

УДК 625.72

## О СТАЦИОНАРНОМ ТЕМПЕРАТУРНОМ ПОЛЕ МНОГОСЛОЙНОЙ ДОРОЖНОЙ ОДЕЖДЫ

**В.А. Богомолов, проф., д.т.н., Ф.И. Абрамчук, проф., д.т.н., И.Л. Разницын, доц.,  
к.ф.-м.н., А.Н. Кабанов, доц., к.т.н., С.А. Чугуенко, доц., к.т.н.,  
Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет**

*Аннотация.* Предложена математическая модель стационарного температурного поля дорожной одежды. Приведены результаты численного расчёта.

*Ключевые слова:* дорожное покрытие, математическая модель, теплопроводность.

## ПРО СТАЦІОНАРНЕ ТЕМПЕРАТУРНЕ ПОЛЕ БАГАТОШАРОВОГО ДОРОЖНЬОГО ОДЯГУ

**В.О. Богомолов, проф., д.т.н., Ф.І. Абрамчук, проф., д.т.н., І.Л. Разніцин, доц.,  
к.ф.-м.н., О.М. Кабанов, доц., к.т.н., С.А. Чугуєнко, доц., к.т.н.,  
Харківський національний автомобільно-дорожній університет**

*Анотація.* Запропоновано математичну модель стаціонарного температурного поля дорожнього одягу. Наведено результати чисельного розрахунку.

*Ключові слова:* дорожнє покриття, математична модель, теплопровідність.

## ON THE STEADY-STATE TEMPERATURE FIELD OF MULTILAYER ROAD PAVEMENT

**V. Bogomolov, Prof., D. Sc. (Eng.), F. Abramchuk, Prof., D. Sc. (Eng),  
I. Raznitsyn, Assoc. Prof., Cand. Sc. (Phys.-math.), O. Kabanov, Assoc. Prof.,  
Cand. Sc. (Eng.), S. Chuhuyenko, Assoc. Prof., Cand. Sc. (Eng.),  
Kharkiv National Automobile and Highway University**

*Abstract.* A mathematical model of the steady-state temperature field of the road pavement has been proposed. The results of numerical calculation have been given.

*Key words:* road pavement, mathematical model, heat conductivity.

### Введение

Хорошо известно, что одной из причин возникновения трещин в асфальтобетонном покрытии дорожного полотна являются температурные напряжения, которые, в свою очередь, – следствие как непостоянства температуры по толщине покрытия, так и различия теплофизических характеристик слоёв дорожной одежды. Последние являются функциями времени, температуры и пространственных координат. Прогнозирование, а значит – и предупреждение появления тре-

щин, является актуальной научно-практической задачей.

### Анализ публикаций

Решению указанной проблемы посвящено много работ. Остановимся на некоторых из них.

В [1] представлена методика расчёта температурного состояния дорожного покрытия в зимний период.

В [2, 3] приведены аналогичные методики расчёта температурных напряжений в цементобетонных покрытиях.

В [4] описана методика расчёта трещиностойкости асфальтобетонных покрытий.

В указанных работах решение задачи расчёта температурных полей сводится к решению краевой задачи для уравнения теплопроводности.

Для решения задач такого типа можно использовать один из численных методов [5–8].

### Цель и постановка задачи

Целью данной работы является определение стационарного температурного поля многослойного дорожного покрытия на основе разработанной математической модели.

Заметим, что решение такой задачи может быть использовано как начальное условие в нестационарной задаче.

### Математическая модель

Сформулируем допущения, которые мы будем принимать при составлении математической модели. Так как мы рассматриваем стационарное температурное поле, то все величины считаются постоянными во времени. Дорожная одежда и грунтовое основание представляются как многослойная конструкция, каждый слой которой имеет свои теплофизические характеристики. При этом принимается допущение, что рассматриваемая конструкция дорожной одежды имеет прямоугольное сечение.

Участок дороги, который моделируется, такой, что вдоль всей его длины форма поперечного сечения, изображённая на рис. 1, вместе с его размерами и распределением температуры остаются постоянными.

Введём следующие обозначения:

$\Pi$  – двумерная область  $AA_1B_1B$  (рис. 1)

$$\Pi = \{(x, y) : 0 \leq x \leq L, 0 \leq y \leq H\},$$

где  $L$  – ширина дорожной одежды, м;  $H$  – толщина дорожной одежды, м;  $T$  – температура, являющаяся функцией координат в области  $\Pi$ , К

$$T = T(x, y),$$

где  $n$  – количество слоёв;  $\Pi_i$  – область, соответствующая  $i$ -му слою

$$\Pi_i = \{(x, y) : 0 \leq x \leq L, y_{i-1} \leq y \leq y_i\},$$

где  $y_0 = 0$ ,  $y_i = \sum_{k=1}^i h_k$ ,  $i = \overline{1, n}$ ;  $h_i$  – толщина  $i$ -го слоя, м;  $\lambda_i$  – коэффициент теплопроводности материала  $i$ -го слоя, Вт/(м·К);

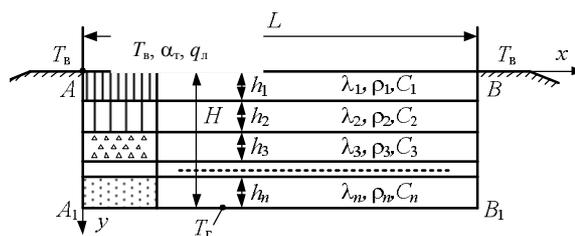


Рис. 1. Многослойное дорожное покрытие

$C_i$  – теплоёмкость материала  $i$ -го слоя, Дж/(кг·К);  $\rho_i$  – плотность материала  $i$ -го слоя, кг/м<sup>3</sup>;  $T_A(y)$ ,  $T_B(y)$  – температуры на  $AA_1$  и  $BB_1$  соответственно, К; задаются гладкими функциями переменной  $y$  ( $0 \leq y \leq H$ );  $T_G$  – температура грунта на глубине  $H$ , К;  $T_B$  – температура воздуха, К;  $T_{пов}$  – температура поверхности дорожного покрытия, К ( $T_{пов} = T(x, 0)$ );  $\alpha_t$  – коэффициент теплоотдачи, Вт/(м<sup>2</sup>·К);  $q_l$  – плотность лучистого потока от солнца, Вт/м<sup>2</sup>;  $\varepsilon$  – степень черноты дорожного покрытия;  $\sigma_0 = 5,67 \cdot 10^{-8}$  – постоянная Стефана-Больцмана, Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>).

Условие стационарности температурного поля приводит к выполнению в каждом слое уравнения

$$\Delta T(x, y) = 0, (x, y) \in \bigcup_{i=1}^n \Pi_i, \quad (1)$$

где  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$  – двумерный оператор Лапласа.

Принимается (как допущение) условие идеального контакта

$$T(x, y) \Big|_{y=y_i-0} = T(x, y) \Big|_{y=y_i+0} \quad (2)$$

Таким образом, функция  $T$  определяется как непрерывная на всей области  $\Pi$ . На поверх-

ностях сопряжения слоёв выполняются условия согласования, физический смысл которых – равенство тепловых потоков

$$\lambda_{i-1} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=y_i-0} = \lambda_i \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=y_i+0}, \quad (i = \overline{2, (n-1)}). \quad (3)$$

На границе области II задаются условия

$$T(x, H) = T_r, \quad (0 \leq x \leq L); \quad (4)$$

$$T(0, y) = T_A(y), \quad (0 \leq y \leq H); \quad (5)$$

$$T(L, y) = T_B(y), \quad (0 \leq y \leq H).$$

Также предполагается выполнение условия:  $T_A(H) = T_B(H) = T_{гр}$ . Исходя из того, что теплообмен поверхности дороги с окружающей средой осуществляется за счёт конвекции и излучения, получим условие на границе

$$\left( \lambda_1 \frac{\partial T}{\partial y} \right) \Big|_{y=0} = q_{\text{погл}} + q_{\text{конв}}, \quad (0 \leq x \leq L), \quad (6)$$

где  $q_{\text{погл}}$  – плотность лучистого потока, поглощаемого поверхностью, Вт/м<sup>2</sup>;  $q_{\text{конв}}$  – плотность теплового потока за счёт конвекции, Вт/м<sup>2</sup>.

Радиационный баланс поверхности дорожного покрытия можно описать следующей зависимостью

$$q_{\text{погл}} = q_{\text{л}} - q_{\text{отр}} - q_{\text{собст}}, \quad (7)$$

где  $q_{\text{отр}}$  – плотность лучистого потока, отражённого от поверхности, Вт/м<sup>2</sup>;  $q_{\text{собст}}$  – собственное излучение поверхности, Вт/м<sup>2</sup>.

Плотность отражённого лучистого потока будет равна

$$q_{\text{отр}} = (1 - \varepsilon) \cdot q_{\text{л}}, \quad (8)$$

а собственное излучение поверхности, в соответствии с законом Стефана-Больцмана, –

$$q_{\text{собст}} = \varepsilon \cdot \sigma_0 \cdot T_{\text{пов}}^4. \quad (9)$$

Преобразуем (7), подставив в него (8) и (9). Получим

$$q_{\text{погл}} = \varepsilon \cdot (q_{\text{л}} - \sigma_0 \cdot T_{\text{пов}}^4). \quad (10)$$

В соответствии с законом Ньютона-Рихмана

$$q_{\text{конв}} = \alpha_T \cdot (T_B - T_{\text{пов}}). \quad (11)$$

Отсюда (6) примет вид

$$\left( \lambda_1 \frac{\partial T}{\partial y} \right) \Big|_{y=0} = \varepsilon \cdot (q_{\text{л}} - \sigma_0 \cdot T_{\text{пов}}^4) + \dots \quad (12)$$

$$\dots + \alpha_T \cdot (T_B - T_{\text{пов}}), \quad (0 \leq x \leq L).$$

Задача (1)–(6) в научной литературе известна как задача трансмиссии [9]. Она однозначно и корректно разрешима в нашем случае, что позволяет искать её приближённое решение численными методами.

Авторы остановились на конечно-элементном методе, который в последнее время рекомендовал себя как один из самых эффективных.

### Пример численного расчёта

В качестве примера был выполнен расчёт температурного поля четырёхслойного дорожного покрытия. Исходные данные для этого расчёта приведены в табл. 1.

Таблица 1 Исходные данные для расчёта

Величина	Размерность	Значение
$L$	м	12
$H$	м	0,61
$n$	–	4
$h_1$	м	0,05
$h_2$	м	0,15
$h_3$	м	0,18
$h_4$	м	0,23
$\lambda_1$	Вт/(м·К)	1,05
$\lambda_2$	Вт/(м·К)	1,2
$\lambda_3$	Вт/(м·К)	3,5
$\lambda_4$	Вт/(м·К)	0,79
$C_{p1}$	Дж/(кг·К)	1680
$C_{p2}$	Дж/(кг·К)	1380
$C_{p3}$	Дж/(кг·К)	1000
$C_{p4}$	Дж/(кг·К)	880
$\rho_1$	кг/м <sup>3</sup>	2300
$\rho_2$	кг/м <sup>3</sup>	2100
$\rho_3$	кг/м <sup>3</sup>	2000
$\rho_4$	кг/м <sup>3</sup>	1650
$T_r$	К	278
$T_B$	К	293
$\alpha_T$	Вт/(м <sup>2</sup> ·К)	34
$\varepsilon$	–	0,93
$q_{\text{л}}$	Вт/м <sup>2</sup>	642

Распределение температур по боковым поверхностям было принято линейным, при этом  $T_A(0) = T_B(0) = T_B$ .

Для наглядности результаты расчёта температурного поля в многослойной дорожной одежде приведены на рис. 2.

В соответствии с исходными данными, распределение температуры в дорожном покрытии является симметричным относительно центральной оси симметрии дороги.

Численные значения температуры (в градусах Кельвина) в некоторых точках поперечного сечения дорожного покрытия с заданными координатами  $x$  и  $y$  даны в табл. 2.

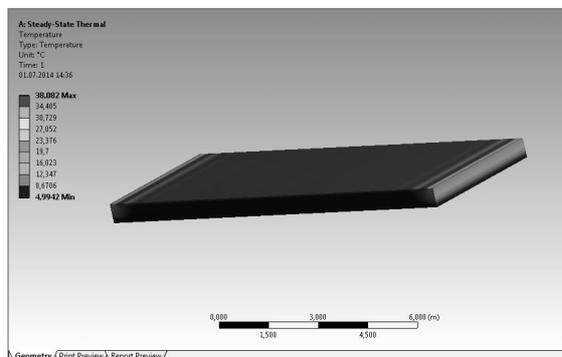


Рис. 2. Температурное поле четырехслойного дорожного покрытия

Таблица 2 Результаты численного расчёта

$y \backslash x$	0	0,05	0,1	0,2	0,5	1	6
0	293	297	301	307	309	310	311
0,05	292	296	300	307	309	309	311
0,20	288	287	286	284	281	279	278
0,38	284	284	283	283	281	279	278
0,61	278	278	278	278	278	278	278

Таким образом, на основе предложенной математической модели выполнен численный расчёт стационарного температурного поля многослойного дорожного покрытия.

### Выводы

На основе предложенной математической модели выполнен численный расчёт стационарного температурного поля многослойного

дорожного покрытия, учитывающий все виды теплообмена с окружающей средой.

Приведены результаты моделирования температурного поля четырехслойной дорожной одежды.

### Литература

1. Самодурова Т.В. Моделирование состояния дорожного покрытия в зимний период / Т.В. Самодурова, Е.Н. Тропынин // Дороги и мосты. – 2009. – № 2. – С. 137–148.
2. Иванов В.Н. Определение расчетной температуры поверхности покрытий аэродромов и дорог на вечномерзлых грунтах / В.Н. Иванов // Сб. науч. тр. госуд. проектно-изыскат. ин-та «Аэропроект». – 1973. – Вып. 11. – С. 250–255.
3. Горецкий Л.И. Теория и расчет цементобетонных покрытий на температурные воздействия / Л.И. Горецкий. – М.: Транспорт, 1965. – 284 с.
4. Мозговой В.В. Научные основы обеспечения температурной трещиностойкости асфальтобетонных покрытий: дис... докт. техн. наук: 05.22.11 / Мозговой Владимир Васильевич. – Киев, 1996. – 406 с.
5. Самарский А.А. Методы решения сеточных уравнений / А.А. Самарский, Е.С. Николаев. – М.: Наука, 1978. – 592 с.
6. Рихтмайер Р. Разностные методы решения краевых задач / Р. Рихтмайер, К. Мортон. – М.: Мир, 1972. – 420 с.
7. Рвачёв В.Л. Теория R-функций и некоторые её приложения / В.Л. Рвачёв. – К.: Наукова думка, 1982. – 552 с.
8. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике / О. Зенкевич. – М.: Мир, 1975. – 542 с.
9. Лионс Ж. Неоднородные граничные задачи и их приложения / Ж. Лионс, Э. Мадженис. – М.: Мир, 1970. – 372 с.

Рецензент: В.В. Филиппов, профессор, д.т.н., ХНАДУ.

Статья поступила в редакцию 26 ноября 2014 г.