

УДК 624.21

РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНАЯ СПОСОБНОСТЬ БАЛОЧНЫХ ПРОЛЕТНЫХ СТРОЕНИЙ В ОПОРНОМ СЕЧЕНИИ

**В.П. Кожушко, проф., д.т.н.,
Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет**

Аннотация. Рассмотрен вопрос о распределительной способности балочных пролетных строений в опорном сечении. Для реализации задачи использован пространственный метод расчета пролетных строений, разработанный автором.

Ключевые слова: метод рычага, поперечная полоса, система уравнений, смешанный метод строительной механики, фиктивное защемление.

РОЗПОДІЛЬНА ЗДАТНІТЬ БАЛКОВИХ ПРОГІННИХ БУДОВ В ОПОРНОМУ ПЕРЕРІЗІ

**В.П. Кожушко, проф., д.т.н.,
Харківський національний автомобільно-дорожній університет**

Анотація. Розглянуто питання про розподільну здатність балкових прогінних будов в опорному перерізі. Для реалізації завдання використано просторовий метод розрахунку прогінних будов, розроблений автором.

Ключові слова: метод важеля, поперечна смуга, поздовжня смуга, система рівнянь, змішаний метод будівельної механіки, фіктивне затиснення.

DESTRIBUTION CAPASITY OF THE BEARING CROSS SECTION SPAN STRUCTURE

**V. Kozhushko, Prof., D. Sc. (Eng.),
Kharkiv National Automobile and Highway University**

Abstract. The problem of distribution capacity of beam spans in the bearing section is considered. To implement the given task there was developed a spatial method of span design.

Key words: arm method, transverse stripe, longitudinal band, system of equation, mixed method of structural mechanics, fictitious restraint.

Введение

При расчете пролетных строений балочных автодорожных и городских мостов необходимо знать величины внутренних усилий в различных поперечных его сечениях, т.к. в разных по длине пролета сечениях расчеты выполняют на различные внутренние усилия (в одних сечениях – на изгибающие моменты, в других – на перерезывающие силы). Именно в опорных сечениях балочных мостов возникают наибольшие по величине поперечные силы, от правильности опреде-

ления которых будет зависеть правильный и рациональный подбор поперечных сечений главных балок.

Учеными логически обоснован тот тезис, что поскольку в опорном сечении пролетное строение в поперечном направлении не деформируется, то под воздействием вертикальной нагрузки, передаваемой через колесо транспортного средства, работает только та главная балка, над которой расположено колесо. Разработанные в настоящее время пространственные методы расчета позволяют

определять внутренние усилия от временных нагрузок в любой точке пролетного строения, в том числе и в опорном сечении. При этом для решения задачи по определению внутренних усилий в опорном сечении (да и в других поперечных сечениях пролетного сечения) применяют сложный математический аппарат, что часто приводит к непониманию расчетчиком того, почему под воздействием внешних нагрузок в опорном сечении возникают именно такие внутренние усилия.

По этой причине часто при определении усилий от временных нагрузок используют более простое решение задачи, а именно решение с использованием коэффициента поперечной установки (в последнее время его называют коэффициентом поперечного распределения), который получают путем загрузки временными нагрузками линий влияния усилий, передаваемых плитой (в бездиафрагменных пролетных строениях), опорной диафрагмой или поперечной балкой (в ребристых пролетных строениях) на главные балки. Линии влияния усилий строят, как уже упоминалось ранее, на основе логических рассуждений, используя при построении линий влияния метод рычага. Интересно было бы получить математическое обоснование того, что в опорном поперечном сечении линии влияния усилий следует строить по методу рычага. Таким образом, решение задач в этом направлении представляет определенный интерес.

Анализ публикаций

Методика определения внутренних усилий путем загрузки линий влияния вертикальных усилий, передаваемых поперечными элементами пролетного строения на главные балки, с последующим определением коэффициента поперечной установки (КПУ) использовалась давно. При этом предполагалось линии влияния усилий в опорном сечении строить по методу рычага. Такие предложения уже встречаются в литературе 30–40-х годов прошлого столетия [1]. Позже без изменений они были перенесены в последующие источники [2–13], а также рекомендуются и в источниках, опубликованных в последнее время [14, 15]. Предложения по построению линий влияния усилий в поперечном сечении по методу рычага обоснованы тем, что опорный поперечный элемент пролетного строения опирается на жесткие

опоры, представляя собой неразрезную балку. Однако аналитическое решение, подтверждающее эти положения, не приводится, т.е. этот вопрос слабо исследован.

Цель и постановка задачи

Целью работы является аналитическое обоснование положения, что в опорном сечении линии влияния следует строить, используя метод рычага.

Реализация задачи

Реализацию задачи по построению линий влияния вертикальных усилий в опорном сечении пролетных строений по методу рычага предлагается осуществлять, используя разработанный автором пространственный метод расчета пролетных строений мостов [16, 17]. Напомним некоторые положения расчета пролетных строений по методу, предложенному автором. Пролетное строение разрезается на n продольных балок (полос), количество которых равно количеству главных балок в ребристых пролетных строениях и должно быть не менее 10 при расчете плитных строений. В том сечении по длине пролета, в котором предполагается определение внутренних усилий, вырезается поперечная полоса шириной 1 м. Поперечная полоса рассчитывается как неразрезной элемент, опирающийся на упругие опоры, роль которых играют главные балки пролетного строения. При решении задачи по определению усилий используется смешанный метод строительной механики, для чего на левом конце поперечной полосы вводится фиктивное защемление [16, 17]. Вся операция по определению усилий сводится к решению системы уравнений с количеством уравнений, равным $(n+2)$ (если учитываются только вертикальные усилия, передаваемые поперечной полосой на главные балки), где n – количество продольных элементов.

Что представляет собой система уравнений, будет показано позже в примере по расчету пролетного ребристого строения, состоящего из трех главных балок. Если пролетное строение загрузить над какой-либо i -й главной балкой единично распределенной по всему пролету внешней нагрузкой, то полученные в результате решения системы уравнений усилия и будут представлять ординаты линий влияния усилий, передаваемых поперечной полосой на i -ю главную балку.

Рассмотрим методику построения линий влияния усилий в опорном сечении разрезного ребристого пролетного строения автодорожного моста, имеющего в поперечном сечении три главных балки (хотя полученные решения будут справедливы и при большем количестве главных балок, или то же – при большем количестве продольных элементов).

На рис. 1 приведена схема пролетного строения, расчетная и основная схемы поперечной полосы и размеры, необходимые для определения коэффициентов при неизвестных в системе уравнений (1), а внешней нагрузкой является единичная сила $P_i = 1$, последовательно прикладываемая над i -м продольным элементом.

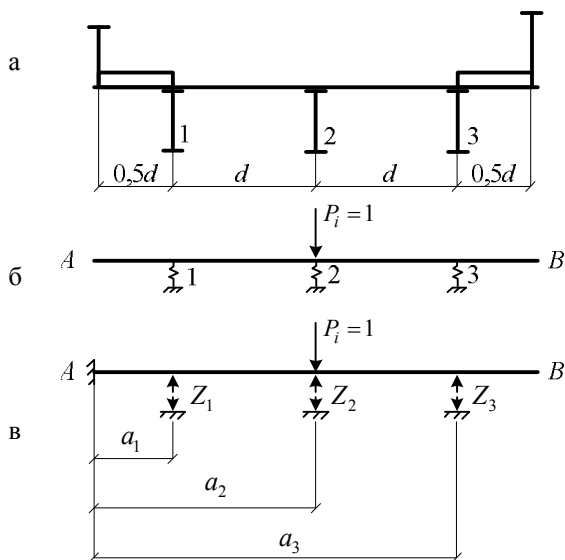


Рис. 1. Схема пролетного строения: а – истинная схема; б – расчетная схема поперечного элемента; в – основная схема поперечного элемента

Рассмотрим 1-й вариант решения. Для определения усилий Z_i , передаваемых поперечным элементом на продольные, необходимо решить систему уравнений (1), которые будут иметь такой же вид, как и для поперечных сечений, расположенных в пролете, т.е. в систему уравнений в качестве неизвестных будет входить, кроме усилий X_i , угол поворота φ_A и прогиб поперечной полосы y_A в месте фиктивного защемления. Тогда необходима система из $(n + 2)$ уравнений (1), два последних в которой будут уравнениями равновесия.

$$\begin{cases} \delta_{11}Z_i + \dots + \delta_{1n}Z_n + a_1\varphi_A + y_A = \Delta_{1p}; \\ \delta_{n1}Z_1 + \dots + \delta_{nn}Z_n + a_n\varphi_A + y_A = \Delta_{np}; \\ \sum_{i=1}^n Z_i = 1; \\ a_1Z_1 + \dots + a_nZ_n = a_i. \end{cases} \quad (1)$$

В системе уравнений (1):

δ_{ik} – единичные перемещения i -й точки от единичной силы $Z_k = 1$, приложенной в k -й точке поперечной полосы (рис. 1). Эти перемещения, как и свободные члены Δ_{1p} , определяются по общим принципам строительной механики (скажем, перемножением эпюр изгибающих моментов по правилу Верещагина) как для консольного элемента; Δ_{1p} – свободный член; при определении ординат линий усилий, передаваемых поперечным элементом на продольные, – это перемещение поперечного элемента в i -й точке от единичной силы $P_k = 1$, приложенной в k -й точке.

Остальные размеры a_i показаны на рис. 1.

Следует обратить внимание на особенности определения главных единичных перемещений δ_{ii} в системе уравнений (1). Они определяются по следующей формуле

$$\delta_{ii} = y_{ii} + U_{ii}, \quad (2)$$

где y_{ii} – перемещение (прогиб) i -го продольного элемента в том поперечном сечении, в котором вырезан поперечный элемент, от продольной единичной распределенной нагрузки $q_i = 1$, приложенной над i -м продольным элементом; U_{ii} – прогиб поперечного элемента в i -й точке от единичной силы $P_i = 1$, приложенной в этой же точке.

$$U_{ii} = \frac{d^3(1 - \nu_{\text{поп}}^2)}{6E_{\text{поп}}I_{\text{поп}}} W_{ii}, \quad (3)$$

где d – расстояние между продольными элементами (рис. 1); $\nu_{\text{поп}}$ – коэффициент Пуассона материала поперечной полосы; $E_{\text{поп}}I_{\text{поп}}$ – изгибная жесткость поперечной полосы.

В опорном сечении прогиб продольного элемента $y_{ii} = 0$, т.е. перемещение δ_{ii} будет равно

$$\delta_{ii} = U_{ii}. \quad (4)$$

Для упрощения расчетов преобразуем систему уравнений (1). Умножим первые n уравнений системы (1) на величину

$$\frac{6E_{\text{поп}} I_{\text{поп}}}{d^3(1 - \nu_{\text{поп}}^2)} = C. \quad (5)$$

Тогда увеличенные в C раз единичные перемещения и свободные члены будут равны

$$\delta'_{ii} = W_{ii}; \quad (6)$$

$$\delta_{ik} = W_{ik}; \quad (7)$$

$$\Delta'_{ii} = W_{ip}. \quad (8)$$

Перемещения при $i \leq k$

$$W_{ik} = \left(\frac{a_i}{d}\right)^2 \cdot \left(3\frac{a_k}{d} - \frac{a_i}{d}\right). \quad (9)$$

При $i > k$ в формуле (9) надо переставить индексы.

Коэффициенты a_i при угле поворота φ_A увеличим в C раз и умножим числитель и знаменатель на величину d . Тогда увеличенные углы поворота будут иметь следующий вид: $\frac{a_i \cdot c \cdot d}{d} \varphi_A$. Величина a_i / d представляет собой относительное расстояние от фиктивного защемления до i -го продольного элемента, выраженное через расстояние d . Обозначим

$$c \cdot d \varphi_A = \varphi'_A, \quad (10)$$

а увеличенный прогиб фиктивной заделки

$$y'_A = y_A \cdot c. \quad (11)$$

Последнее уравнение системы (1) разделим на величину d .

После этих преобразований система уравнений (1) примет следующий вид

$$\begin{cases} W_{11}Z_1 + \dots + W_{1n}Z_n + 0,5\varphi'_A + y'_A = W_{1p}; \\ W_{n1}Z_1 + \dots + W_{nn}Z_n + (n-0,5)\varphi'_A + y'_A = W_{np}; \\ \sum_{i=1}^n Z_i = 1 \\ 0,5Z_1 + \dots + (n-0,5)Z_n = \frac{a_i}{d}. \end{cases} \quad (12)$$

После решения этой системы уравнений получим, что $y'_A = 0$, $\varphi'_A = 0$, а $Z_i = 1$, если над этой точкой будет приложена единичная сила $P_i = 1$. Остальные вертикальные силы $Z_k = 0$. Это говорит о том, что надпорный поперечный элемент не изгибается и не опускается ($y_A = 0$ и $\varphi_A = 0$), а эпюра усилий, передаваемых поперечным элементом на продольный, будет построена по методу рычага (над i -й точкой $Z_i = 1$, под остальными продольными элементами $Z_k = 0$).

Для примера рассмотрим балочное полетное строение, имеющее в поперечном сечении 3 балки (рис. 1). Используя данные работы [17], при условии, что единичная сила $P_i = 1$ приложена над первым продольным элементом (над первой главной балкой), получим

$$W_{11} = 0,25; W_{12} = 1; \delta_{13} = 1,75; W_{21} = W_{12} = 1;$$

$$W_{22} = 6,75; W_{23} = 13,5; W_{31} = W_{13} = 1,75;$$

$$W_{32} = W_{23} = 13,5;$$

$$W_{33} = 31,25; W_{1p} = 0,25; W_{1p} = 1; W_{1p} = 1,75.$$

Система (12) для этого пролетного строения примет следующий вид:

$$\begin{cases} 0,25Z_1 + Z_2 + 1,75Z_3 + 0,5\varphi'_A + y'_A = 0,25; \\ Z_1 + 6,75Z_2 + 13,5Z_3 + 1,5\varphi'_A + y'_A = 1; \\ 1,75Z_1 + 13,5Z_2 + 31,25Z_3 + 2,5\varphi'_A + y'_A = 1,75; \\ Z_1 + Z_2 + Z_3 = 1; \\ 0,5Z_1 + 1,5Z_2 + 2,5Z_3 = 0,5. \end{cases} \quad (13)$$

В результате решения системы уравнений (13) получим

$$\varphi'_A = 0, \quad y'_A = 0, \quad Z_1 = 1; \quad Z_2 = Z_3 = 0.$$

Для построения линий влияния усилий Z_2 единичную силу $P_2 = 1$ следует приложить в точке 2 (над второй главной балкой). Левая часть системы уравнений (13) не изменится – изменятся значения величин, стоящих в правой части уравнений системы (13), т.е.

$$W_{1p} = 1; W_{2p} = 6,75; W_{3p} = 13,5.$$

В предпоследнем уравнении правая часть равна 1 (единице), в последнем – 1,5. После решения этой системы уравнений имеем

$$\varphi'_A = 0, y'_A = 0, Z_1 = 0; Z_2 = 1 \text{ и } Z_3 = 0,$$

т.е. снова-таки имеем решение по методу рычага.

Соответственно при построении линии влияния усилий Z_3 приложим силу $P_3 = 1$ над третьей главной балкой. В правых частях системы (13) будут такие величины

$$W_{1p} = 1,75; W_{2p} = 13,5; W_{3p} = 31,25;$$

в последнем уравнении правая часть будет равна 2,5, а в предпоследнем – 1. После решения этой системы уравнений получим

$$\varphi'_A = 0, y'_A = 0, Z_1 = Z_2 = 0; Z_3 = 1,$$

т.е. выходит, что линия влияния усилия Z_3 построена по методу рычага.

Рассмотрим 2-й вариант решения задачи. Поскольку надпорная поперечная полоса не опускается ($y_A = 0$) и не изгибается ($\varphi_A = 0$), то для построения линий влияния усилий Z_i (для определения неизвестных Z_i) достаточна система (14), включающая только n уравнений, т.е. 2 уравнения равновесия системы (2) и $(n-2)$ уравнений перемещений этой системы (12). В количестве $(n-2)$ уравнений обязательно должно быть уравнение со свободным членом Δ_{ip} , где i – точка, над которой установлена сила $P_i = 1$.

Таким образом, если поставить силу $P_i = 1$ над первым продольным элементом, то в систему уравнений обязательно должно войти первое уравнение системы (12), 2 уравнения равновесия и $(n-3)$ уравнений пере-

мещений других точек. Напишем систему уравнений (14) для этого случая

$$\begin{cases} W_{11}Z_1 + \dots + W_{1n}Z_n = W_{1p}; \\ W_{31}Z_1 + \dots + W_{3n}Z_n = W_{3p}; \\ W_{51}Z_1 + \dots + W_{5n}Z_n = W_{5p}; \\ W_{n1}Z_1 + \dots + W_{nn}Z_n = W_{np}; \\ \sum_{i=1}^n Z_n = 1 \\ 0,5Z_1 + 1,5Z_2 + \dots + (n-0,5)Z_n = 0,5. \end{cases} \quad (14)$$

Рассчитаем пролетное строение, состоящее из 3 главных балок (рис. 1), используя этот прием решения. Пусть сила P установлена в точке P_1 , т.е. над первым продольным элементом ($P_1 = 1$).

Система (14) примет следующий вид

$$\begin{cases} 0,25Z_1 + Z_2 + 1,75Z_3 = 0,25; \\ Z_1 + Z_2 + Z_3 = 1; \\ 0,5Z_1 + 1,5Z_2 + 2,5Z_3 = 0,5. \end{cases} \quad (15)$$

Решив эту систему уравнений, получим

$$Z_1 = 1; Z_2 + Z_3 = 0.$$

При построении линии влияния усилий Z_2 следует единичную силу $P = 1$ поставить над вторым продольным элементом, т.е. $P_2 = 1$. Для определения неизвестных следует решить систему уравнений (16), в которую обязательно должно входить второе уравнение системы (13) при $\Delta'_{22} = 6,75$

$$\begin{cases} Z_1 + 6,75Z_2 + 13,5Z_3 = 6,75; \\ Z_1 + Z_2 + Z_3 = 1; \\ 0,5Z_1 + 1,5Z_2 + 2,5Z_3 = 1,5. \end{cases} \quad (16)$$

После решения системы уравнений (16) имеем

$$Z_1 = 0; Z_2 = 1; Z_3 = 0.$$

Соответственно для построения линии влияния усилия Z_3 единичную силу $P_3 = 1$ надо приложить над 3-м продольным элементом, а из системы уравнений (13) использовать 3-е уравнение перемещений.

$$\begin{cases} 1,75Z_1 + 13,5Z_2 + 31,25Z_3 = 31,25; \\ Z_1 + Z_2 + Z_3 = 1; \\ 0,5Z_1 + 1,5Z_2 + 2,5Z_3 = 2,5. \end{cases} \quad (17)$$

В результате решения системы уравнений (17) получим

$$Z_1 = Z_2 = 0; \quad Z_3 = 1.$$

Также рассмотрим 3-й вариант решения задачи. За основу примем выведенные нами выражения: систему уравнений (1), главные единичные перемещения δ_{ii} , единичные перемещения δ_{ik} и свободные члены Δ_{ip} .

При построении линий влияния усилий Z_i в наших работах (16, 17) предлагается все первые n уравнений системы (1) умножить на величину $1/y_{ii}$. Тогда увеличенные в $1/y_{ii}$ раз главные единичные перемещения δ_{ii} будут равны

$$\delta'_{ii} = 1 + \alpha W_{ii}, \quad (18)$$

все остальные увеличенные единичные перемещения

$$\delta'_{ik} = \alpha W_{ik}, \quad (19)$$

а увеличенные свободные члены

$$\Delta'_{ip} = \alpha W_{ip}, \quad (20)$$

где

$$\alpha = \frac{d^3(1 - \nu_{\text{поп}}^2)}{6E_{\text{поп}}I_{\text{поп}} \cdot y_{ii}}. \quad (21)$$

Поскольку прогиб продольного элемента на опоре $y_{ii} = 0$, а величина $1/y_{ii} = \infty$, то на величину $1/y_{ii}$ уравнения умножать нельзя. Анализируя формулу (18), видно, что при $y_{ii} \rightarrow 0$ показатель гибкости системы $\alpha \rightarrow \infty$. Нами предлагается принять показатель α очень большим (скажем, $\alpha = 1000000$). Тогда на величину α перемещения (формулы (18) и (19)) и свободные члены (формула (20)) можно умножать.

Преобразуем коэффициенты при угле поворота φ_A . После увеличения коэффициента a_i

в $1/y_{ii}$ раз и умножения и деления полученного выражения на d получим значения увеличенного угла поворота $\frac{a_i \cdot d}{y_{ii} \cdot d} \varphi_A$.

Обозначим

$$\frac{d}{y_{ii}} \varphi_A = \varphi'_A, \quad (22)$$

а увеличенный прогиб

$$y'_A = \frac{y_A}{y_{ii}}. \quad (23)$$

Тогда новая система уравнений с увеличенными единичными перемещениями, увеличенными свободными членами и увеличенными коэффициентами при φ'_A и y'_A по форме ничем не будет отличаться от системы уравнений (12), т.е. при её решении мы получим $\varphi'_A = 0$, $y'_A = 0$, а значения Z_i будут таким же, как и в первом варианте решения.

Рассмотрим то же пролетное строение (рис. 1) и составим значения увеличенных в $1/y_{ii}$ раз коэффициентов при неизвестных (18)–(21), введя при определении этих коэффициентов $\alpha = 1000000$. Пусть единичная сила $P_1 = 1$ приложена в точке 1 (над первой главной балкой). Тогда

$$\delta'_{11} = 1 + 0,25 \cdot 1000000 = 250001;$$

$$\delta'_{12} = 1 \cdot 1000000 = 1000000;$$

$$\delta'_{13} = 1,75 \cdot 1000000 = 1750000;$$

$$\delta'_{21} = \delta'_{12} = 1000000;$$

$$\delta'_{22} = 1 + 6,75 \cdot 1000000 = 6750001;$$

$$\delta'_{23} = 13,5 \cdot 1000000 = 13500000;$$

$$\delta'_{31} = \delta'_{13} = 1750000; \quad \delta'_{32} = \delta'_{23} = 13500000;$$

$$\delta'_{33} = 1 + 31,25 \cdot 1000000 = 31250001;$$

$$W'_{1p} = 250000; \quad W'_{2p} = 1000000; \quad W'_{3p} = 1750000.$$

Составим систему уравнений с увеличенными единичными перемещениями и увеличенными коэффициентами при φ'_A и y'_A .

$$\left\{ \begin{array}{l} 250001 Z_1 + 1000000 Z_2 + 1750000 Z_3 + \\ \quad + 0,5\varphi'_o + y'_o = 250000; \\ 1000000 Z_1 + 6750001 Z_2 + 13500000 Z_3 + \\ \quad + 1,5\varphi'_o + y'_o = 1000000; \\ 1750000 Z_1 + 13500000 Z_2 + 32250001 Z_3 + \\ \quad + 2,5\varphi'_o + y'_o = 1750000; \\ Z_1 + Z_2 + Z_3 = 1; \\ 0,5Z_1 + 1,5Z_2 + 2,5Z_3 = 0,5. \end{array} \right.$$

Разделим первые n уравнений полученной системы на 1000000. Получим новую систему уравнений.

$$\left\{ \begin{array}{l} 0,250001 Z_1 + Z_2 + 1,75Z_3 + 0 + 0 = 0,25; \\ Z_1 + 6,750001 Z_2 + 13,5Z_3 + 0 + 0 = 1,00; \\ 1,75Z_1 + 13,5Z_2 + 32,250001 Z_3 + 0 + 0 = 1,75; \\ Z_1 + Z_2 + Z_3 = 1; \\ 0,5Z_1 + 1,5Z_2 + 2,5Z_3 = 0,5. \end{array} \right.$$

В этой системе уравнений угол поворота φ'_A и прогиб y'_A можно принять равными 0, т.к. они уменьшены в 1000000 раз. А если принять $\alpha = 1000000000$, то такое предположение будет еще более обоснованным.

Главные единичные перемещения δ'_{ii} отличаются от таковых в системе (13) только единицей в шестом знаке после запятой, а при $\alpha = 1000000000$ эта единица будет стоять в девятом знаке после запятой, т.е. практически эти перемещения в последней системе уравнений и системе (13) одинаковы. А коль это так, то неизвестные Z_1 будут такими, как и в первом варианте решений, т.е. $Z_1 = 1$; $Z_2 = 0$; $Z_3 = 0$; $\varphi'_A = 0$; $y'_A = 0$.

Вывод

Таким образом, используя предложенный автором метод расчета пролетных строений, математическим путем доказывается обоснованность применения метода рычага при строительстве линий влияния усилий в опорном сечении пролетных строений мостов.

Литература

1. Ильясевич С.А. Металлические мосты / С.А. Ильясевич. – М.: Воениздат, 1940. – 720 с.
2. Справочник по проектированию, строительству и эксплуатации городских дорог, мостов и гидротехнических сооружений. Том 1. Мосты / под ред. Н.М. Митропольского. – М.: Изд-во министерства коммунального хозяйства РСФСР, 1953. – 984 с.
3. Поливанов Н.И. Железобетонные мосты: учебник для вузов / Н.И. Поливанов. – М.: Автотрансиздат, 1956. – 624 с.
4. Мосты и сооружения на дорогах. Общий курс; учебник для вузов / Е.Е. Гибшман, Н.Я. Калмыков, Н.И. Поливанов, В.С. Кириллов / под общ. ред. Е.Е. Гибшмана. – М.: Автотрансиздат, 1961. – 814 с.
5. Справочник инженера-дорожника. Проектирование мостов и труб / под общ. ред. Е.Е. Гибшмана. – М.: Транспорт, 1964. – 775 с.
6. Евграфов Г.К. Проектирование мостов: учебник для вузов / Г.К. Евграфов, Н.Н. Богданов. – М.: Транспорт, 1966. – 664 с.
7. Поливанов Н.И. Проектирование и расчет железобетонных и металлических автодорожных мостов: учебное пособие для вузов / Н.И. Поливанов. – М.: Транспорт, 1970. – 516 с.
8. Российский В.А. Примеры проектирования сборных железобетонных мостов: учебное пособие / В.А. Российский, Б.П. Назаренко, Н.А. Словинский; под ред. В.А. Российского. – 2-е изд. – М.: Высш. шк., 1970. – 520 с.
9. Назаренко Б.П. Железобетонные мосты: учебник для вузов / Б.П. Назаренко. – 2-е изд., доп. и перераб. – М.: Высш. шк., 1970. – 432 с.
10. Лившиц Я.Д. Примеры расчета железобетонных мостов: учебное пособие для вузов / Я.Д. Лившиц, М.М. Онищенко, А.А. Шкуратовский. – К.: Вища шк. Главное изд-во, 1986. – 263 с.
11. Гибшман М.Е. Проектирование транспортных сооружений: учебник для вузов / М.Е. Гибшман, В.И. Попов. – М.: Транспорт, 1988. – 478 с.
12. Мосты и сооружения на дорогах: учебник для вузов: в 2-х ч. Ч.1 / П.М. Сала-

- махин, О.В. Воля, Н.П. Лукин и др. – М.: Транспорт, 1991. – 344 с.
13. Мосты и сооружения на дорогах: учебник для вузов: в 2-х ч. Ч.2 / П.М. Саламахин, О.В. Воля, Н.П. Лукин и др. – М.: Транспорт, 1991. – 448 с.
14. Розрахунок і проектування мостів: навч. посібник: в 2-х т. Т.1 / О.Л. Закора, Д.М. Каплинський, М.М. Корнієв та ін.; за ред. А.І. Лантуха-Лященко. – К.: НТУ, 2007. – 336 с.
15. Приклади розрахунку та проектування балкових прогонових будов залізобетонних мостів: навчальний посібник / О.Ф. Яременко, В.Г. Кваша, Н.О. Яременко та ін.; за ред. О.Ф. Яременка. – Одеса: Астропринт, 2011. – 312 с.
16. Кожушко В.П. Расчет пролетных стропной балочных мостов разрезной системы / В.П. Кожушко // Соппротивление материалов и теория сооружений. – 1980. – Вып. 36. – С. 118–122.
17. Кожушко В.П. Моделювання прольотних будов мостів: монографія / В.П. Кожушко. – Х.: ХНАДУ, 2010. –196 с.

Рецензент: А.Г. Кислов, профессор, д.т.н., ХНАДУ.

Статья поступила в редакцию 29 февраля 2016 г.
