_{1n}^{(Z)} Z_n + \delta_{11}^{(M)} M_1 + \dots + \delta_{1n}^{(M)} M_n + a_1 \varphi_A + \Delta_{1P} = 0; \\ \dots \\ \delta_{n1}^{(Z)} Z_1 + \dots + \delta_{nm}^{(Z)} Z_n + \delta_{n1}^{(M)} M_1 + \dots + \delta_{nm}^{(M)} M_n + a_n \varphi_A + \Delta_{nP} = 0; \\ \theta_{11}^{(Z)} Z_1 + \dots + \theta_{1n}^{(Z)} Z_n + \theta_{11}^{(M)} M_1 + \dots + \theta_{1n}^{(M)} M_n + \varphi_A + \theta_{1P} = 0; \\ \dots \\ \theta_{n1}^{(Z)} Z_1 + \dots + \theta_{nm}^{(Z)} Z_n + \theta_{n1}^{(M)} M_1 + \dots + \theta_{nm}^{(M)} M_n + \varphi_A + \theta_{nP} = 0; \\ Z_1 + \dots + Z_n + Z_A - 1 = 0; \\ a_1 Z_1 + \dots + a_n Z_n + M_1 + \dots + M_n - a_i = 0. \end{cases} \quad (2)$$

В системе уравнений (1) величины $\delta_{ik}^{(Z)}$, а в системе уравнений (2) величины $\delta_{ik}^{(Z)}$, $\delta_{ik}^{(M)}$ – это единичные вертикальные перемещения соответственно от единичных усилий $Z_i = 1$ и единичных моментов $M_i = 1$. Величины $\theta_{ik}^{(Z)}$ и $\theta_{ik}^{(M)}$ – это единичные углы поворота соответственно от единичных усилий $Z_i = 1$ и единичных моментов $M_i = 1$.

Свободные члены Δ_{1P} определяются из условий, что к поперечной полосе последовательно (над каждой продольной полосой) приложена равномерно распределённая (вдоль продольной полосы) нагрузка интенсивностью $q = 1$. При такой постановке задачи после решения системы уравнений (1) или (2) n раз будут определены ординаты линий влияния усилий Z_i и линий влияния крутящих моментов M_i . После загрузки линий влияния усилий Z_i истинной внешней нагруз-

кой будут получены коэффициенты поперечного распределения (КПР), а при загрузении линий влияния M_i – крутящие моменты.

Процедура определения единичных перемещений $\delta_{ik}^{(Z)}$, $\delta_{ik}^{(M)}$, $\theta_{ik}^{(Z)}$, $\theta_{ik}^{(M)}$ производится по общим правилам строительной механики как в консольной полосе, имеющей фиктивное заземление на левом ее конце (в точке А).

Следует обратить внимание на специфику определения главных единичных перемещений $\delta_{ii}^{(Z)}$ и $\theta_{ii}^{(M)}$, которые представляют собой сумму перемещений поперечной полосы в i -ой точке и перемещения продольной полосы от единичной распределённой нагрузки $q = 1$.

Перемещения продольной полосы определяются в том сечении по ее длине, в котором вырезана поперечная полоса.

Все остальные особенности по определению единичных перемещений, свободных членов и коэффициентов при φ_A изложены в работах автора [7, 8, 11–13].

Выводы

Изложенный в статье метод расчета позволяет определить напряженно-деформированное состояние рассмотренных пластин, подкреплённых и неподкреплённых ребрами, при воздействии на них любых внешних нагрузок.

Литература

1. Масленников А. М. Расчет строительных конструкций численными методами: учебное пособие / А. М. Масленников. – Л.: Изд-во Ленинградского ун-та, 1987. – 224 с.
2. Строительная механика корабля и теория упругости: учебник для вузов / В. А. Постнов, Д. М. Ростовцев, В. П. Суслов, Ю. П. Кочатов. – Л.: Судостроение, 1987. – Т. 2. Изгиб и устойчивость стержней, стержневых систем, пластин и оболочек. – 1987. – 416 с.
3. Ректорис К. Вариационные методы в математической физике и технике / К. Ректорис, пер. с англ. – М.: Мир, 1985. – 390 с.
4. Тимошенко С. П. Пластинки и оболочки / С. П. Тимошенко, С. Войновский-Кригер, пер. с англ. – М.: Наука, 1966. – 636 с.

5. Кончковский З. Плиты. Статические расчеты / З. Кончковский, пер. с польск. – М.: Стройиздат, 1984. – 480 с.
6. Вайнберг Д. В. Пластинки, диски, балки-стенки (прочность, устойчивость, колебания) / Д. В. Вайнберг, Е. Д. Вайнберг. – К.: Гос. изд-во л-ры по стр-ву и архитектуре УССР, 1959. – 1048 с.
7. Кожушко В. П. Расчет пролетных строений балочных мостов разрезной системы / В. П. Кожушко // Соппротивление материалов и теория сооружений. – 1980. – Вып. 36. – С. 118–122.
8. Кожушко В. П. До розрахунку балково-консольних прогінних будов на тимчасове навантаження / В. П. Кожушко // Автом. дороги і дор. буд-во. – 1985. – Вып. 37. – С. 56–60.
9. Улицкий Б. Е. Пространственные расчеты безфрагментных пролетных строений / Б. Е. Улицкий. – М.: Автотрансиздат, 1963. – 204 с.
10. Гибшман М. Б. Проектирование транспортных сооружений: учебник для вузов / М. Е. Гибшман. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Транспорт, 1988. – 148 с.
11. Кожушко В. П. Расчет плиты с одной или двумя защемленными сторонами / В. П. Кожушко // Науковий вісник будівництва – 2007. – Вып. 44. – С. 232–236.
12. Кожушко В. П. Расчет плиты со свободным ее опиранием на четыре стороны / В. П. Кожушко // Коммунальное хозяйство городов. Серия: Технические науки и архитектура – 2007. – Вып. 79. – С. 166–172.
13. Кожушко В. П. Расчет пластины, свободно опертой тремя сторонами / В. П. Кожушко // Науковий вісник будівництва. – 2009. – Вып. 51. – С. 183–188.

Рецензент: В. Г. Солодов, профессор, д. т. н., ХНАДУ.

Статья поступила в редакцию 12 марта 2014 г.