

УДК 539.3

## ГРАНИЧНА ПОВЕРХНЯ ЗА ЗАКОНОМ КУЛОНА ПРИ 3-D РОЗРАХУНКАХ НЕЖОРСТКИХ ДОРОЖНИХ ОДЯГІВ НА МІЦНІСТЬ

В.О. Богомолов, проф., д.т.н., В.К. Жданюк, проф., д.т.н., А.О. Цинка, асп.,  
Харківський національний автомобільно-дорожній університет

*Анотація.* На основі закону Кулона за напружено-деформованим станом шарів нежорсткого дорожнього одягу із дискретних матеріалів запропоновано граничну поверхню, яка може бути використана при розрахунках на міцність.

*Ключові слова:* допустимі напруження, закон Кулона, гранична поверхня, кола Мора, дискретні матеріали, дорожній одяг.

## ГРАНИЧНАЯ ПОВЕРХНОСТЬ ПО ЗАКОНУ КУЛОНА ПРИ 3-D РАСЧЕТАХ НЕЖЕСТКИХ ДОРОЖНЫХ ОДЕЖД НА ПРОЧНОСТЬ

В.А. Богомолов, проф., д.т.н., В.К. Жданюк, проф., д.т.н., А.О. Цинка, асп.,  
Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет

*Аннотация.* На основе закона Кулона по напряженно-деформированному состоянию слоев нежесткой дорожной одежды из дискретных материалов предложена предельная поверхность, которая может быть использована при расчетах на прочность.

*Ключевые слова:* допустимые напряжения, закон Кулона, предельная поверхность, круги Мора, дискретные материалы, дорожная одежда.

## BOUNDARY SURFACE BY COULOMB'S LAW AT 3-D CALCULATIONS OF FLEXIBLE PAVEMENTS ACCORDING TO STRENGTH

V. Bogomolov, Prof., D. Sc. (Eng.), V. Zhdanyuk, Prof., D. Sc. (Eng.), A. Tsynka, P.G.,  
Kharkiv National Automobile and Highway University

*Abstract.* There was offered a boundary surface on the basis of Coulomb's law for the stress-strain state of flexible pavement layers made of discrete materials, which can be used while performing calculations for strength.

*Key words:* allowable voltage, Coulomb's law, boundary surface, Mohr's circles, discrete materials, road pavement.

### Вступ

При розрахунку граничного напружено-деформованого стану (НДС) шарів нежорсткого дорожнього одягу із малозв'язних матеріалів [1] набув поширення критерій міцності, який визначається за законом Кулона [2].

### Аналіз публікацій

У практиці розрахунків [3] цей закон використовується у вигляді

$$\tau_{\max} = C + \operatorname{tg}\varphi \cdot \sigma, \quad (1)$$

де  $\tau_{\max}$  – максимальні дотичні напруження у площині зсуву;  $C$  – складова опору зсуву, яка не залежить від нормальних напружень і умовно називається показником зчеплення;  $\varphi$  – кут, традиційно називається кутом внутрішнього тертя;  $\sigma$  – нормальні напруження стиску на поверхні зсуву.

Така форма подання закону Кулона передбачає повну визначеність площини зсуву, що

часто має місце при розрахунках плоского або осесиметричного НДС елементів дорожньої конструкції, наприклад, при розрахунках нежорсткого дорожнього одягу на опір зсуву ґрунтів і шарів із дискретних малозв'язних матеріалів [1] як шаруватого пружного півпростору [1, 3, 4].

Для таких розрахунків створено достатньо широку довідково-нормативну базу даних [1] для визначення параметрів  $C$  та  $\varphi$ .

При переході до 3-D моделювання та розрахунку НДС, наприклад, при врахуванні сил тертя у плямі контакту колеса з поверхнею покриття нежорсткого дорожнього одягу дослідник неодмінно підходить до описування НДС через повні тензори напружень і деформацій [5], оскільки зовнішнє навантаження (сили тертя у плямі контакту) не осесиметричне.

#### Мета і постановка завдання

Очевидно, що в подібних випадках критерій (1) стає «незручним» у використанні, оскільки повний тензор напружень передбачає шість компонент [4]. При цьому стає невизначеною площа зсуву (площа розташування  $\tau_{\max}$ ) [2], а також не відомо, яку з компонент брати за  $\sigma$  в (1). Для вирішення вказаної проблеми необхідні додаткові розрахунки та рекомендації щодо зміни, доповнення та перетворення критерію Кулона з метою зручного його використання в 3-D розрахунках НДС шарів нежорсткого дорожнього одягу з використанням уже існуючої довідково-нормативної бази розрахункових параметрів.

#### Перетворення критерію Кулона

Як відомо [2, 7, 8], в методиках експериментального визначення параметрів  $C$  і  $\varphi$  [6] використовуються так звані кола Мора за граничними напруженнями. Типове розташування таких кіл, при випробуваннях на тривісний стиск, наведено на рис. 1.

Пряма  $A_1A_2$  (рис. 1) – це геометричне відображення закону (1).

Із геометричних співвідношень з рис. 1 видно, що величина  $\sigma$  в (1) відповідає значенню

$$\sigma = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}, \quad (2)$$

де  $\sigma_1, \sigma_3$  – головні напруження.

Вираз (2) повністю відповідає найбільш повному формулюванню закону Кулона, наведеному в [2] на стор. 70.

Із теорії пружності відомо [2, 4, 7–9], що

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}. \quad (3)$$

Підставляючи (2) і (3) в (1) та після відповідних перетворень, отримуємо критерій міцності

$$\sigma_1(1 - \operatorname{tg}\varphi) - \sigma_3(1 + \operatorname{tg}\varphi) \leq 2C, \quad (4)$$

який може бути використаний в 3-D розрахунках НДС нежорстких дорожніх одягів.

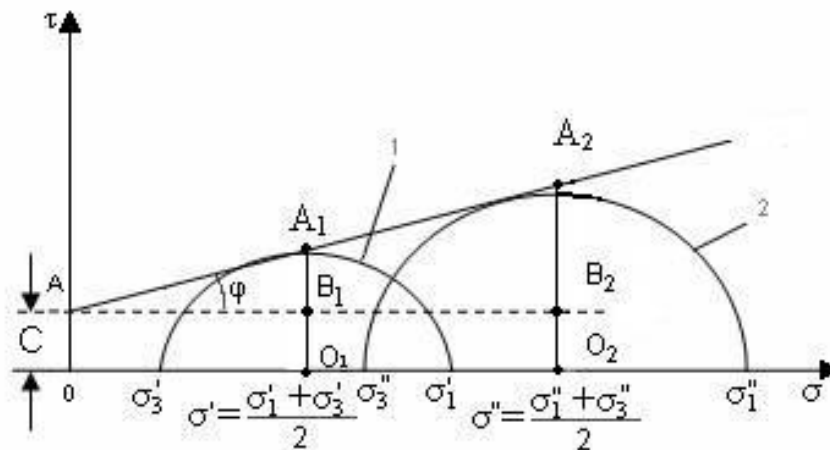


Рис. 1. Визначення кута внутрішнього тертя і показника зчеплення за даними випробування на тривісний стиск

Графічно (4) наведено на рис. 2 у вигляді прямої 1 (AB).

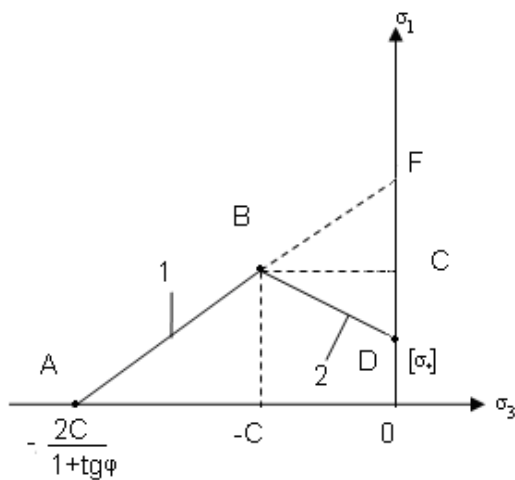


Рис. 2. Графічне наведення перетвореного критерію Кулона в координатах  $\sigma_3 - \sigma_1$ : 1 – в області  $\sigma_3 \leq -C$ ; 2 – в області  $\sigma_3 > -C$

Як показує аналіз граничних кіл Мора, точка А на рис. 2 відповідає області НДС за граничними напруженнями при «чистому» стиску  $[\sigma]$ , точка В – граничному стану при «чистому» зсуві.

З рис. 2 видно, що пряма 1 після значення

$$\sigma_3 > -C, \tag{5}$$

перетинає вісь  $0 - \sigma_1$  в точці F, при цьому ця точка, за умовами теорії пружності [4, 9], відповідає границі міцності при «чистому» розтягу матеріалу  $[\sigma_+]$ . З цього виникає про-

тиреччя, яке полягає у тому, що відрізок OF на рис. 2 не може бути рівним нулю, а величина  $[\sigma_+]$  – може, наприклад, для сипких та малозв'язних матеріалів, ґрунтів, тобто дискретних матеріалів.

Таким чином, можна сформулювати область використання критерію (4)

$$\sigma_3 \leq -C. \tag{6}$$

За умови (5) необхідно мати інший критерій. Можна допустити, що це пряма лінія, яка проходить через точку В на рис. 2 і перетинає вісь  $0 - \sigma_1$  в точці D, причому

$$OD = [\sigma_+]. \tag{7}$$

Шляхом нескладних алгебраїчних перетворень для прямої BD на рис. 2, при виконанні умови (5), отримуємо

$$\sigma_1 - \sigma_3 \left( \frac{[\sigma_+]}{C} - 1 \right) \leq [\sigma_+]. \tag{8}$$

Для матеріалів, у яких  $[\sigma_+] = 0$ , нерівність (8) вироджується у

$$\sigma_1 + \sigma_3 \leq 0. \tag{9}$$

Сполучення нерівностей (4), за умов (6), (8) та (5), у подальшому будемо називати граничною поверхнею за законом Кулона. У координатах головних напружень  $\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3$  таку поверхню частково можна навести у вигляді рис. 3.

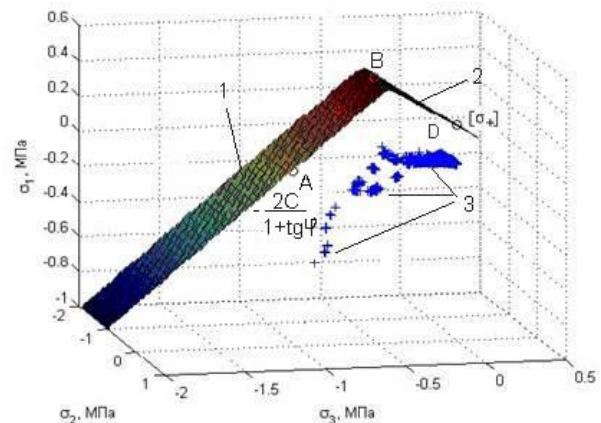
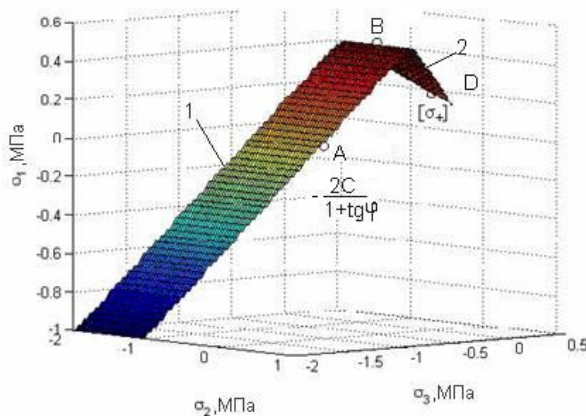


Рис. 3. Граничні площини модифікованої поверхні Кулона з урахуванням обмежень  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ : а – граничні площини, паралельні осі  $\sigma_2$ ; б – граничні площини з точками НДС шару нежорсткого дорожнього одягу; 1 – площина, яка відповідає прямій 1 на рис. 2; 2 – площина, яка відповідає прямій 2 на рис. 2; 3 – точки НДС шару нежорсткого дорожнього одягу; А, В, D – точки, які відповідають точкам А, В, D на рис. 2

Геометричний сенс прямих (4), (8) в координатах  $\sigma - \tau$  (дивись (1)) полягає в апроксимації обвідної граничних кіл Мора (рис. 4) [7] двома прямими (рис. 5).

A – точка з координатами  $(\frac{[\sigma_+]}{2}; \frac{[\sigma_+]}{2})$ , що відповідає методиці, запропонованій в [2];

1 – граничне коло Мора, що відповідає колу 1 на рис. 1; 2 – граничне коло Мора, що відповідає колу 2 на рис. 1; 3 – граничне коло Мора, що відповідає границі міцності при «чистому» розтягу  $[\sigma_+]$  [7]; 4 – пряма, що відповідає прямій  $A_1A_2$  на рис.1; 5 – пряма, що відповідає критерію (8), в координатах  $\sigma - \tau$  має вигляд

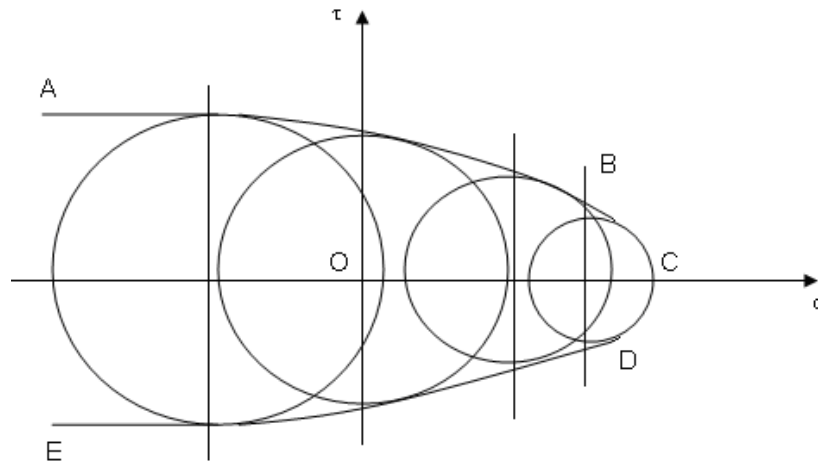


Рис. 4. Обвідна граничних кіл Мора

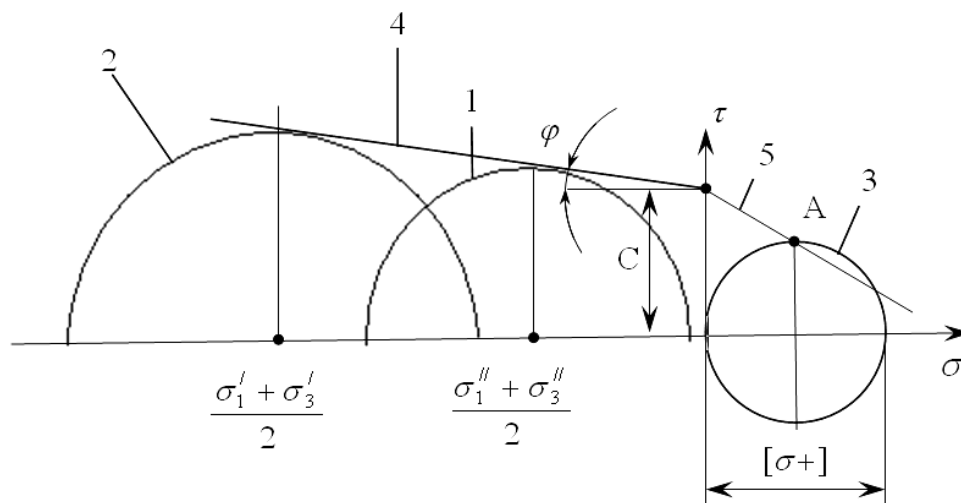


Рис. 5. Граничні прямі з урахуванням знаку  $\sigma$  (стиск «-», розтяг «+»)

$$\tau_{\max} = (1 - \frac{2C}{[\sigma_+]})\sigma + C; \quad (10)$$

де C,  $\varphi$  – параметри виразу (1), показані на рис. 1.

### Висновки

Запропоновано граничну поверхню за законом Кулона, яка може бути використана при 3-D розрахунках НДС нежорстких дорожніх

одягів (на опір зсуву в ґрунтах і шарах з малозв'язних матеріалів).

### Література

1. Споруди транспорту. Дорожній одяг нежорсткого типу : ВБН В.2.3-218-186-2004. – Офіц. вид. – К.: Укравтодор, 2004. – 176 с.
2. Писаренко Г.С. Деформирование и прочность материалов при сложном напряжённом состоянии / Г.С. Писаренко,

- А.А. Лебедев. – К.: Наукова думка, 1976. – 416 с.
3. Конструирование и расчёт нежёстких дорожных одежд / под ред. Н. Н. Иванова. – М.: Транспорт, 1973. – 328 с.
  4. Безухов Н.И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести / Н.И. Безухов. – М.: Высш. школа, 1968. – 512 с.
  5. Провести аналіз методик конструювання та розрахунку дорожніх одягів в країнах Європи та надати пропозиції щодо методики, яку необхідно застосувати при конструюванні та розрахунку дорожнього одягу в Україні : звіт про науково-дослідну роботу (заключн.) : № 17/35-03-10 / ХНАДУ ; кер. В. К. Жданюк. – Х., 2010. – 165 с. – № ДР 0110U000889.
  6. Бабков В. Ф. Основы грунтоведения и механики грунтов: учебное пособие для студентов автомобильно-дорожных специальностей ВУЗов / В.Ф. Бабков, В.М. Безрук. – 2-е изд. перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 1986. – 239 с.
  7. Писаренко Г.С. Сопротивление материалов / Г.С. Писаренко, В.А. Агарёв, А.Л. Квитка и др.; под ред. Г.С. Писаренко. – 4-е изд. – К.: Вища школа, 1979. – 696 с.
  8. Писаренко Г. С. Справочник по сопротивлению материалов / Г.С. Писаренко, А.П. Яковлев, В.В. Матвеев. – К.: Наукова думка, 1975. – 704 с.
  9. Механические свойства конструкционных материалов при сложном напряжённом состоянии: справочник / А.А. Лебедев, Б.И. Ковальчук, Ф.Ф. Гишняк, В.П. Ламашевский. – К.: Наукова думка, 1983. – 366 с.
- Рецензент: Ю.В. Батигін, професор, д.т.н., ХНАДУ.
- Стаття надійшла до редакції 13 жовтня 2015 р.
-