

УДК 629.113

УСТОЙЧИВОСТЬ ПРОЦЕССА УПРАВЛЕНИЯ ТОРМОЖЕНИЕМ ДВУХОСНОГО АВТОМОБИЛЯ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ РЕГУЛЯТОРА ТОРМОЗНЫХ СИЛ

**В.А. Богомолов, проф., д.т.н., И.Л. Разницын, доцент, к.ф.-м.н.,
Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет**

Аннотация. Используя теорию Ляпунова устойчивости решений обыкновенных дифференциальных уравнений, проанализированы возможные варианты компоновки регулятора тормозных сил автомобиля.

Ключевые слова: автомобиль, тормозная система, регулятор тормозных сил, дифференциальное уравнение, теория Ляпунова.

СТІЙКІСТЬ ПРОЦЕСУ КЕРУВАННЯ ГАЛЬМУВАННЯМ ДВОВІСНОГО АВТОМОБІЛЯ ПРИ ВИКОРИСТАННІ РЕГУЛЯТОРА ГАЛЬМІВНИХ СИЛ

**В.О. Богомолов, проф., д.т.н., І.Л. Разніцин, доцент, к.ф.-м.н.,
Харківський національний автомобільно-дорожній університет**

Анотація. Використовуючи теорію Ляпунова стійкості рішень звичайних диференціальних рівнянь, проаналізовано можливі варіанти компоновання регулятора гальмівних сил автомобіля.

Ключові слова: автомобіль, гальмівна система, регулятор гальмівних сил, диференціальне рівняння, теорія Ляпунова.

STABILITY OF TWO-AXLE VEHICLE BRAKING PROCESS CONTROL WHEN USING THE BRAKING FORCE REGULATOR

**V. Bogomolov, Prof., D. Sc. (Eng.), I. Raznitsyn, Assoc. Prof., Ph. D. (Phys.-Math.),
Kharkiv National Automobile and Highway University**

Abstract. Using the Liapunov's theory of solution stability of ordinary differential equations, the possible variants of vehicle braking force regulator arrangement are analyzed.

Key words: vehicle, braking system, braking force regulator, differential equation, Liapunov's theory.

Введение

В настоящее время появляется все больше работ, посвященных устойчивости движения автомобиля [1–3] и, в частности, режиму торможения [4, 5], поскольку именно устойчивость является параметром, определяющим безопасность дорожного движения.

Анализ публикаций

Известно, что процесс движения (торможения) автомобиля описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений, напр. [5–8 и др.], и поэтому для исследования устойчивости их решения целесообразно применить теорию Ляпунова [9, 10].

Цель и постановка задачи

Проанализируем возможные варианты компоновки регуляторов тормозных сил (РТС) в тормозной системе двухосного автомобиля на предмет устойчивости режимов торможения с ними.

Исходные дифференциальные уравнения

Исходные дифференциальные уравнения получим, используя уравнения Лагранжа 2-го рода [11, 12]

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_j} + \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_j} = Q_j, \quad (1)$$

где q – обобщенная координата; \dot{q} – обобщенная скорость; T – кинетическая энергия; Π – потенциальная энергия; Q_j – обобщенные вынуждающие силы, соответствующие избранным обобщенным координатам q_j ; Φ – диссипативная функция Релея.

Для сил сопротивления в колебательной системе, действующих на отдельные точки и пропорциональных их скоростям [12]

$$\Phi = \sum_{i=1}^n \frac{\mu_i \vartheta_i^2}{2}, \quad (2)$$

где ϑ_i – скорость в i -й точке; μ_i – соответствующий коэффициент вязкости.

Принятая расчетная «плоская» [5] схема колеблющегося автомобиля представлена на рис. 1.

При принятых допущениях [8, 12]

$$\begin{aligned} \frac{C_1}{C_2} &= \frac{k_1}{k_2} = \frac{b}{a}; \\ z_1 &\approx z + a \cdot \varphi; \quad \dot{z}_1 = \dot{z} + a \cdot \dot{\varphi}; \\ z_2 &\approx z - b \cdot \varphi; \quad \dot{z}_2 \approx \dot{z} - b \cdot \dot{\varphi} \end{aligned} \quad (3)$$

получаем

$$T = \frac{1}{2} (m\dot{z}^2 + mi^2\dot{\varphi}^2), \quad (4)$$

где i – радиус инерции подрессоренной массы автомобиля относительно поперечной оси, проходящей через центр масс автомобиля; m – масса автомобиля; z, φ, z_1, z_2 – обобщенные координаты, обозначенные на рис. 1.

$$\Pi = \frac{1}{2} [z^2 (C_1 + C_2) + \varphi^2 (C_1 a^2 + C_2 b^2)]; \quad (5)$$

$$\Phi = \frac{1}{2} [\dot{z}^2 (k_1 + k_2) + \dot{\varphi}^2 (k_1 a^2 + k_2 b^2)]. \quad (6)$$

Подставляя (4)–(6) в (1), получаем

$$\begin{cases} m\ddot{z} + (k_1 + k_2)\dot{z} + (C_1 + C_2)z = 0; \\ mi^2\ddot{\varphi} + (k_1 a^2 + k_2 b^2)\dot{\varphi} + (C_1 a^2 + C_2 b^2)\varphi = \\ = (T_1 + T_2)(h - z). \end{cases} \quad (7)$$

Первое уравнение системы (7) не зависит от параметра φ , его характеристическое уравнение имеет вид [10]

$$a_0 \lambda^2 + a_1 \lambda + a_2 = 0, \quad (8)$$

где все коэффициенты положительны

$$a_0 = m; a_1 = k_1 + k_2; a_2 = C_1 + C_2.$$

Корни характеристического уравнения (8)

$$\lambda_{1,2} = \frac{-a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4a_0 a_2}}{2a_0} \quad (9)$$

могут быть или комплексными с отрицательной действительной частью, или действительными отрицательными. Оба эти случая указывают на устойчивое решение этого уравнения [10].

Таким образом, для определения условий устойчивости рассматриваемого автомобиля при торможении в дальнейшем будем рассматривать только второе уравнение системы (7).

Примем следующие допущения:

– автомобиль тормозит на ровном и прямом участке дороги. Тогда для первого уравнения системы (7) начальными условиями будут являться: $z_0 = 0; \dot{z}_0 = 0$. В этом случае его решение принимает вид [12]

$$z_0 = 0; \quad (10)$$

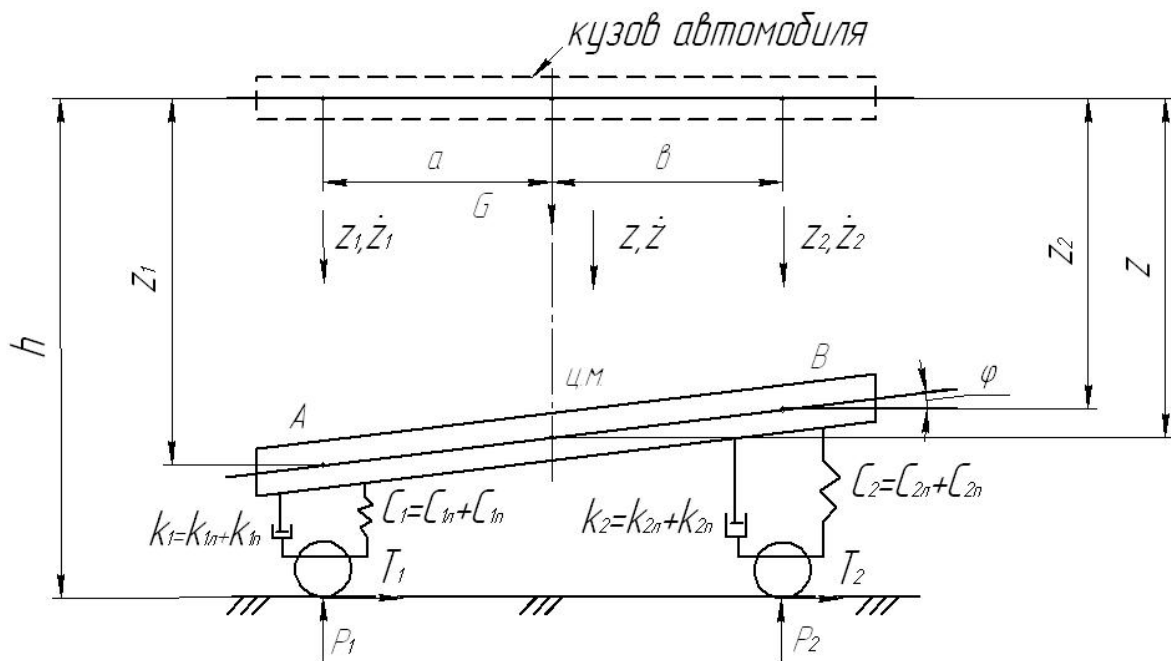


Рис. 1. Расчетная схема плоской модели автомобиля: $C_{1л}, C_{1п}, C_{2л}, C_{2п}$ – жесткость упругих элементов передней и задней подвески левого и правого колес автомобиля соответственно; $k_{1л}, k_{1п}, k_{2л}, k_{2п}$ – вязкость амортизаторов; P_1, P_2 – реакция дороги на колеса переднего и заднего мостов; T_1, T_2 – тормозные силы; $G = mg$ – вес автомобиля

– во время движения автомобиля справедливо считать, что $h \gg z$; это также свидетельствует в пользу допущения (10);
 – тормозные силы равны [13]

$$T_1 = n_1 P_{д1}; T_2 = n_2 P_{д2}, \quad (11)$$

где n_1, n_2 – коэффициенты эффективности тормозных механизмов передней и задней осей автомобиля; $P_{д1}, P_{д2}$ – давление в приводных пневмо(гидро)камерах тормозных механизмов.

Для существующих наиболее распространенных конструкций регуляторов тормозных сил [4, 5, 13] можно считать

$$P_{д1} = P_d \cdot S_1(1 + z_1 \cdot d_1); \quad (12)$$

$$P_{д2} = P_d \cdot S_2(1 + z_2 \cdot d_2), \quad (13)$$

где P_d – приводное давление на выходе из тормозного крана (главного тормозного цилиндра); S_1, S_2 – коэффициенты, обеспечивающие перераспределение тормозных сил в статике, т.е. в зависимости от статической нагрузки на оси (первой и второй соответ-

ственно); d_1, d_2 – коэффициенты, обеспечивающие динамическое перераспределение тормозных сил, уже в процессе торможения; $P_{д1}, P_{д2}$ – выходные давления из РТС;
 – с учетом (10), в (3) будем считать

$$z_1 = a\phi; z_2 = -b\phi. \quad (14)$$

Подставляя (10)–(14) в (7), получаем исходное уравнение

$$mi^2 \ddot{\phi} + (k_1 a^2 + k_2 b^2) \dot{\phi} + \left[(C_1 a^2 + C_2 b^2) - P_d h (a n_1 S_1 d_1 - b n_2 S_2 d_2) \right] \phi = P_d h (n_1 S_1 + n_2 S_2). \quad (15)$$

Условно разделяя конструкции РТС на две большие группы [4, 5]:

– статические, когда

$$S_i \neq \text{const}, d_i = 0; \quad (16)$$

– динамические, когда

$$S_i \neq \text{const}, d_i \neq 0. \quad (17)$$

Проанализируем сначала первую группу.

Тормозные системы со статическим РТС

В случае установки РТС в контуре привода тормозных механизмов заднего моста в (15)

$$d_1 = d_2 = 0; S_1 = 1; S_2 > 0. \quad (18)$$

Характеристическое уравнение имеет вид (8) со всеми положительными коэффициентами, а значит, такая схема обеспечивает устойчивое торможение.

Аналогичный вывод следует и для схем:
– со статическим РТС в контуре переднего моста, когда в (15)

$$d_1 = d_2 = 0; S_2 = 1; S_1 > 0; \quad (19)$$

– со статическим РТС в контурах обоих мостов, когда в (15)

$$d_1 = d_2 = 0; S_1 > 0; S_2 > 0. \quad (20)$$

Динамический РТС в контуре заднего моста

В этом случае в (15)

$$d_1 = 0; d_2 > 0; S_1 = 1; S_2 > 0. \quad (21)$$

У характеристического уравнения (8), в этом случае, все коэффициенты положительны (15), поэтому такая схема торможения дает устойчивое решение.

Динамический РТС в контуре переднего моста

Когда в (15)

$$d_1 > 0; d_2 = 0; S_1 > 0; S_2 = 0. \quad (22)$$

У характеристического уравнения вида (8) коэффициенты a_1 и a_2 (15) положительны, но

$$a_2 = (C_1 a^2 + C_2 b^2) - P_d \cdot h \cdot a \cdot n_1 \cdot S_1 \cdot d_1 \quad (23)$$

может быть отрицательным, и в этом случае в (9) может появиться положительный корень, а это признак наличия неустойчивого решения [10] дифференциального уравнения (15).

Для такой схемы тормозной системы условием устойчивого решения является

$$a^2 C_1 + b^2 C_2 > [P_d \cdot h \cdot a \cdot n_1 \cdot S_1 \cdot d_1]_{\max}. \quad (24)$$

Динамические РТС в контурах обоих мостов автомобиля

Тогда в (15)

$$d_1 > 0; d_2 > 0; S_1 > 0; S_2 > 0. \quad (25)$$

Коэффициент a_2 теоретически может быть отрицательным, и поэтому процесс торможения может быть неустойчивым.

Условие устойчивого решения

$$C_1 a^2 + C_2 b^2 > [P_d h (a n_1 S_1 d_1 - b n_2 S_2 d_2)]_{\max}. \quad (26)$$

РТС с комбинированным модулем связи с пневмоподвеской

Интересно исследовать конструкцию РТС, устанавливаемого в сочетании с пневмоподвеской. Условно назовем ее с комбинированным модулем связи с подвеской [5]. Такой регулятор устанавливается в тормозном контуре заднего моста, а сигнал загрузки осей получает и от передних пневмобаллонов, и от задних. Регулировка тормозных сил осуществляется пропорционально разности давлений в пневмобаллонах.

В этом случае, если допустить [5]

$$P_{d2} = P_d S_2 [1 + (\Delta P_{n2} - m \Delta P_{n1}) d_2], \quad (27)$$

где ΔP_{n1} , ΔP_{n2} – приращения давлений в пневмобаллонах пневмоподвески во время торможения автомобиля; m – коэффициент, учитывающий особенности конструкции модуля связи РТС с пневмоподвеской [5];

в первом приближении можно считать [14]

$$\Delta P_{n1} \cong \rho_1 z_1; \Delta P_{n2} \cong \rho_2 z_2, \quad (28)$$

где ρ_1 , ρ_2 – постоянные коэффициенты, учитывающие особенности конструкций пневмобаллонов пневмоподвески.

Второе уравнение системы (7) в этом случае после соответствующих преобразований приобретает вид

$$mi^2\ddot{\phi} + (k_1a^2 + k_2b^2)\dot{\phi} + [(C_1a^2 + C_2b^2) + P_d h S_2 d_2 n_2 (\rho_2 b + m \rho_1 a)] \cdot \phi = P_0 h (n_1 + n_2 S_2). \quad (29)$$

Как видим, с таким РТС характеристическое уравнение будет также иметь вид (8), все коэффициенты у него положительны. Поэтому процесс торможения с этим РТС устойчив. При этом РТС может быть и статическим: $S_2 \neq \text{const}$; $d_2 = 0$, и динамическим: $S_2 \neq \text{const}$; $d_2 > 0$.

Выводы

Устойчивыми решениями, из рассмотренных, обладают приводы тормозных систем двухосного автомобиля:

- все схемы со статическими РТС;
- динамический РТС, устанавливаемый в контуре заднего моста;
- РТС с комбинированным модулем связи с подвеской.

Получены критерии для обеспечения устойчивого решения у схем:

- с динамическим РТС, устанавливаемым в контуре передней оси;
- с двумя динамическими РТС, устанавливаемыми в контурах и передней, и задней осей автомобиля.

Литература

1. Антонов Д.А. Расчет устойчивости движения многоосных автомобилей / Д.А. Антонов. – М.: Машиностроение, 1984. – 168 с.
2. Абдулгасис У.А. Динамика колеса и устойчивость движения автомобиля / У.А. Абдулгасис, А.У. Абдулгасис, Д.М. Клец, М.А. Подригало; под ред. проф. У.А. Абдулгасис. – Симферополь: ДИАИПИ, 2010. – 208 с.
3. Клец Д.М. Концепція забезпечення стабільності показників стійкості та керуваності автомобілів: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 05.22.20 «Експлуатація та ремонт засобів транспорту» / Д.М. Клец. – Харків, 2015. – 40 с.
4. Богомолов В.А. Создание и исследование систем управления торможением автотранспортных средств: дис. ... доктора техн. наук: 05.22.02 / Богомолов Виктор Александрович. – Харьков, 2001. – 439 с.
5. Туренко А.Н. Совершенствование способов регулирования выходных параметров тормозной системы автотранспортных средств / А.Н. Туренко, В.А. Богомолов, В.И. Клименко и др. – Х.: ХНАДУ, 2002. – 400 с.
6. Смирнов Г.А. Теория движения колесных машин: учеб. для студентов машиностр. спец. вузов / Г.А. Смирнов. – М.: Машиностроение, 1990. – 352 с.
7. Вахламов В.К. Автомобили. Эксплуатационные свойства: учебник / В.К. Вахламов. – М.: Изд. центр «Академия», 2006. – 240 с.
8. Ротенберг Р.В. Подвеска автомобиля. Колебания и плавность хода / Р.В. Ротенберг. – 3-е изд., перераб. и дополн. – М.: Машиностроение, 1972. – 392 с.
9. Меркин Д.Р. Введение в теорию устойчивости движения: учеб. пособие для вузов / Д.Р. Меркин. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука. Гл. ред физ.-мат. лит., 1987. – 304 с.
10. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления для ВТУзов. Т. 2 / Н.С. Пискунов. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1978. – 575 с.
11. Пановко Я.Г. Введение в теорию механических колебаний: учебное пособие / Я.Г. Пановко. – 3-е изд., перераб. – М.: Наука. Гл. ред физ.-мат. лит., 1991. – 256 с.
12. Туренко А.Н. Основы прикладной теории колебаний: учебное пособие / А.Н. Туренко, В.А. Богомолов, В.И. Клименко и др. – Х.: ХНАДУ, 2002. – 130 с.
13. Туренко А.М. Функціональний розрахунок гальмівної системи автомобіля з барабанними гальмами та регулятором гальмівних сил / А.М. Туренко, В.О. Богомолов, В.І. Клименко та ін. – Х.: ХНАДУ, 2003. – 120 с.
14. Певзнер Я.М. Пневматические и гидропневматические подвески / Я.М. Певзнер, А.М. Горелик. – М.: Гос. науч.-техн. изд-во машиностроит. лит-ры, 1963. – 319 с.

Рецензент: В.И. Клименко, профессор, к.т.н., ХНАДУ.

Статья поступила в редакцию 28 января 2015 г.