

УДК 624.21

## РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНАЯ СПОСОБНОСТЬ ЖЕСТКИХ В ПОПЕРЕЧНОМ СЕЧЕНИИ ПРОЛЕТНЫХ СТРОЕНИЙ

**В.П. Кожушко, проф., д.т.н.,  
Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет**

*Аннотация.* Проведены исследования распределительной способности жестких в поперечном направлении пролетных строений мостов на основе разработанного автором пространственного метода расчета пролетных строений.

*Ключевые слова:* метод внецентренного сжатия, поперечная полоса, продольная полоса, система уравнений, смешанный метод строительной механики, фиктивное защемление.

## РОЗПОДІЛЬНА ЗДАТНІСТЬ ЖОРСТКИХ У ПОПЕРЕЧНОМУ ПЕРЕРІЗІ ПРОГІННИХ БУДОВ

**В.П. Кожушко, проф., д.т.н.,  
Харківський національний автомобільно-дорожній університет**

*Анотація.* Проведено дослідження розподільної здатності жорстких у поперечному напрямку прогінних будов мостів на підставі розробленого автором просторового методу розрахунку прогінних будов.

*Ключові слова:* метод позацентрального стиску, поперечна смуга, поздовжня смуга, система рівнянь, змішаний метод будівельної механіки, фіктивне затиснення.

## DISTRIBUTION CAPACITY OF HARD CROSS SECTION SPANS

**V. Kozhushko, Prof., D. Sc. (Eng.),  
Kharkiv National Automobile and Highway University**

*Abstract.* Investigations of the distribution capacity of hard cross section spans of bridges on the basis of the developed by the author spatial method for span design are carried out.

*Key words:* method of eccentric compression, shear band, longitudinal strip, system of equations, mixed method of structural mechanics, fictitious restraint.

### Введение

В XX ст. резко возросли темпы строительства автомобильных и железных дорог, что, в свою очередь, предопределило необходимость возведения большого количества балочных мостов, расчет пролетных строений которых требовал разработки пространственных методов расчета. Многие пролетные строения мостов, особенно строящиеся в первой половине XX века, возводились в монолитном железобетоне с мощными поперечными балками. Во второй половине XX ст. предпочтение начали отдавать сборным со-

оружениям, для возведения которых были разработаны многочисленные типовые проекты. В пролетных строениях сборных мостов в поперечном направлении, вместо поперечных балок, были предусмотрены диафрагмы, т.е. и в монолитных, и в сборных пролетных строениях балочных мостов создавались мощные поперечные элементы, значительно увеличивающие поперечные изгибную и крутильную жесткости сооружения.

Увеличились длины пролетов, которые перекрывались балочными мостами, т.е. значи-

тельное количество построенных мостов были узкими (узкими мостами называют сооружения, у которых  $l/B \geq 2$ , а в последнее время рекомендуют принимать  $l/B \geq 4$ , где  $l$  – величина пролета;  $B$  – ширина пролетного строения).

При расчете пролетных строений с поперечными балками или диафрагмами при определении их распределительной способности применяли метод внецентренного сжатия, в основу которого положен тезис об абсолютной по величине изгибной жесткости пролетных строений в поперечном направлении моста. Используя метод внецентренного сжатия, строились линии влияния усилий, передаваемых поперечными элементами (балками или диафрагмами) на главные балки. Загружая линии влияния усилий временными нагрузками, определяли значения коэффициентов поперечной установки (КПУ), которые показывали, какая доля временной нагрузки воспринимается той или иной балкой пролетного строения. В последнее время этот коэффициент начали называть коэффициентом поперечного распределения (КПР). Формулы для построения линий влияния усилий были выведены, используя решения теоретической механики для абсолютно твердого тела. Интересен и иной подход при построении линий влияния, который и предлагается в этой статье.

### Анализ публикаций

Анализ публикаций [1–19] XX и начала XXI ст. показал, что метод внецентренного сжатия в неизменном виде, т.е. в разработанном первоначальном варианте, применяется до сего времени при определении распределительной способности разных по конструкции пролетных строений мостов. В основу метода положено правило переноса силы  $P_i$ , приложенной в  $i$ -й точке, в точку  $k$  с заменой силы  $P_i$  на такую же по величине силу  $P_k$  и момент, справедливое для абсолютно твердых тел. На этой основе для регулярных пролетных строений (т.е. для пролетных строений, главные балки которых имеют одинаковые жесткости и установлены поперек моста на одинаковых расстояниях) выведена формула (1) для определения ординат линии влияния вертикальных усилий, передаваемых поперечными элементами пролетного строения на главные балки.

$$y_{1,n} = \frac{1}{n} \pm \frac{a_i \cdot a_1}{2 \sum a_i^2}, \quad (1)$$

где  $n$  – количество главных балок;  $a_1$  – расстояние поперек моста между крайними (левой и правой) главными балками;  $a_i$  – расстояние поперек моста между  $i$ -ми симметрично расположенными относительно продольной оси моста главными балками.

Поскольку линии влияния усилий линейны, то достаточно определить значения ординат только в двух точках – в точке 1 под первой балкой (как арифметическую сумму положительных значений первого и второго членов формулы (1)) и в точке  $n$  под последней главной балкой (как алгебраическую сумму первого и второго членов формулы).

Для нерегулярных пролетных строений в работе [8] предложена следующая формула

$$y_{1,n} = \frac{I_i}{\sum I_i} \pm \frac{a_i \cdot a_1 \cdot I_i}{2 \sum a_i^2 \cdot I_i}, \quad (2)$$

где  $I_i$  – момент инерции при изгибе поперечного сечения  $i$ -й главной балки.

В работе [12] приведены формулы для построения линий вертикальных усилий с учетом крутящих моментов, используя разработанный авторами обобщенный метод внецентренного сжатия, который применим при расчете как прямых, так и косых или криволинейных пролетных строений. Эти линии влияния тоже линейны.

Для облегчения построения линий влияния М.Е. Гибшманом [20] предложены таблицы, включающие ординаты линий влияния при количестве главных балок в поперечном направлении моста, не превышающих 6.

Нам представляется интересной разработка методики построения линий влияния усилий, передаваемых на главные балки, с использованием нетрадиционного подхода.

### Цель и постановка задачи

Предлагается методика построения линий влияния вертикальных усилий, передаваемых на главные балки пролетного строения абсолютно жесткими поперечными элементами, с

использованием разработанного автором пространственного метода расчета пролетных строений мостов [21, 22].

### Построение линий влияния усилий

Напомним некоторые положения предложенного автором [21, 22] пространственного метода расчета пролетных строений. Пролетное строение разрезается на систему продольных и поперечных полос (рис. 1). Разбивка на продольные полосы производится так, чтобы в каждую полосу входило продольное ребро, т.е. количество продольных полос должно быть равным количеству главных элементов пролетного строения (в балочных мостах – количеству главных балок). При расчете этих полос вводится цилиндрическая жесткость поперечного сечения главной балки. Поперечный элемент шириной 1 пог. м вырезается в том сечении по длине пролета, в котором предполагается определять внутренние усилия. В расчет вводится приведенная к одному методу изгибная цилиндрическая жесткость поперечной полосы, т.е. жесткость, включающая в себя жесткость пластины проезжей части и поперечных (кроме опорных) балок или диафрагм. Сама поперечная полоса рассчитывается как неразрезной многопролетный элемент на упруго-оседающих опорах (рис. 1), роль которых играют продольные полосы.

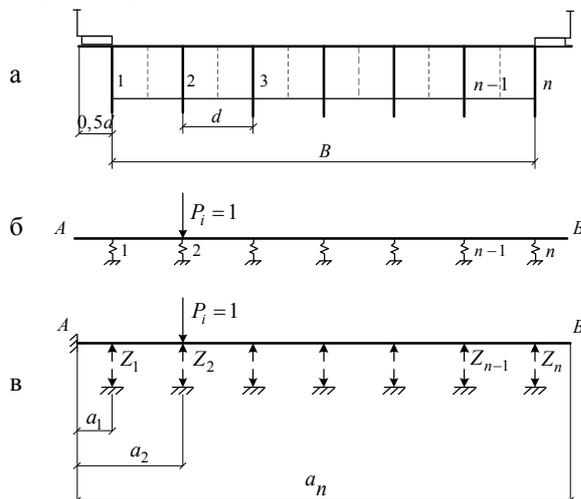


Рис. 1. Схема пролетного строения: а – истинная схема; б – расчетная схема поперечного элемента; в – основная схема поперечного элемента

Для определения неизвестных усилий  $Z_i$  предлагается использовать смешанный метод строительной механики, для чего вводим

фиктивное защемление на левом конце поперечной полосы, т.е. она рассматривается как консольная полоса. Если определяются только вертикальные неизвестные  $Z_i$  (что и требуется для определения ординат линий влияния усилий), то следует решить систему уравнений (3), включающую  $(n + 2)$  уравнений, т.к. неизвестными являются  $n$  вертикальных сил  $Z_i$ , а также угол поворота  $\varphi_A$  и прогиб  $y_A$  фиктивного защемления. Если к поперечной полосе приложить единичную силу  $P_i = 1$  над  $i$ -й точкой, то в результате решения системы уравнений (3) и будут получены ординаты линий влияния усилий, передаваемых поперечным элементом на  $i$ -й продольный элемент. Решив систему уравнений (3)  $n$  раз (при расположении силы  $P_i$  над точками 1, 2...n), получим ординаты линий влияния усилий  $Z_i$  для всех продольных полос. Составим систему уравнений при приложении к поперечному элементу силы  $P_i = 1$

$$\begin{cases} \delta_{11}Z_1 + \dots + \delta_{1n}Z_n + a_1\varphi_A + y_A = \Delta_{1p}; \\ \delta_{n1}Z_1 + \dots + \delta_{nn}Z_n + a_n\varphi_A + y_A = \Delta_{np}; \\ \sum_{i=1}^n Z_i = 1; \\ a_1Z_1 + \dots + a_nZ_n = a_i, \end{cases} \quad (3)$$

где  $\Delta_{ip}$  – свободные члены, определяемые от  $P_i = 1$ ;  $\delta_{ik}$  – единичные перемещения, для определения которых рекомендуется следующая формула

$$\delta_{ik} = y_{ik} + V_{ik}. \quad (4)$$

В формуле (4)  $y_{ik}$  – прогиб продольного элемента (главной балки) от единичной распределенной по его длине нагрузки  $q = 1$  в том сечении, в котором вырезана поперечная полоса. Этот показатель вводится только при определении главных единичных перемещений, т.е. при определении перемещений  $\delta_{ii}$  он вводится в виде прогиба  $y_{ii}$ , а при определении единичных перемещений  $\delta_{ik}$  величина  $y_{ik} = 0$ ;  $V_{ik}$  – перемещение поперечной полосы в  $i$ -й точке от единичной силы  $P_i = 1$ , приложенной в  $k$ -й точке. При  $i \leq k$

$$V_{ik} = \frac{d^3(1-v_{\text{поп}}^2)}{6E_{\text{поп}} \cdot I_{\text{поп}}} \cdot \left(\frac{a_i}{d}\right)^2 \cdot \left(3\frac{a_k}{d} - \frac{a_i}{d}\right), \quad (5)$$

где  $v_{\text{поп}}$  и  $E_{\text{поп}}$  – соответственно коэффициент Пуассона и модуль упругости материала поперечной полосы;  $I_{\text{поп}}$  – момент инерции поперечного сечения поперечной полосы;  $d$  – расстояние между продольными полосами (в балочных мостах расстояние между главными балками) в поперечном направлении моста (рис. 1).

При  $i > k$  в формуле (5) индексы следует поменять местами.

Для удобства решения системы уравнений (3) умножим первые её  $n$  уравнений на величину  $1/y_{ii}$ . Преобразуем формулу (5) после умножения её на  $1/y_{ii}$ . Увеличенное перемещение

$$V'_{ik} = \frac{d^3(1-v_{\text{поп}}^2)}{6E_{\text{поп}} \cdot I_{\text{поп}} \cdot y_{ii}} \cdot \left(\frac{a_i}{d}\right)^2 \cdot \left(3\frac{a_k}{d} - \frac{a_i}{d}\right). \quad (6)$$

Обозначим

$$\alpha = \frac{d^3(1-v_{\text{поп}}^2)}{6E_{\text{поп}} \cdot I_{\text{поп}} \cdot y_{ii}}; \quad (7)$$

$$w_{ik} = \left(\frac{a_i}{d}\right)^2 \cdot \left(3\frac{a_k}{d} - \frac{a_i}{d}\right). \quad (8)$$

Тогда формулу (5) можно записать в таком виде

$$V'_{ik} = \alpha \cdot w_{ik}. \quad (9)$$

Окончательно получим формулы для определения увеличенных в  $1/y_{ii}$  раз единичных перемещений

$$\delta'_{ii} = 1 + \alpha w_{ii}; \quad (10)$$

$$\delta'_{ik} = \alpha w_{ik}. \quad (11)$$

Величину  $\alpha$  назовем показателем гибкости пролетного строения.

Поскольку мы рассматриваем абсолютно жесткие в поперечном направлении пролетные строения, т.е. пролетные строения, у ко-

торых  $E_{\text{поп}} \cdot I_{\text{поп}} / (1+v_{\text{поп}}^2) \rightarrow \infty$ , то показатель гибкости  $\alpha \rightarrow 0$ . Тогда после умножения уравнений системы (3) на величину  $1/y_{ii}$  получим, что увеличенные единичные перемещения  $\delta'_{ii} = 1$ , а  $\delta'_{ik} = 0$ .

Посмотрим, как преобразуются после умножения уравнения на  $1/y_{ii}$  коэффициенты при угле поворота  $\varphi_A$  и прогибе  $y_A$  фиктивного защемления.

Коэффициент при  $\varphi_A$  будет иметь следующий вид:  $\frac{a_i}{y_{ii}}\varphi_A$ . Умножим и разделим последнее выражение на  $d$ . Тогда получим  $\frac{a_i}{d} \cdot \frac{d}{y_{ii}}\varphi_A$ .

В этом выражении  $\frac{a_i}{d}$  есть не что иное, как относительное расстояние от фиктивного защемления до  $i$ -й точки (для регулярного пролетного строения  $\frac{a_i}{d} = 0,5; 1,5 \dots (n-0,5)$ ).

Обозначим величину

$$\frac{d}{y_{ii}} \cdot \varphi_A = \varphi'_A. \quad (12)$$

Таким образом, при увеличенных в  $1/y_{ii}$  раз углах поворота  $\varphi'_A$  будут стоять такие коэффициенты:  $0,5; 1,5 \dots (n-0,5)$ .

Увеличенный в  $1/y_{ii}$  раз прогиб фиктивного защемления

$$y'_A = \frac{y_A}{y_{ii}}. \quad (13)$$

Увеличенные в  $1/y_{ii}$  раз свободные члены  $\Delta'_{ip}$  определяются как увеличенные единичные перемещения  $\delta'_{ik}$ , т.е. они в первых  $n$  уравнениях равны нулю.

Обе части последнего уравнения системы (3) разделим на  $d$ . Тогда в этом уравнении будут стоять приведенные расстояния.

После всех этих преобразований система (3) будет иметь вид



- Н.Я. Калмыков, Н.И. Поливанов, В.С. Кириллов; под общей ред. Е.Е. Гибшмана. – М.: Автотрансиздат, 1961. – 814 с.
4. Ильясевич С.А. Металлические мосты / С.А. Ильясевич. – М.: Воениздат, 1940. – 720 с.
  5. Ильясевич С.А. Военные мосты: учебное пособие для высших военно-инж. шк. и училищ / С.А. Ильясевич. – М.: Воениздат, 1947. – 396 с.
  6. Евграфов Г.К. Проектирование мостов: учебник для вузов / Г.К. Евграфов, Н.Н. Богданов. – М.: Транспорт, 1966. – 664 с.
  7. Поливанов Н.И. Железобетонные мосты: учебник для вузов / Н.И. Поливанов. – М.: Автотрансиздат, 1956. – 624 с.
  8. Поливанов Н.И. Проектирование и расчет железобетонных и металлических автодорожных мостов: учебное пособие для вузов / Н.И. Поливанов. – М.: Транспорт, 1970. – 516 с.
  9. Назаренко Б.П. Железобетонные мосты: учебник для вузов / Б.П. Назаренко. – 2-е изд., доп. и перераб. – М.: Высш. шк., 1970. – 432 с.
  10. Лившиц Я.Д. Примеры расчета железобетонных мостов: учебное пособие для вузов / Я.Д. Лившиц, М.М. Онищенко, А.А. Шкуратовский. – К.: Вища шк. Главное изд-во, 1986. – 263 с.
  11. Российский В.А. Примеры проектирования сборных железобетонных мостов: учебное пособие / В.А. Российский, Б.П. Назаренко, Н.А. Словинский; под ред. В.А. Российского. – 2-е изд. – М.: Высш. шк., 1970. – 520 с.
  12. Гибшман М.Е. Проектирование транспортных сооружений: учебник для вузов / М.Е. Гибшман, В.И. Попов. – М.: Транспорт, 1988. – 477 с.
  13. Мосты и сооружения на дорогах: учебник для вузов: в 2-х ч. Ч.1 / П.М. Саламахин, О.В. Воля, Н.П. Лукин и др. – М.: Транспорт, 1991. – 344 с.
  14. Мосты и сооружения на дорогах: учебник для вузов: в 2-х ч. Ч.2 / П.М. Саламахин, О.В. Воля, Н.П. Лукин и др. – М.: Транспорт, 1991. – 448 с.
  15. Инженерные сооружения в транспортном строительстве: учебник для студ. высш. учеб. заведений: в 2 кн. Кн.1 / П.М. Саламахин, Л.В. Маковский, В.И. Попов и др.; под общ. ред. П.М. Саламахина. – М.: Академия, 2007. – 352 с.
  16. Инженерные сооружения в транспортном строительстве: учебник для студ. высш. учеб. заведений: в 2 кн. Кн. 2 / П.М. Саламахин, Л.В. Маковский, В.И. Попов и др.; под общ. ред. П.М. Саламахина. – М.: Академия, 2007. – 266 с.
  17. Розрахунок і проектування мостів: навч. посібник: у 2-х т. Т.1 / О.Л. Загора, Д.М. Каплинський, М.М. Корнієв та ін.; за ред. А.І. Лантуха-Лященка. – К.: НТУ, 2007. – 336 с.
  18. Приклади розрахунку та проектування балкових прогонових будов залізобетонних мостів: навчальний посібник / О.Ф. Яременко, В.Г. Кваша, Н.О. Яременко та ін.; за ред. О.Ф. Яременка. – Одеса: Астропринт, 2011. – 312 с.
  19. Лучко Й.Й. Мости, труби і тунелі: підручник для студентів вищих навчальних закладів / Й.Й. Лучко, О.С. Распопов, П.М. Коваль; за ред. Й.Й. Лучка. – Львів: Каменяр, 2014. – 879 с.
  20. Гибшман М.Е. Таблицы для расчета пролетных строений транспортных сооружений: справочник / М.Е. Гибшман. – М.: Транспорт, 1985. – 448 с.
  21. Кожушко В.П. Расчет пролетных строений балочных мостов разрезной системы / В.П. Кожушко // Соппротивление материалов и теория сооружений. – 1980. – Вып. 36. – С. 118–122.
  22. Кожушко В.П. Моделювання прольотних будов мостів: монографія / В.П. Кожушко. – Х.: ХНАДУ, 2010. – 196 с.
- Рецензент: В.К. Жданюк, профессор, д.т.н., ХНАДУ.
- Статья поступила в редакцию 22 февраля 2016 г.