

УДК 62-932:62.532

ОЦЕНКА ЭНЕРГОЭФФЕКТИВНОСТИ ТРАЕКТОРИЙ РАБОЧЕГО ОБОРУДОВАНИЯ В ВИДЕ МАНИПУЛЯТОРА

А.Г. Гурко, доц., к.т.н.,
Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет

Аннотация. Повышение эффективности машин с рабочим оборудованием в виде манипуляторов связано с автоматизацией выполняемых ими рабочих процессов. Приведены результаты анализа энергетической эффективности траекторий, полученных наиболее распространенными методами: аппроксимацией кубическими сплайнами и линейными сегментами с параболическими сопряжениями.

Ключевые слова: рабочее оборудование, манипулятор, планирование траектории, затраты энергии.

ОЦІНКА ЕНЕРГОЕФЕКТИВНОСТІ ТРАЄКТОРІЙ РОБОЧОГО ОБЛАДНАННЯ У ВИГЛЯДІ МАНІПУЛЯТОРА

О.Г. Гурко, доц., к.т.н.,
Харківський національний автомобільно-дорожній університет

Анотація. Підвищення ефективності машин з робочим обладнанням у вигляді маніпуляторів пов'язане з автоматизацією виконуваних ними робочих процесів. Наведено результати аналізу енергетичної ефективності траєкторій, що одержані найбільш поширеними методами: апроксимацією кубічними сплайнами та лінійними сегментами з параболическими сполученнями.

Ключові слова: робоче обладнання, маніпулятор, планування траєкторії, витрати енергії.

EVALUATION OF ENERGY EFFICIENCY OF WORKING EQUIPMENT TRAJECTORIES IN THE FORM OF A MANIPULATOR

O. Gurko, Assoc. Prof., Cand. Sc. (Eng.),
Kharkiv National Automobile and Highway University

Abstract. Improving the efficiency of machines with working equipment in the form of manipulators is associated with the automation of working processes being carried out. The results of the analysis of trajectories energy efficiency obtained by the most common methods: cubic spline approximation and linear segments with parabolic conjugation.

Key words: working equipment, manipulator, trajectory planning, expenditure of energy.

Введение

В различных отраслях промышленности широко используются машины с рабочим оборудованием в виде манипулятора. К ним относятся экскаваторы, планировщики, лесные валочно-пакетирующие машины, автогидроподъемники и т.п. Для повышения эффективности использования указанных машин необходимо снижать энергетические затраты

на реализацию выполняемых ими рабочих операций. Этого, кроме всего прочего, можно добиться планированием траекторий рабочего оборудования, реализация которых требует минимальных затрат энергии.

Анализ публикаций

Под планированием траектории манипулятора понимается определение таких законов

изменения углов поворота или линейных перемещений звеньев при заданных ограничениях на их скорости и ускорения, которые бы обеспечили прохождение рабочего инструмента из начальной точки в конечную через некоторую последовательность контрольных точек [1–3]. При этом часто требуется поддерживать определенную ориентацию рабочего инструмента в контрольных точках. Например, при автоматическом копании экскаватором необходимо, чтобы угол резания сохранял постоянное значение, соответствующее наименьшей силе сопротивления резанию ($30^\circ \dots 50^\circ$) [4].

Начальная, конечная и промежуточные контрольные точки траектории могут быть заданы как в присоединенных, так и в декартовых координатах (в операционном пространстве). Использование декартовых координат предпочтительнее, поскольку в них легче задавать требуемое положение рабочего инструмента. Планирование же самой траектории удобнее осуществлять в присоединенных координатах.

В литературе [1–10] описано достаточно много методов планирования траекторий манипуляторов, обобщение которых позволяет выделить три следующих подхода:

- аппроксимация траекторий сплайнами n -го порядка (обычно $n = 3$ или $n = 5$);
- интерполяция траектории одним полиномом n -го порядка;
- использование сплайнов различного порядка. Наиболее распространены так называемые 4–3–4 траектории и линейные сегменты с параболическими сопряжениями (LSPB);
- применение методов оптимизации, в частности, метода динамического программирования [5, 7, 8].

Распространенный подход к построению траектории, переводящей манипулятор из положения $\mathbf{q}_0 \in \mathbb{R}^n$ в положение $\mathbf{q}_f \in \mathbb{R}^n$ через последовательность промежуточных точек \mathbf{q}_{vj} , $j \in \mathbb{R}^m$ за время $t \in [t_0, t_f]$ и удовлетворяющей условию гладкости, состоит в использовании кубических сплайнов (КС). Выше приняты следующие обозначения: \mathbf{q} – вектор присоединенных координат (углов поворота и/или линейных перемещений звеньев); n – число степеней свободы манипулятора; m – количество промежуточных точек. При использовании КС траектория разбива-

ется на $m + 1$ участков, для k -го из которых записываются полиномы

$$q_k(t) = a_{k3}t^3 + a_{k2}t^2 + a_{k1}t + a_{k0}, \quad (1)$$

$$\dot{q}_k(t) = 3a_{k3}t^2 + 2a_{k2}t + a_{k1}, \quad (2)$$

$$\ddot{q}_k(t) = 6a_{k3}t + 2a_{k2}, \quad (3)$$

где $t \in [0, t_k]$ – время, затрачиваемое на прохождение k -го участка траектории.

Для каждой k -й промежуточной точки предъявляются дополнительные условия непрерывности скорости и ускорения, т.е.

$$3a_{k3}t_k^2 + 2a_{k2}t_k + a_{k1} = a_{k+1,1}, \quad (4)$$

$$6a_{k3}t_k + 2a_{k2} = 2a_{k+1,2}. \quad (5)$$

В общем случае, при движении из начального положения в конечное с заданными скоростью и ускорением через m промежуточных точек образуются $4m + 4$ уравнения с $4m + 4$ неизвестными коэффициентами для $m + 1$ участков траектории.

Однако при использовании КС могут наблюдаться рывки при движении звеньев манипулятора [9, 10]. Это связано с тем, что полученные решения обеспечивают непрерывность по положению и скорости, но не гарантируют непрерывности ускорения между промежуточными точками. В связи с этим иногда для интерполяции участков траектории применяют полиномы более высоких порядков. Например, если в начале и в конце каждого k -го участка заданы не только ориентация и скорость, но и ускорение звена манипулятора, то используется полином пятого порядка (квинтик) [2]

$$q(t) = a_5t^5 + a_4t^4 + a_3t^3 + a_2t^2 + a_1t + a_0. \quad (6)$$

Производные первого и второго порядка от (6) также являются гладкими полиномами.

В [9] в качестве альтернативы кубическим сплайнам для синтеза траекторий в операционном пространстве через последовательность промежуточных точек предложено использовать один полином 4-го или 6-го порядка. Однако, как отмечает сам автор, применение полинома 4-го порядка приводит

к большим ускорениям звеньев и, соответственно, к рывкам при движении манипулятора. Синтез же траекторий при помощи полиномов 6-го порядка для большого числа промежуточных точек сопряжен с вычислительными трудностями.

В работе [11] предложен основанный на модифицированном методе наименьших квадратов алгоритм автоматического поиска степени n -го полинома, обеспечивающего получение сглаженной траектории через m промежуточных точек.

Еще один способ полиномиальной аппроксимации траектории заключается в использовании сплайнов различного порядка. При 4–3–4 подходе траектории присоединенных переменных между контрольными точками делятся на три участка: первый и последний описываются полиномами четвертого порядка, а средний – полиномом третьей степени [1]. Таким образом, для каждого участка траектории каждого звена с учетом граничных условий образуются 14 уравнений с 14 неизвестными коэффициентами. Однако с увеличением числа степеней свободы манипулятора растёт и количество неизвестных, расчёт которых в режиме реального времени может вызвать определённые вычислительные трудности. В этом случае применяют LSPB-подход [2].

Использование LSPB позволяет обеспечить трапецевидный закон изменения скорости. Для этого части траектории каждой присоединенной переменной также делятся на три участка; однако первый и последний описываются полиномами второго порядка, а средний, который соответствует постоянной скорости, – линейной функцией. Однако этот метод также приводит к большим ускорениям звеньев в моменты переключения скоростей.

Цель и постановка задачи

Использование указанных и иных методов планирования траекторий приводит к разным законам изменения присоединенных координат, реализация которых требует различных затрат энергии. Представляется целесообразным определять траекторию, оптимальную с точки зрения минимума энергетических затрат.

Целью данной работы является сравнительная оценка энергоэффективности траекторий, синтезированных двумя наиболее распространёнными методами: аппроксимацией кубическими сплайнами и линейными сегментами с параболическими сопряжениями в пространстве присоединенных координат.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- получить модель динамики гидравлического привода звеньев рабочего оборудования;
- построить модель динамики рабочего оборудования;
- определить критерий энергетической эффективности траектории;
- построить имитационные модели рабочего оборудования и провести вычислительные эксперименты по определению эффективности траекторий.

Модель динамики гидропривода

При получении модели динамики исполнительного гидропривода рабочего оборудования будем ориентироваться на привод, имеющий гидрораспределитель с электромагнитным управлением (рис. 1).

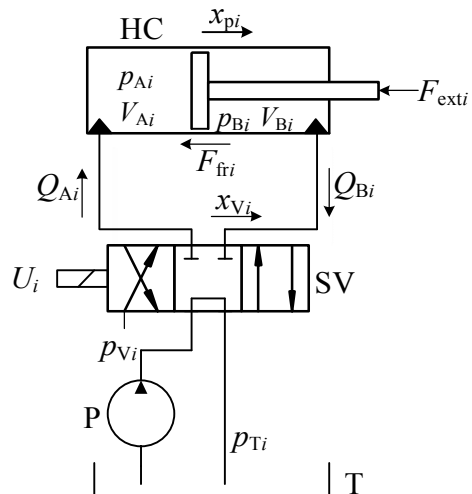


Рис. 1. Упрощенная схема объемного гидропривода i -го звена манипулятора

Электрическое напряжение U_i , подаваемое на электромагнит i -го гидрораспределителя SV ($i = \overline{1, n}$), приводит к перемещению его штока на значение x_{Vi} , что влечёт за собой изменение расходов Q_{Ai} и Q_{Bi} рабочей жидкости в бесштоковой и штоковой полостях гидроцилиндра соответственно. Приняв, что каждое звено манипулятора приводится в движение одним гидроцилиндром, запишем [12]

$$\mathbf{Q}_A = \mathbf{c}_V [\text{sg}(x_V) \text{sign}(\mathbf{p}_V - \mathbf{p}_A) \sqrt{|\mathbf{p}_V - \mathbf{p}_A|} - \text{sg}(-x_V) \text{sign}(\mathbf{p}_A - \mathbf{p}_T) \sqrt{|\mathbf{p}_A - \mathbf{p}_T|}], \quad (7)$$

$$\mathbf{Q}_B = \mathbf{c}_V [\text{sg}(x_V) \text{sign}(\mathbf{p}_B - \mathbf{p}_T) \sqrt{|\mathbf{p}_B - \mathbf{p}_T|} - \text{sg}(-x_V) \text{sign}(\mathbf{p}_V - \mathbf{p}_B) \sqrt{|\mathbf{p}_V - \mathbf{p}_B|}], \quad (8)$$

где

$\mathbf{Q}_A = [Q_{A1}, Q_{A2}, \dots, Q_{An}]^T$, $\mathbf{Q}_B = [Q_{B1}, Q_{B2}, \dots, Q_{Bn}]^T$ – векторы расходов рабочей жидкости в соответствующих полостях гидроцилиндров; $\mathbf{p}_A = [p_{A1}, p_{A2}, \dots, p_{An}]^T$, $\mathbf{p}_B = [p_{B1}, p_{B2}, \dots, p_{Bn}]^T$ – векторы давлений в соответствующих полостях гидроцилиндров; $\mathbf{p}_V = [p_{V1}, p_{V2}, \dots, p_{Vn}]^T$ – вектор давлений на входе гидрораспределителей; $\mathbf{p}_T = [p_{T1}, p_{T2}, \dots, p_{Tn}]^T$ – вектор давлений на выходе гидрораспределителей; $\mathbf{c}_V = \text{diag}\{c_{Vi}\}$ – матрица коэффициентов, зависящих от площади проходного сечения i -го золотника и плотности жидкости, $i = \overline{1, n}$; а также принято следующее обозначение

$$\text{sg}(x_V) = \begin{cases} x_V, & \text{при } x_V > 0, \\ 0, & \text{при } x_V \leq 0. \end{cases}$$

Изменения давлений в полостях гидроцилиндров определяются выражениями

$$\dot{\mathbf{p}}_A = \frac{\beta_e(\mathbf{p}_A)}{\mathbf{V}_A(\mathbf{x}_p)} \cdot \left(\mathbf{Q}_A - \mathbf{A}_A \frac{\partial \mathbf{x}_p}{\partial \mathbf{q}} - \mathbf{Q}_{\text{int}} \right), \quad (9)$$

$$\dot{\mathbf{p}}_B = \frac{\beta_e(\mathbf{p}_B)}{\mathbf{V}_B(\mathbf{x}_p)} \cdot \left(-\mathbf{Q}_B + \mathbf{A}_B \frac{\partial \mathbf{x}_p}{\partial \mathbf{q}} + \mathbf{Q}_{\text{int}} \right), \quad (10)$$

где

$$\mathbf{V}_A(x_p) = \mathbf{V}_{h,A} + (\mathbf{x}_{p0} + \mathbf{x}_p) \mathbf{A}_A, \quad (11)$$

$$\mathbf{V}_B(x_p) = \mathbf{V}_{h,B} + (\mathbf{x}_{p0} + \mathbf{x}_p) \mathbf{A}_B, \quad (12)$$

$\mathbf{V}_{h,A} = \text{diag}\{V_{h,Ai}\}$, $\mathbf{V}_{h,B} = \text{diag}\{V_{h,Bi}\}$ – матрицы, элементами которых являются объемы трубопроводов со стороны бесштоковой А и штоковой В полостей гидроцилиндров соответственно; $\beta_e = [\beta_{e1}, \beta_{e2}, \dots, \beta_{en}]^T$ – вектор приведенных модулей упругости рабочей жидкости; $\mathbf{x}_{p0} = \text{diag}\{x_{p0i}\}$ и $\mathbf{x}_p = \text{diag}\{x_{pi}\}$ – матрицы исходного и текущего положений

штоков i -х гидроцилиндров; $\mathbf{A}_A = \text{diag}\{A_{Ai}\}$, $\mathbf{A}_B = \text{diag}\{A_{Bi}\}$ – площади поршня i -го гидроцилиндра со стороны бесштоковой А и штоковой В полостей, $i = \overline{1, n}$; $\mathbf{Q}_{\text{int}} = [Q_{\text{int}1}, Q_{\text{int}2}, \dots, Q_{\text{int}n}]^T$ – внутренние утечки из одной полости i -го гидроцилиндра в другую; $\mathbf{q} = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T$ – присоединённые координаты манипулятора.

Результирующие силы $\mathbf{F}_p = [F_{p1}, F_{p2}, \dots, F_{pn}]^T$, действующие на шток гидроцилиндров, определяются как

$$\mathbf{F}_p = \mathbf{A}_A \mathbf{p}_A - \mathbf{A}_B \mathbf{p}_B - \mathbf{F}_{\text{fr}}(\dot{\mathbf{x}}_p) - \mathbf{F}_{\text{ext}}, \quad (13)$$

где $\mathbf{F}_{\text{fr}}(\dot{\mathbf{x}}_p) = [F_{\text{fr}1}, F_{\text{fr}2}, \dots, F_{\text{fr}n}]^T$ – вектор сил трения; $\mathbf{F}_{\text{ext}} = [F_{\text{ext}1}, F_{\text{ext}2}, \dots, F_{\text{ext}n}]^T$ – вектор внешних сил, действующих на штоки гидроцилиндров.

Модель динамики манипулятора

Динамика манипулятора с n степенями свободы может быть получена при помощи уравнения Лагранжа–Эйлера [1–3]

$$\frac{d}{dt} \cdot \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \tau_i, \quad i = \overline{1, n}, \quad (14)$$

где τ_i – обобщенная сила (момент), соответствующая обобщенным координатам q_i ; L – лагранжиан, который представляет собой разность полной кинетической K и полной потенциальной U энергий системы. В качестве обобщенных координат q_i в (14) удобно принять присоединенные переменные манипулятора.

Кинетическая энергия манипулятора определяется выражением

$$\mathcal{K} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{D}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}, \quad (15)$$

где

$$\mathbf{D}(\mathbf{q}) = \sum_{i=1}^n \left\{ m_i \mathbf{J}_{vi}^T \mathbf{J}_{vi} + \mathbf{J}_{oi}^T \mathbf{R}_i \mathbf{I}_i \left({}^0 \mathbf{R}_i \right)^T \mathbf{J}_{oi} \right\}, \quad (16)$$

где m_i – масса i -го звена манипулятора; \mathbf{I}_i – тензор инерции; \mathbf{J}_{vi} – матрица Якоби для

линейной скорости v центра масс i -го звена; $\mathbf{J}_{\omega i}$ – матрица Якоби для угловой скорости ω центра масс i -го звена; ${}^0\mathbf{R}_i$ – матрица поворота системы координат, связанной с i -м звеном, относительно исходной неподвижной системы координат.

Потенциальная энергия манипулятора может быть записана как

$$\mathcal{U} = -\sum_{i=1}^n m_i \mathbf{g}^T \mathbf{r}_{Ci}, \quad (17)$$

где \mathbf{g} – вектор ускорения силы тяжести в базовой системе координат; \mathbf{r}_{Ci} – радиус-вектор центра масс i -го звена относительно неподвижной системы координат.

Из матрицы $\mathbf{D}(\mathbf{q})$ в уравнении (16) можно получить символы Кристоффеля c_{ijk} [13]

$$c_{ijk} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{kj}}{\partial q_i} + \frac{\partial d_{ki}}{\partial q_j} - \frac{\partial d_{ij}}{\partial q_k} \right\}, \quad (18)$$

где $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, n}$, $k = \overline{1, n}$, а d – элементы матрицы $\mathbf{D}(\mathbf{q})$.

Из выражения для потенциальной энергии (17) найдем функцию

$$\mathbf{g}_k = \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial q_k}, \quad k = \overline{1, n}. \quad (19)$$

Тогда уравнения Лагранжа–Эйлера могут быть записаны как

$$\sum_{i=1}^n d_{kj}(q) \ddot{q}_j + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ijk}(q) \dot{q}_i \dot{q}_j + \mathbf{g}_k(q) = \tau_k. \quad (20)$$

Уравнение (20) удобно представить в матричном виде. С учётом уравнения (13) для гидропривода получим

$$\mathbf{D}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \frac{\partial \mathbf{x}_p}{\partial \mathbf{q}} (\mathbf{A}_A \mathbf{p}_A - \mathbf{A}_B \mathbf{p}_B - \mathbf{F}_{fr}(\dot{\mathbf{x}}_p) - \mathbf{F}_{ext}), \quad (21)$$

где $\mathbf{D}(\mathbf{q}) = [d_{ij}] \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = [c_{ij}] \in \mathbb{R}^{n \times n}$,

$\mathbf{G}(\mathbf{q}) = [g_i]^T \in \mathbb{R}^n$.

Определение эффективности траекторий

В качестве примера будем рассматривать машину с рабочим оборудованием в виде манипулятора с вращательным движением звеньев. В этом случае затраты энергии на реализацию движения манипулятора машины можно оценить в виде выполненной работы, которая при повороте звеньев вокруг оси на угол q_i определяется выражением

$$A = \sum_{i=1}^n \int_{q_0}^q \tau_i dq_i. \quad (22)$$

Оценка энергоэффективности траекторий выполнена путём проведения вычислительных экспериментов. Планирование траекторий производилось для стрелы и рукояти экскаватора 3-й размерной группы со следующими значениями параметров (табл. 1) [14].

Таблица 1 Параметры манипулятора экскаватора

| Звено | Масса, m_i [кг] | Момент инерции, I_i [кг·м ²] | Длина, l_i [м] |
|---------|-------------------|--|------------------|
| Стрела | 1566 | 14250,6 | 5,16 |
| Рукоять | 735 | 727,7 | 2,59 |

Динамика манипулятора экскаватора моделировалась уравнением (21), при этом силами трения и внешними силами пренебрегали. Исходное положение манипулятора в операционном пространстве определялось координатами $x(0) = 6,71$ м, $z(0) = 1,29$ м (точка I на рис. 2), что соответствует обобщенным координатам $\mathbf{q}(0) = [30, -60]^T$ градусов.

Требуемое конечное положение манипулятора $x(t_f) = 4,70$ м, $z(t_f) = 2,98$ м при $\mathbf{q}(t_f) = [60, -95]^T$ градусов (точка F на рис. 2).

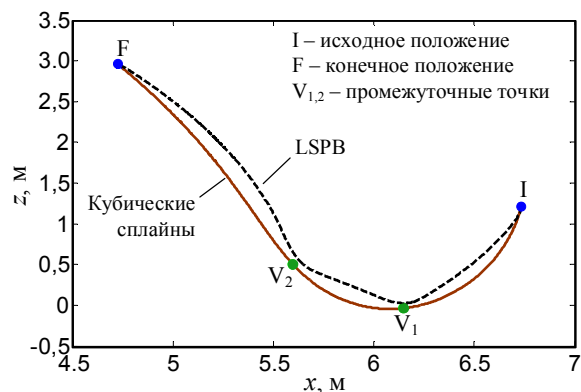


Рис. 2. Траектории манипулятора экскаватора

Траектория должна пройти через промежуточные точки V_1 и V_2 с координатами $x_{v1} = 6,15$ м, $z_{v1} = 0$ м и $x_{v2} = 5,60$ м, $z_{v2} = 0,50$ м соответственно. Время прохода участков траектории: $t_1 = 2$ с, $t_2 = 1$ с и $t_3 = 2$ с для 1-го, 2-го и 3-го участков траектории соответственно. Максимально допустимое угловое ускорение – $0,5$ рад/с².

Траектории обобщенных координат $q_1(t)$ и $q_2(t)$ приведены на рис. 3. Из рис. 2 и рис. 3 видно, что метод LSPB не обеспечивает точного прохождения траекторий через заданные промежуточные точки.

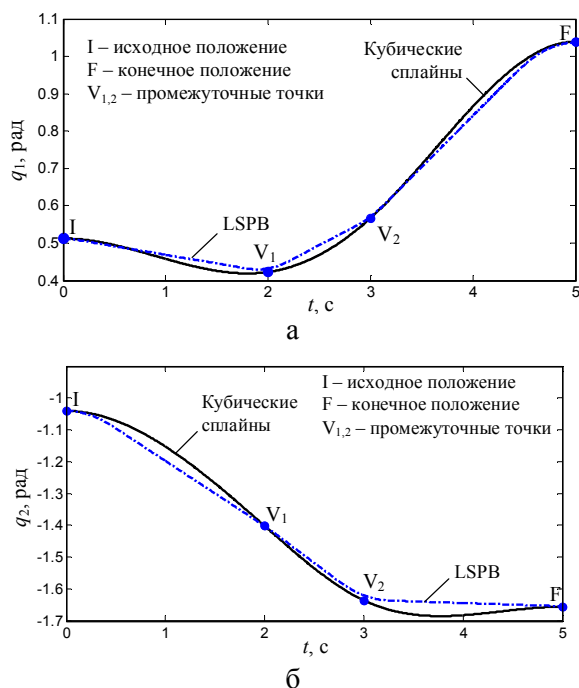


Рис. 3. Траектории обобщенных координат стрелы (а) и рукояти (б), полученные различными методами

Значения работы, выполняемой при перемещении рабочего оборудования по полученным траекториям, определялись при помощи выражения (22) и отображены на рис. 4.

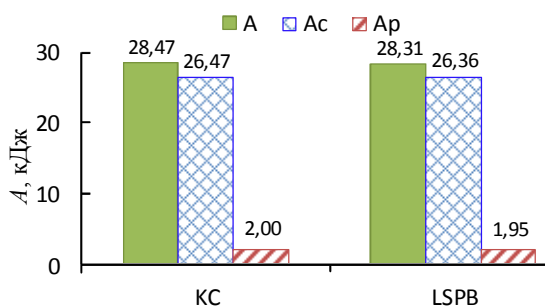


Рис. 4. Работа, выполняемая при перемещении: стрелы A_c , рукояти A_p , и полная работа A

Как видно из рис. 4, значения работ для полученных разными методами траекторий отличаются незначительно (на 0,56%): 28,47 кДж – для траектории, определенной при помощи КС, и 28,31 кДж – для траектории, построенной с использованием LSPB.

Однако экономия энергии за рабочую смену уже является существенной. Поэтому, с точки зрения энергетических затрат, при планировании траекторий рабочего оборудования машин более рационально использовать LSPB.

Выводы

Разработка и внедрение систем автоматического управления рабочим процессом машин с рабочим оборудованием в виде манипуляторов является наиболее перспективным путем их совершенствования. Одной из задач, решаемых указанными системами, является синтез наиболее эффективных траекторий рабочего оборудования.

В статье выполнен анализ энергоэффективности траекторий, полученных при помощи кубических сплайнов и LSPB. В качестве критерия принято количество работы, выполняемой при движении рабочего оборудования по полученным траекториям. Результаты анализа показывают, что траектории, определённые с использованием LSPB, являются более эффективными, с точки зрения энергетических затрат. Кроме того, этот метод планирования траектории позволяет обеспечить высокое быстродействие системы. Его недостатком является относительно высокая вычислительная сложность, а также рывки и вибрации в силу прямоугольного профиля ускорений. Это негативно сказывается как на качестве отработки траектории, так и на надёжности машины, а также приводит к дополнительному расходу энергии приводом. В связи с этим необходима разработка новых методов планирования траекторий рабочего оборудования машин, оптимальных с точки зрения энергетических затрат и в то же время обеспечивающих плавность его движения.

Литература

1. Фу К. Робототехника / К. Фу, Р. Гонсалес, К. Ли; пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 624 с.

2. Spong M.W. Robot modeling and control / M.W. Spong, S. Hutchinson, M. Vidyasagar. – New York: Wiley, 2006. – 420 p.
3. Craig J.J. Introduction to Robotics: Mechanics and Control / J.J. Craig. – Pearson Prentice Hall, 2005. – 406 p.
4. Акинфиев А.А. Создание системы управления операциями копания для одноковшового гидравлического экскаватора с целью повышения эффективности его работы: дисс. ... канд. техн. наук: 05.05.04 / А.А. Акинфиев. – М.: 1983. – 236 с.
5. Гурко А.Г. Решение обратной задачи кинематики плоского шарнирного избыточного манипулятора. / А.Г. Гурко, И.В. Янчевский // Механіка та машинобудування. – 2014. – №1. – 136–147.
6. Ata A.A. Optimal trajectory planning of manipulators: a review / A.A. Ata // Journal of Engineering Science and Technology. – 2007. – Vol. 2, No 1. – P. 32–54.
7. Field G. Iterative dynamic programming: an approach to minimum energy trajectory planning for robotic manipulators / G. Field, Y. Stepanenko // Proceeding on IEEE International Conference on Robotics and Automation. – 1996. – Vol. 3. – P. 2755–2760.
8. Chou L.S. Geometric work of manipulators and path planning based on minimum energy consumption / L.S. Chou, S.M. Song // Journal of Mechanical Design. – 1992. – Vol. 114, No 3. – P. 414–421.
9. Williams R.L. Simplified Robotics Joint-Space Trajectory Generation with a via Point Using a Single Polynomial / R.L. Williams [Electronic Source] // Journal of Robotics. – 2013. – 6 p.
10. Zhang K. Cubic spline trajectory generation with axis jerk and tracking error constraints / K. Zhang, J.X. Guo, X.S. Gao // International Journal of Precision Engineering and Manufacturing. – 2013. – Vol. 14, No. 7. – P. 1141–1146.
11. Горитов А.Н. Сглаживание траектории перемещения рабочего органа роботаманипулятора / А.Н. Горитов, С.М. Алфёров // Известия Томского политехнического университета. – 2006. – Т. 309, № 8. – С. 176–179.
12. Jelali M. Hydraulic servo-systems: modeling, identification and control / M. Jelali, A. Kroll. – London: Springer, 2003. – 380 p.
13. Позняк Э.Г. Дифференциальная геометрия: первое знакомство. / Э.Г. Позняк, Е.В. Шикин. – М.: Изд-во МГУ, 1990. – 384 с.
14. Koivo A.J. Modeling and Control of Excavator Dynamics During Digging Operation / A.J. Koivo, M. Thoma, E. Kocaoglan, J. Andrade-Cetto // Journal of Aerospace Engineering. – 1996. – Vol. 9, No 1. – P. 10–18.

Рецензент: А.В. Полярус, профессор, д.т.н., ХНАДУ.

Статья поступила в редакцию 29 апреля 2016 г.
