## МЕХАТРОНИКА

УДК 004.942

# ОЦІНЮВАННЯ У СЕРЕДОВИЩІ MATHCAD МЕТОДОМ ФІЛЬТРА КАЛМАНА ПАРАМЕТРІВ ТЕПЛОВОГО СТАНУ ПОРШНЕВИХ ДВИГУНІВ

**Л.М. Симбірська, доц., к.т.н.,**
**Харківський національний автомобільно-дорожній університет**

***Анотація.*** *Розглядається задача оптимальної, в середньоквадратичному розумінні, фільтрації вектора стану стохастичної динамічної системи за спостереженнями, які залежать як від поточного, так і від минулих значень вектора стану, коли у каналі спостережень, крім регулярних, діють аномальні перешкоди з невідомим математичним очікуванням.*

***Ключові слова:*** *математична модель, простір станів, параметрична ідентифікація, цифровий фільтр Калмана.*

# ОЦЕНИВАНИЕ В СРЕДЕ MATHCAD МЕТОДОМ ФИЛЬТРА КАЛМАНА ПАРАМЕТРОВ ТЕПЛОВОГО СОСТОЯНИЯ ПОРШНЕВИХ ДВИГАТЕЛЕЙ

**Л.М. Симбирская, доц., к.т.н.,**
**Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет**

***Аннотация.*** *Рассматривается задача оптимальной, в среднеквадратическом смысле, фильтрации вектора состояния стохастической динамической системы по наблюдениям, которые зависят как от текущего, так и от прошлых значений вектора состояния, когда в канале наблюдений, кроме регулярных, действуют аномальные помехи с неизвестным математическим ожиданием.*

***Ключевые слова:*** *математическая модель, пространство состояний, параметрическая идентификация, цифровой фильтр Калмана.*

# EVALUATION IN THE MATHCAD ENVIRONMENT BY THE METHOD OF THE KALMANA FILTER OF PISTON ENGINES THERMAL STATE PARAMETERS

**L. Symbirska, Assoc. Prof., Ph. D. (Eng.),**
**Kharkiv National Automobile and Highway University**

***Abstract.*** *The problem of the optimal in the root mean square sense vektor filtration of the stochastic dynamic system state according to observations which depend on current and previous values of the state vector when anomalous disturbances with unknown expectation value work in the observation channel beside the regular ones is considered.*

***Key words:*** *mathematical model, trial space, parametrical identification, digital filter Kalman.*

## Вступ

Фільтр Калмана є послідовним рекурсивним алгоритмом, який використовує модель динамічної системи для одержання оцінки певних параметрів. Зазначена модель може бути суттєво скорегована у результаті аналізу нових вимірювань у часовій послідовності. Цей алгоритм застосовується у процесі дослідження та управління складними динамічними системами. У цій роботі розглядається можливість застосування програмного середовища математичної системи Mathcad для реалізації обчислень за фільтром Калмана.

## Аналіз публікацій

Проблема визначення оптимальних оцінок вектора стану об'єктів дослідження за спотвореними шумами окремими вимірами зазначених вище параметрів розглядається у теорії оптимальної фільтрації [1–4], створеної працями Р.Е. Калмана, Г. Ван-Тріса, Р.Л. Стратоновича та їх послідовників. На сьогодні видані монографії за теорією ідентифікації параметрів, в яких наведено узагальнення та систематизації результатів численних публікацій за останні 15–20 років. Проте їх систематизація і розгляд із позицій єдиної теорії та термінології ще не завершені. Тому нижче буде виконано короткий аналіз методів ідентифікації з метою вибору такого, що найбільше задовольняє вимогам досліджень моделі температурного стану об'єкта. Обчислення ідентифікації параметрів пропонується виконувати у програмному середовищі сучасної універсальної математичної системи Mathcad 13.

## Мета і постановка завдання

Постановка задачі здійснена на основі наступного визначення поняття ідентифікації: «ідентифікацією називається визначення структури математичної моделі та її параметрів, що забезпечують найкращий збіг вихідних координат моделі і процесу при однакових вхідних діях». Розглядається задача побудови температурного стану деталей поршневих двигунів (ПД) шляхом використання граничних умов в окремих точках їх поверхонь (температур або теплових потоків), що одержані методом параметричної ідентифікації за допомогою цифрового фільтра Калмана у середовищі Mathcad.

Її розв'язання стосовно досліджень несталого теплопереносу в деталях ПД при опрацюванні результатів експерименту дозволяє:
1) визначити інші (безпосередньо не реєстровані) складові вектора стану – температури інших ділянок деталей;
2) усунути наслідки випадкових шумів, наявних у результатах безпосередньої реєстрації частіше в одній (інколи – в декількох) складових вектора стану (у прикладі, що розглядається далі, ними є вимірювані температури окремих ділянок об'єкта).

Для вирішення зазначеної проблеми необхідно мати уточнену за експериментом математичну модель температурного стану об'єкта, яка має бути досить близькою до реальної. Ці питання досліджуються і вирішуються за допомогою теорії ідентифікації, що перебуває у стадії інтенсивного розвитку й остаточного оформлення.

Процедура ідентифікації складається з таких етапів: 1) вибору структури математичної моделі за наявною апріорною інформацією про досліджуваний процес та за деякими евристичними міркуваннями (структурна ідентифікація процесу); 2) визначення параметрів математичної моделі, оптимальних за обраним критерієм близькості (параметрична ідентифікація процесу). Виконання зазначених етапів припускає також вибір критерію наближення або функції нев'язки (функції якості) процесу та математичної моделі.

Під параметричною ідентифікацією розуміють обчислення оптимальних оцінок відшукуваних параметрів моделі. Термін «оптимальні оцінки» пов'язаний із тим, що початковою інформацією при вирішенні задач визначення вектора стану і параметрів системи є результати безпосередніх вимірів температури, спотворених випадковими шумами.

Тому в результаті будуть одержані також випадкові величини - оцінки стану відшукуваних параметрів. Якщо ці оцінки мають позитивні якості (незрушення, спроможність та достовірність), то вони носять назву оптимальних відносно обраного критерію близькості (наприклад, відносно середньоквадратичного критерію).

Відзначимо також, що задачі, пов'язані з отриманням оптимальних оцінок стану і параметрів процесу за результатами вимірів, відносяться до класу зворотних задач математичної фізики. Ці задачі, у загальному випадку, відрізняються некоректністю їх формулювання із можливою нестійкістю рішень, що викликає необхідність проведення відповідних досліджень при розгляді конкретних систем.

## Оптимальне оцінювання вектора стану динамічних моделей несталого теплопереносу

Виведення алгоритмів фільтрації у зручній часовій формі виконане Р. Калманом та його послідовниками. Проблема лінійної оптимальної фільтрації розглядається відносно наступної векторно-матричної моделі динаміч-

ної системи, що використовує поняття простору станів:
1) для лінійних нестаціонарних систем

$$\mathbf{X}(\tau) = \mathbf{F}(\tau)\bullet\mathbf{X}(\tau) + \mathbf{G}(\tau)\bullet\mathbf{U}(\tau);$$
$$\mathbf{X}(\tau_0) = ; \qquad (1)$$

2) для лінійних стаціонарних систем

$$\mathbf{X}(\tau) = \mathbf{F}\bullet\mathbf{X}(\tau) + \mathbf{G}\bullet\mathbf{U}(\tau);$$
$$\mathbf{X}(\tau_0) = \mathbf{X}_0. \qquad (2)$$

Тут $\mathbf{X}(\tau)$ – вектор стану системи розмірності (n **x** 1); $\mathbf{X}_0$ – його початкове значення; $\mathbf{U}(\tau)$ – вектор управління, що діє на вході системи.
Матриця зворотних зв'язків системи визначається таким виразом

$$\mathbf{F}(\tau) = \begin{bmatrix} \alpha_{11}(\tau) \;\ldots\ldots\alpha_{1n}(\tau) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \alpha_{n1}(\tau) \;\ldots\ldots\alpha_{nn}(\tau) \end{bmatrix}. \qquad (3)$$

Інформацію про реакцію системи на дію управління відображає $Y(\tau)$ – вектор виміру розмірності ($m$ x 1), де $m <= n$. Його елементами є деякі складові вектора стану $x_i(\tau)$, до яких додаються невідомі шуми вимірів – випадкові величини $\varepsilon_i(\tau)$, тобто

$$\mathbf{Y}(\tau) = \mathbf{H}(\tau)\bullet\mathbf{X}(\tau) + \boldsymbol{\varepsilon}_i(\tau). \qquad (4)$$

Сукупність рівнянь об'єкта (1) або (2) і рівняння виміру (4) є відображенням математичної моделі системи. Задача оптимальної фільтрації для зазначених моделей полягає у необхідності знайти оптимальну, фізично реалізовану, точкову оцінку $\mathbf{X}(\tau)$, що базується на усіх вимірах $\mathbf{Y}(\tau)$. Визначення «точкова» означає, що обчислення оцінки $\mathbf{X}(\tau)$ виконується тільки на переміщуваній межі спостереження. Поліпшення оцінки на підставі повторного обчислення при надходженні нової інформації є задачею прогнозування.

Для розв'язання задачі фільтрації авторами Р.Е. Калманом та Р.С. Б'юсі [2] запропонований ефективний алгоритм обчислень – фільтр Калмана (ФК). При практичній реалізації оптимальної фільтрації застосовують схему дискретного фільтра, в основі якого лежить дискретна модель безперервної системи, перевага якої полягає у можливості використання для обчислень електронних обчислювальних машин. Особливо ефективним виявилось застосування ФК при вирішенні задач навігації, управління рухом різних об'єктів, у техніці експерименту для ідентифікації параметрів об'єкта, для опрацювання результатів натурних випробувань із метою дослідження низькочастотних коливань тощо. Для вирішення усіх зазначених задач передусім необхідно повністю визначити фазовий стан системи у кожний момент часу. Але вимір усіх змінних, якими необхідно управляти, не завжди можливий. У цих випадках фільтр Калмана є тим засобом, що дозволяє відновити інформацію, якої бракує, за допомогою наявних неточних вимірів.

## Оптимальне оцінювання параметрів динамічних моделей

У цій роботі для обчислення оптимальних оцінок параметрів динамічних моделей за методом динамічної фільтрації Калмана пропонується застосувати середовище пакета програм Mathcad 13 [6].

На рис. 1 у вигляді копії екрану відображені параметри моделювання обчислень за алгоритмом фільтра Калмана (вони або зазначаються за умовами фізичних особливостей, або вимірюються, або обчислюються за формулами): $t$ – попереднє значення температури середовища; $tt$ – попереднє значення температури датчика; $q$ – обчислювана за формулою величина теплового потоку; $qq$ – вимірювана величина теплового потоку; $\Delta$ – обчислення різниці між вимірюваною та модельованою величинами; $H$ – складові обчислюваної матриці вимірів.

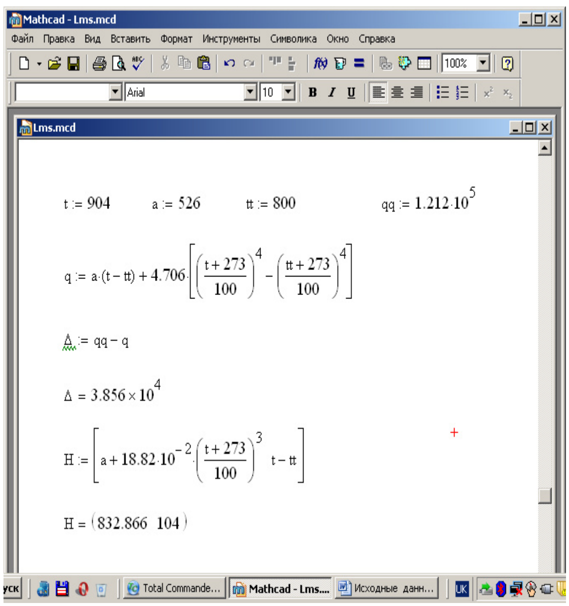


Рис. 1. Параметри та формули для обчислень

Нижче, також у вигляді копій екрану (рис. 2–4), наведено приклад реалізації обчислень (у супроводі відповідних коментарів) оптимальних оцінок параметрів за методом фільтра Калмана.

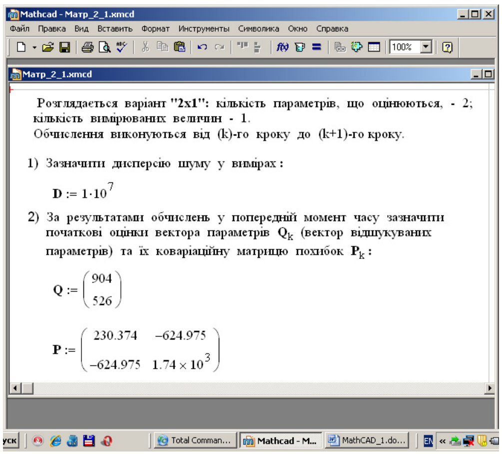


Рис. 2. Початок обчислень за алгоритмом фільтра Калмана

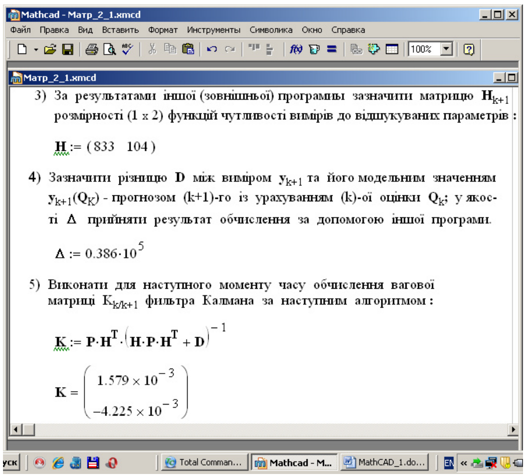


Рис. 3. Продовження обчислень за алгоритмом фільтра Калмана

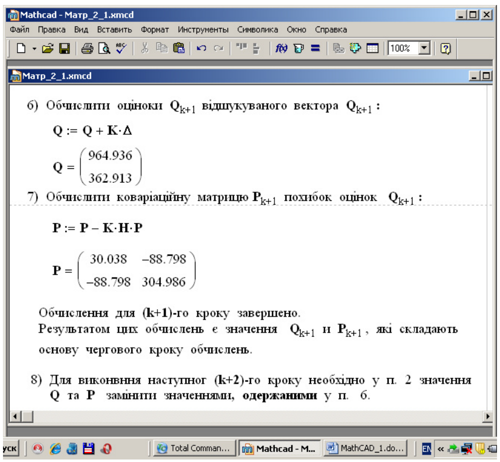


Рис. 4. Завершення обчислень за алгоритмом фільтра Калмана

## Висновки

Динамічною фільтрацією за алгоритмом Калмана є метод опрацювання даних із вилучення шумів та зайвої інформації. У фільтрі Калмана є можливість вказати апріорну інформацію про характер системи та зв’язки змінних і на основі цього будувати більш точну оцінку. Навіть у найпростіших випадках (без введення апріорної інформації) він надає відмінні результати. Застосування персональних комп’ютерів та програмного середовища Mathcad для обчислень за алгоритмом фільтра Калмана сприяє значному поширенню застосування користувачами зазначеного математичного методу у навчанні та дослідженнях.

## Література


1. Синицын И.И. Фильтры Калмана: учеб. пособие / И.И. Синицын. – М.: Университетская книга, Логос, 2006. – 640 с.
2. Калман Р.Е. Новые результаты в линейной фильтрации и теории предсказания / Р.Е. Калман // Труды американского общества инженеров-механиков. Серия Д. – 1961. Т 83, – №1. – С. 123–142.
3. Ван-Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции. Том I. Теория обнаружения, оценок и линейной модуляции / Г. Ван-Трис. – М.: Советское радио, 1972. 744 с.
4. Стратонович Р.Л. Применение теории процессов Маркова для оптимальной фильтрации сигналов / Р.Л. Стратонович // Радиотехника и электроника. – 1960. – Т. 5, Вып. II. – С. 1751–1765.
5. Дьяконов И. П. Mathcad 8 PRO в математике, физике и Internet / И.П. Дьяконов. –М.: Нолидж, 1999. – 512 с.
6. Mathcad в инженерных расчетах / пер. с англ. – К.: МК-Пресс, С.Пб.: КОРОНА-ВЕК, 2010. – 368 с.


Рецензент: О. Я. Ніконов, професор, д.т.н., ХНАДУ.

Стаття надійшла до редакції 23 січня 2015 р.