

УДК 621.874

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ ГРУЗА ПОСЛЕ ОБРЫВА ОДНОЙ ИЗ ВЕТВЕЙ КАНАТА КРАНА МОСТОВОГО ТИПА

А.С. Швачунов, асп., Н.Ю. Дорохов, доц., к.т.н., А.В. Периг, доц., к.т.н.,
А.Н. Стадник, доц., Донбасская государственная машиностроительная
академия, г. Краматорск

Аннотация. Решение обратной задачи динамики по определению вида относительной траектории груза в вертикальной плоскости колебаний и влияния ускорения Кориолиса на вид относительной траектории груза, раскачиваемого на канате. Рассматриваемая задача динамики поставлена как задача Коши для системы дифференциально-алгебраических уравнений как при отсутствии демпфирования, так и с учетом затухания.

Ключевые слова: мостовой кран, раскачивание груза, обрыв каната, уравнение Лагранжа II, математическая модель, нелинейные дифференциальные уравнения.

МОДЕЛЮВАННЯ ПОВЕДІНКИ ВАНТАЖУ ПІСЛЯ ОБРИВУ ОДНІЄЇ З ГІЛОК КАНАТА КРАНА МОСТОВОГО ТИПУ

О.С. Швачунов, асп., М.Ю. Дорохов, доц., к.т.н., О.В. Періг, доц., к.т.н.,
О.М. Стадник, доц., Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ

Анотація. Розв'язання оберненої задачі динаміки з визначення виду відносної траєкторії вантажу у вертикальній площині коливань і впливу прискорення Коріоліса на вид відносної траєкторії вантажу, що розгойдується на канаті. Задачу динаміки, що досліджується, поставлено як задачу Коші для системи диференційно-алгебраїчних рівнянь як за відсутності демпфування, так і з урахуванням загасання.

Ключові слова: мостовий кран, розгойдування вантажу, обрив каната, рівняння Лагранжа II, математична модель, нелінійні диференціальні рівняння.

THE SIMULATION OF LOAD HANDLING IN CASE OF ROPE BREAKAGE ON BRIDGE CRANES

A. Shvachunov, postgraduate, N. Dorokhov, Cand., Eng. Sc., A. Perig, Cand., Eng. Sc.,
A. Stadnik, Assoc. Prof., Donbass State Engineering Academy, Kramatorsk

Abstract. The solution of the inverse dynamics problem to determine the type of load relative path in the vertical plane of vibrations and the influence of the Coriolis acceleration on the form of the relative trajectory of the load swinging on a rope has been offered. The considered task of dynamics is regarded as Cauchy problem for the system of differential and algebraic equation both under the absence of damping and taking damping into account.

Key words: bridge crane, load swinging, rope breakage, equation of Logranzha II, mathematical model, nonlinear differential equations.

Введение

Состояние развития подъемно-транспортного оборудования с наличием подвижных тросовых систем требует дальнейшего со-

вершенствования математических моделей, описывающих динамику как рабочих, так и экстремальных режимов работы в условиях частичного обрыва тросового соединения. Данные задачи возникают на производстве

при обрыве одной из ветвей каната, срабатывании уравнительного тормозного барабана и последующих колебаниях груза, висящего на оставшейся целой ветви каната. Решение указанных задач приводит к необходимости детерминированного динамического анализа движения груза, прикрепленного к N -звенному математическому маятнику, в вертикальной плоскости с нахождением собственных частот относительных колебаний. Расчетный анализ механической системы «материальная точка – удерживающие двусторонние голономные связи» позволяет получить инженерное приближенное решение задачи для натянутой тросовой системы.

Анализ публикаций

В мире существуют и разрабатываются различные системы, функционирование которых направлено на повышение безопасности эксплуатации кранов мостового типа. Задачи снижения раскачивания груза при обрыве каната также проанализированы в работах Семенюк В.Ф. и др. [1], Стукаленко А.М. и др. [2], Слободяник В.А. [3]. В исследовании Ловейкина В.С. и др. [4, 5] приведена функция Лагранжа и проанализированы уравнения движения груза на канате крана. Вместе с тем необходимо отметить, что в известных исследованиях недостаточно внимания уделяется динамическому описанию режимов обрыва тросовых систем в рамках постановки и решения дифференциально-алгебраических уравнений (ДАУ), что и обуславливает актуальность данной работы, посвященной динамическому анализу относительных колебаний двухзвенного математического маятника.

Цели и постановка задачи

Целью работы является установление влияния затухания на относительные колебания гибких натянутых звеньев двухзвенного маятника в вертикальной плоскости.

Математическая модель

Расчетная схема обрыва одной ветви каната показана на рис. 1, где AD , DE и BE являются моделями натянутых невесомых тросовых звеньев, причем $BE=l_1$ и $DE=l_2$; а точечные массы тел составляют $m_E=m_1$ и $m_D=m_2$. В точках подвеса трение отсутствует. Для построения нелинейной математической ДАУ-

модели воспользуемся уравнениями Лагранжа II рода [6]. В нашем случае в качестве обобщенных координат q_i и обобщенных скоростей dq_i/dt примем относительные углы отклонения натянутых нитей маятника α_1 , α_2 (рис. 4) и относительные угловые скорости звеньев $d\alpha_1/dt$; $d\alpha_2/dt$ (рис. 1–3).

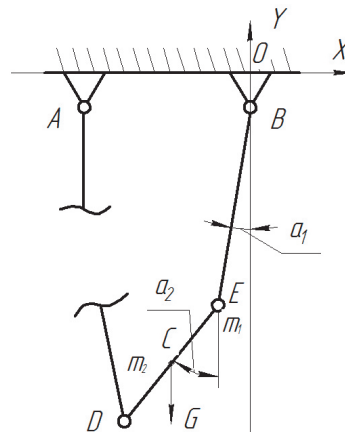


Рис. 1. Модель процесса обрыва каната

Введем декартову систему координат Oxy , начало которой совпадает с точкой подвеса троса BE . Координаты колеблющихся масс определяются следующими соотношениями для голономных геометрических удерживающих связей в данной задаче

$$x_1 = l_1 \sin \alpha_1; \quad x_2 = l_1 \sin \alpha_1 + l_2 \sin \alpha_2; \quad (1)$$

$$y_1 = -l_1 \cos \alpha_1; \quad y_2 = -l_1 \cos \alpha_1 - l_2 \cos \alpha_2. \quad (2)$$

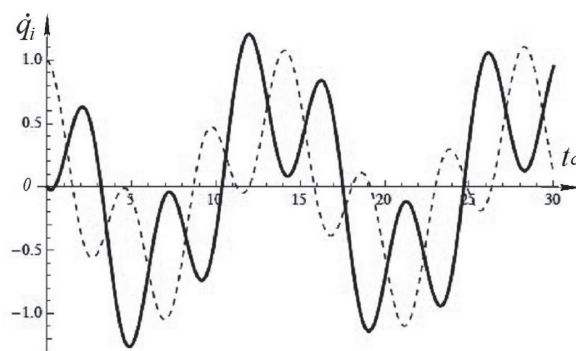


Рис. 2. Характер изменения относительных угловых скоростей $d\alpha_1/dt$ (—); $d\alpha_2/dt$ (---) звеньев системы без демпфирования

Кинетическая T и потенциальная V энергии маятников выражаются формулами

$$T = \frac{m_1(\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2)}{2} + \frac{m_2(\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2)}{2}; \quad (3)$$

$$V = m_1 g y_1 + m_2 g y_2. \quad (4)$$

Тогда лагранжиан записывается в виде

$$L = T - V = T_1 + T_2 - (V_1 + V_2);$$

$$L = \frac{m_1}{2}(\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2) + \frac{m_2}{2}(\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2) -$$

$$-m_1 g y_1 - m_2 g y_2. \quad (5)$$

Следовательно, первое уравнение Лагранжа (ОДУ I) записывается как

$$\frac{d}{dt}[(m_1 + m_2)l_1^2 \dot{\alpha}_1 + m_2 l_1 l_2 \dot{\alpha}_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2)] + m_2 l_1 l_2 \dot{\alpha}_1 \dot{\alpha}_2 \sin(\alpha_1 - \alpha_2) + (m_1 + m_2) g l_1 \sin \alpha_1 = 0; \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (m_1 + m_2)l_1^2 \ddot{\alpha}_1 + m_2 l_1 l_2 \ddot{\alpha}_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2) + m_2 l_1 l_2 \dot{\alpha}_2^2 \sin(\alpha_1 - \alpha_2) + (m_1 + m_2) g l_1 \sin \alpha_1 = 0. \quad (6)$$

Сокращая на $l_1 \neq 0$, записываем ОДУ I как

$$(m_1 + m_2)l_1 \ddot{\alpha}_1 + m_2 l_2 \ddot{\alpha}_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2) + m_2 l_2 \dot{\alpha}_2^2 \sin(\alpha_1 - \alpha_2) + (m_1 + m_2) g \sin \alpha_1 = 0. \quad (7)$$

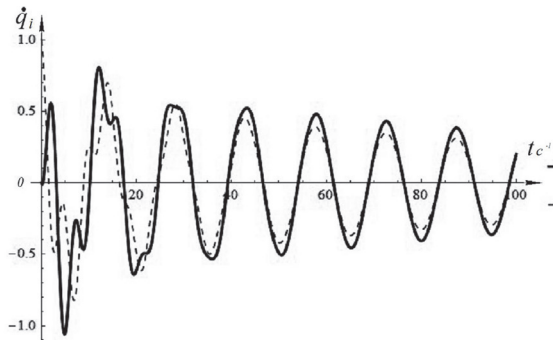


Рис. 3. Затухающие колебания относительных угловых скоростей $d\alpha_1/dt$ (—); $d\alpha_2/dt$ (---) звеньев системы при наличии демпфирования

Аналогично выведем второе дифференциальное уравнение (ОДУ II)

$$\frac{d}{dt}[m_2 l_2^2 \dot{\alpha}_2 + m_2 l_1 l_2 \dot{\alpha}_1 \cos(\alpha_1 - \alpha_2)] - m_2 l_1 l_2 \dot{\alpha}_1 \dot{\alpha}_2 \sin(\alpha_1 - \alpha_2) + m_2 g l_2 \sin \alpha_2 = 0; \quad (8)$$

$$\Rightarrow m_2 l_2^2 \ddot{\alpha}_2 + m_2 l_1 l_2 \ddot{\alpha}_1 \cos(\alpha_1 - \alpha_2) - m_2 l_1 l_2 \dot{\alpha}_1^2 \sin(\alpha_1 - \alpha_2) + m_2 g l_2 \sin \alpha_2 = 0.$$

После сокращения на $m_2 l_1 \neq 0$ уравнение (ОДУ II) принимает такой вид (рис. 5)

$$l_2^2 \ddot{\alpha}_2 + l_1 \dot{\alpha}_1 \cos(\alpha_1 - \alpha_2) - l_1 \dot{\alpha}_1^2 \sin(\alpha_1 - \alpha_2) + g \sin \alpha_2 = 0. \quad (9)$$

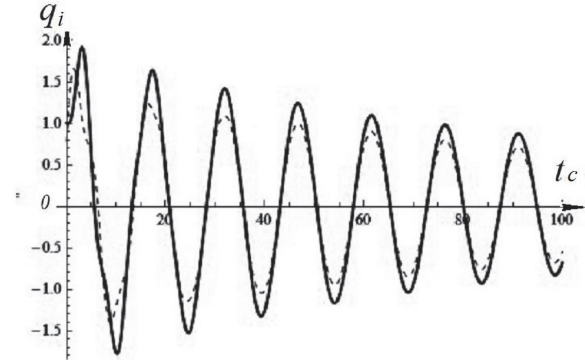


Рис. 4. Затухающие колебания относительных углов раскачивания α_1 (—); α_2 (---) звеньев при наличии демпфирования

Таким образом для относительного движения звеньев BE и ED двухзвенного математического маятника (рис. 1) имеет место следующая задача Коши, приводящая к необходимости численного интегрирования ДАУ системы (1) – (2), (7) и (9)

$$\begin{cases} (m_1 + m_2)l_1^2 \ddot{\alpha}_1 + m_2 l_1 l_2 \ddot{\alpha}_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2) + m_2 l_1 l_2 \dot{\alpha}_2^2 \sin(\alpha_1 - \alpha_2) + (m_1 + m_2) g l_1 \sin \alpha_1 = 0; \\ l_2^2 \ddot{\alpha}_2 + l_1 \dot{\alpha}_1 \cos(\alpha_1 - \alpha_2) - l_1 \dot{\alpha}_1^2 \sin(\alpha_1 - \alpha_2) + g \sin \alpha_2 = 0; \\ \alpha_1(0) = \frac{\pi}{4}; \alpha_2(0) = 1; \\ \dot{\alpha}_1(0) = 1; \dot{\alpha}_2(0) = 0. \end{cases} \quad (10)$$

На рис. 2–5 приведены графики малых колебаний подвески после обрыва одной ветви каната для ДАУ-системы (10), (1) в случае следующих численных значений параметров системы: $l_1=1,2$ м, $l_2=0,25$ м, $g=9,81$ м/с², $m_1=0,1$ кг, $m_2=10$ кг. Из рис. 2 видно, что в системе происходят биения относительных угловых скоростей звеньев маятника, при которых энергия циклически переходит от одного звена к другому при отсутствии демпфирования. Когда одно звено почти останавливается, другое раскачивается с максимальной амплитудой.

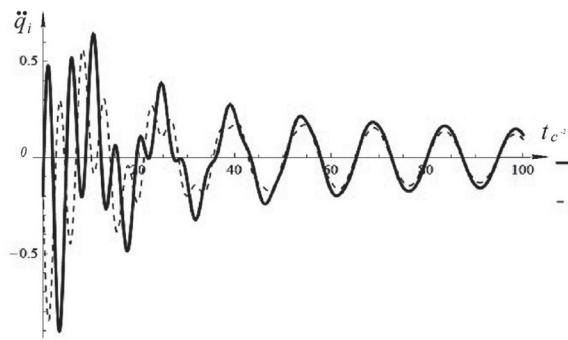


Рис. 5. Затухающие колебания относительных угловых ускорений $d^2\alpha_1/dt^2$ (—); $d^2\alpha_2/dt^2$ (---) звеньев системы при наличии демпфирования

Выводы

Таким образом, применение данной методики расчета позволяет повысить точность определения динамических нагрузок, действующих на мостовой кран после обрыва каната в процессе подъема груза с основания «с подхватом», а также использовать их при проведении исследований как с целью повышения безопасности работы находящихся в эксплуатации мостовых кранов, так и с целью снижения металлоемкости вновь разрабатываемых их конструкций. Результаты аналитического исследования и проведенного физического моделирования обнаружили удовлетворительное согласование как по частотам, так и по амплитудам колебаний.

В данной работе построена и численно проанализирована нелинейная математическая модель двухзвенного математического маятника, колеблющегося в вертикальной плоскости под действием сил тяжести. Рассматриваемая задача динамики поставлена как задача Коши для ДАУ-системы как при отсутствии демпфирования, так и с учетом затухания. Установлены фазовые портреты и временные диаграммы для характера изменения кинематических параметров системы в предположении наличия удерживающих голономных связей. К перспективам дальнейших исследований в данном направлении относятся: 1) увеличение числа звеньев маятника; 2) учет подвижности точки B закрепления (рис. 1); 3) учет веса реальной тросо-

вой системы $BE - ED - DA$; 4) учет влияния переменной и постоянной ветровой нагрузки на характер относительных колебаний звеньев маятника.

Литература

1. Семенюк В.Ф. Определение динамических нагрузок в мостовом кране при обрыве каната / В.Ф. Семенюк, М.И. Стукаленко, А.М. Стукаленко // Труды Одесского политехнического университета – 1997. – Вып. 1. – С. 94–97.
2. Стукаленко М.И. Повышение надежности удержания груза при обрыве каната в мостовом кране / М.И. Стукаленко // Безопасность труда в промышленности. – 2009. – № 5. – С. 21–25.
3. Слободяник В.А. Повышение грузоподъемности и надежности эксплуатации (при продлении срока службы) кранов с преднапряженной металлоконструкцией / В.А. Слободяник // Проблемы производства и безопасной эксплуатации подъемных сооружений в Украине и России: сб. тр. научно-практической конференции. – Одесса. – 2002. – С. 248–250.
4. Ловейкин В.С. Динамическая оптимизация подъемных машин / В.С. Ловейкин, А.П. Нестеров. – Луганск: Издательство СНУ, 2002. – 368 с.
5. Ловейкин В.С. Комплексный синтез оптимального керування рухом вантажопідйомного крана / В.С. Ловейкин, Ю.О. Ромасевич // Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні: український міжвідомчий науково-технічний збірник. – 2011. – Вип. 45. – С. 385–399.
6. Шамолин М.В. Динамические системы с переменной диссипацией: подходы, методы, приложения / М.В. Шамолин // Фундаментальная и прикладная математика. – 2008. – Вып. 3, Т. 14, – С. 32–37.

Рецензент: А.В. Полярус, профессор, д.т.н., ХНАДУ.

Статья поступила в редакцию 26 мая 2014 г.