

УДК 621.878

## АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ АВТОГРЕЙДЕРА ВО ВРЕМЯ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОЧИХ ОПЕРАЦИЙ

В.А. Шевченко, доц., к.т.н., А.М. Чаплыгина, асп.,  
Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет

*Аннотация.* Большая часть рабочих операций, выполняемых автогрейдером, сопровождаются действием внецентренно приложенных горизонтальных сил сопротивления совместно с дополнительными боковыми усилиями, которые влияют на показатели курсовой устойчивости машины, приводя к отклонению ее реальной траектории движения от планируемой. Обоснована и разработана математическая модель движения автогрейдера, позволяющая определять показатели курсовой устойчивости в аналитическом виде.

*Ключевые слова:* землеройно-транспортная машина (ЗТМ), курсовая устойчивость, траектория движения, автогрейдер, боковое смещение, математическая модель.

## АНАЛІТИЧНА МОДЕЛЬ РУХУ АВТОГРЕЙДЕРА ПІД ЧАС ВИКОНАННЯ РОБОЧИХ ОПЕРАЦІЙ

В.О. Шевченко, доц., к.т.н., О.М. Чаплигіна, асп.,  
Харківський національний автомобільно-дорожній університет

*Анотація.* Велика частина робочих операцій, що виконуються автогрейдером, супроводжуються дією позациентрово прикладених горизонтальних сил опору спільно з додатковими бічними зусиллями, які впливають на показники курсової стійкості машини, приводячи до відхилення її реальної траєкторії руху від планованої. Обґрунтовано і розроблено математичну модель руху автогрейдера, яка дозволяє визначати показники курсової стійкості в аналітичному вигляді.

*Ключові слова:* землерійно-транспортна машина (ЗТМ), курсова стійкість, траєкторія руху, автогрейдер, бічний зсув, математична модель.

## ANALYTICAL MODEL OF MOTOR-GRADER MOVEMENT IN THE WORKING OPERATION PROCESS

V. Shevchenko, Assoc. Prof., Cand. Sc. (Eng.),  
A. Chaplygina, P.G.,  
Kharkiv National Automobile and Highway University

*Abstract.* Most of working operations performed by a motor-grader are accompanied by the action of eccentrically applied horizontal resistant forces with additional side efforts which influence the indexes of the machine road-holding ability causing the deviation of its actual mechanical trajectory from the planned one. The mathematical model of the grader movement allowing to define the indexes of road-holding ability analytically has been grounded and developed.

*Key words:* earth mover, loading, road-holding ability, mechanical trajectory, motor-grader, side deviation, mathematical model.

### Введение

Вопросам обеспечения курсовой устойчивости машин во время движения посвящена значительная часть научных исследований

специалистов, работающих в области транспортного, сельскохозяйственного и землеройного машиностроения. Специфика выполнения технологических операций различными типами машин приводит к необ-

ходимости составления и анализа нестандартных математических моделей движения этих машин.

**Анализ публикаций**

Характерной расчетной ситуацией потери курсовой устойчивости для транспортных машин является их движение на повороте. В этом случае причиной ухода машины с первоначальной траектории движения являются боковые силы инерции, зависящие от массы машины, скорости и радиуса поворота.

Физические процессы, которые рассматривают исследователи, – увод машины за счет деформации эластичных колес и боковое скольжение движителей.

Примером исследования явления увода автомобиля может служить работа [1]. Анализ динамической модели движения транспортного средства (рис.1) позволил авторам в качестве критерия устойчивости рассматривать коэффициент увода

$$K_{уст} = \frac{b}{a} \cdot \frac{R_{\delta 1}}{R_{\delta 2}}, \quad (1)$$

где  $a, b$  – координаты проекции центра масс автомобиля на горизонтальную плоскость;  $R_{\delta 1}, R_{\delta 2}$  – боковые реакции дороги на колесах передней и задней осей.

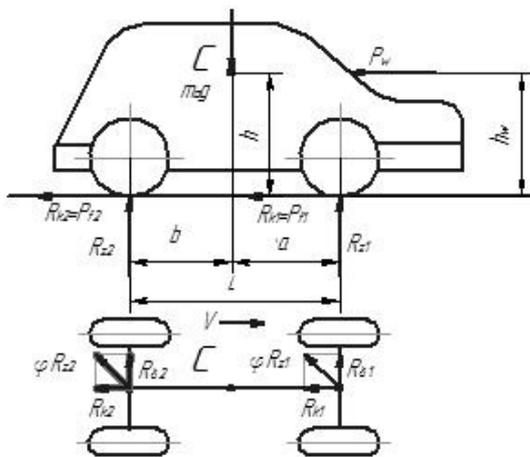


Рис. 1. Динамическая схема движения машины на повороте

В работе [2] исследован процесс потери курсовой устойчивости автомобиля, связанный с явлением бокового скольжения колес (рис. 2).

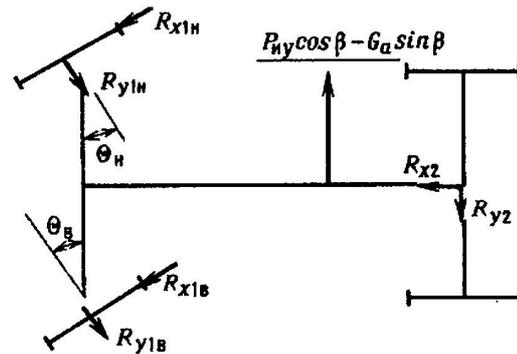


Рис. 2. Динамическая схема автомобиля при действии боковых сил

Условия, при которых возникает боковое скольжение колес, определяется уравнением равновесия внешних поперечных сил и реакции дороги

$$P_{ny} \cdot \cos \beta - G_a \cdot \sin \beta = \sum R_y, \quad (2)$$

где  $\sum R_y = \sum R_{yв} + \sum R_{yн}$  – сумма проекций на поперечную ось реакций, действующих на колёса. В качестве критерия курсовой устойчивости используется коэффициент поперечной устойчивости автомобиля

$$\eta_{пу} = \frac{B}{2h_g}, \quad (3)$$

где  $B$  – колея автомобиля;  $h_g$  – плечо от положения центра тяжести в вертикальной плоскости.

Для сельскохозяйственных машин причиной потери курсовой устойчивости в процессе выполнения рабочих операций чаще всего являются дополнительные боковые составляющие весовой нагрузки, возникающие при перемещении по опорным поверхностям с поперечным уклоном. Кроме того, ввиду специфической конструкции рабочих органов при выполнении технологических операций возможно появление боковых составляющих сил рабочего сопротивления.

Для анализа траектории перемещения машин исследователи предлагают анализировать динамические модели их плоского движения. Поскольку сельскохозяйственные орудия присоединяются к базовым тягачам шарнирно, да и сами тягачи могут быть шарнирно-сочлененными агрегатами, особое внимание в наших исследованиях уделяется много-



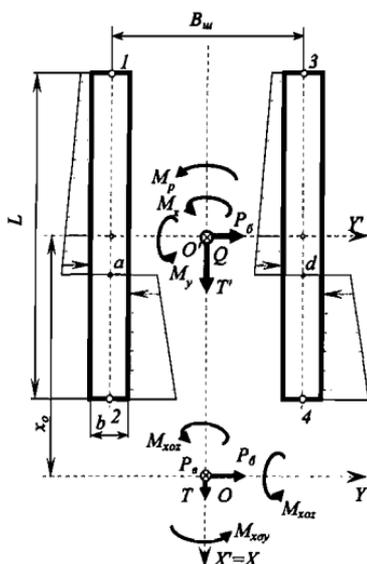


Рис. 4. Расчетная схема землеройной машины с подвижным роторным рабочим органом

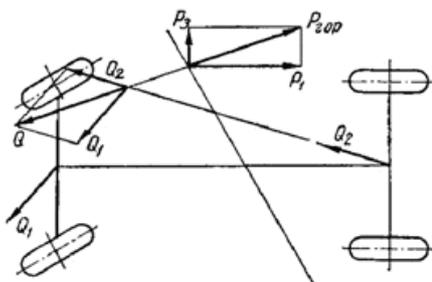


Рис. 5. Расчетная схема автогрейдера

Курсовую устойчивость при этом рекомендуют характеризовать коэффициентом, зависящим от величины опорных реакций на ведущем и ведомом мостах.

$$k_x = \frac{P_1}{P_{1\max}}, \quad (7)$$

где  $P_1$  – предельная составляющая реакции грунта на нож, при которой еще не теряется устойчивость хода при данном положении центра тяжести машины;  $P_{1\max}$  – предельная составляющая реакции грунта на ноже, при которой еще не теряется устойчивость хода при невыгоднейшем положении центра тяжести машины.

Подводя итог по выполненному обзору, можно сделать следующие выводы:

1. Дестабилизирующими факторами, влияющими на курсовую устойчивость ЗТМ, явля-

ются движения машины по первоначальной криволинейной траектории, работа на площадках с поперечным уклоном, динамическое воздействие со стороны активного рабочего органа, координаты приложения и направления главного вектора сопротивлений на рабочем органе.

2. Курсовая устойчивость оценивается, как правило, с помощью коэффициентов устойчивости движения, которые определяются как отношение удерживающих усилий к разворачивающим. Схемы нагружения представляются в статическом виде.

Данный подход позволяет выполнять первичную экспресс-оценку показателей ЗТМ, однако он не учитывает тот факт, что для машин с отвальным и ковшовым рабочими органами значения и положение главного вектора внешних сопротивлений изменяется по мере перемещения машины. Анализ показателей курсовой устойчивости в данном случае, по нашему мнению, должен опираться на анализ формы траектории движения машины. Выполнить подобные действия можно только исследовав динамическую модель движения ЗТМ в процессе выполнения рабочей операции копания грунта.

### Цель и постановка задачи

Целью статьи является разработка и анализ динамической модели движения автогрейдера в процессе копания грунта при наиболее невыгодной схеме приложения внешних сопротивлений со стороны разрабатываемой среды.

### Разработка математической модели плоского движения твердого тела

В процессе обоснования и разработки динамической схемы автогрейдера были учтены следующие объективные факторы:

1. Во время выполнения рабочих операций, связанных с копанием грунта, автогрейдер перемещается на пониженных передачах. Рекомендованные скорости движения находятся в пределах 0,8÷1,2 м/с. Кроме того, в ситуациях, когда не регистрируется резкое стопорение машины за счет защемления отвала, при невысоких рабочих скоростях можно пренебречь перераспределением сцепного веса между осями автогрейдера.

Это позволяет на начальном этапе исследования не рассматривать динамическую схему движения машины в вертикальной плоскости и ограничиться только горизонтальной.

2. На ЗТМ устанавливаются колеса с многослойными (до 18 слоев) жесткими протекторами. В связи с этим колеса незначительно деформируются в поперечном направлении, что не вызывает явления «увода» колеса, типичное для машин с эластичными шинами. Данный факт позволяет рассматривать пневматики как жесткие элементы в поперечной плоскости движения машины.

3. Параметры курсовой устойчивости описывают перемещением машины на большие расстояния (от нескольких метров до нескольких десятков метров). Именно поэтому упругими деформациями привода управления, рабочего оборудования и несущей металлоконструкции пренебрегаем, ввиду их незначительности по сравнению с общим перемещением всей машины.

4. Современные автогрейдеры являются энергонасыщенными машинами, поскольку они оборудованы ДВС с избыточной мощностью. При выполнении рабочих операций копания грунта, когда скорости движения машины малы, а приведенная масса вращающихся элементов трансмиссии и маховика двигателя в десятки и сотни раз превышает массу самого автогрейдера, с изменением величины внешних сопротивлений число оборотов вала двигателя меняется незначительно. В экспериментах зафиксировано снижение числа оборотов коленчатого вала не более чем на 5 %, что незначительно. В расчетах считаем, что оно остается постоянным [8].

Все выше перечисленные аспекты позволяют перейти к разработке динамической схемы автогрейдера для операции копания грунта. Поскольку эксперименты показали, что наибольшее влияние на показатели курсовой устойчивости оказывают абсолютные значения, направление и координаты приложения главного вектора внешних сопротивлений [9], в динамической модели рассматривается наихудшая, с точки зрения курсовой устойчивости, ситуация, когда копание выполняется краем отвала. В этом случае отвал перекошен в вертикальной плоскости, часть призмы срезанного грунта формируется и

размещается перед отвалом, а часть уходит под отвал с противоположной стороны.

С учетом рассмотренных ранее упрощений динамическая схема автогрейдера будет иметь вид, представленный на рис. 6. Перемещение машины происходит относительно неподвижной инерциальной системы координат  $xOy$ . Анализ траектории движения машины в этой системе координат позволяет определить основные показатели курсовой устойчивости автогрейдера: боковое смещение и угол поворота относительно продольной оси [10].

В процессе выполнения рабочей операции копания ведущие колеса развивают тяговые усилия  $T_1$  и  $T_2$ . Данная схема приложения сил справедлива для автогрейдеров с наиболее распространенной колесной формулой  $1 \times 2 \times 3$ . Силы сопротивления перекатыванию равны соответственно  $W_{f1}$  и  $W_{f2}$  – на бортах балансирной тележки и  $W_{fn}$  – на передней оси. Главный вектор сопротивления копанию грунта представлен двумя составляющими:  $R_r$  – продольной составляющей и  $R_b$  – боковой составляющей. Оба этих усилия вызывают появление нагрузок, поперечного сопротивления и крутящего момента, способных дестабилизировать траекторию движения автогрейдера. В зонах контакта движителей с опорной поверхностью действуют силы бокового сопротивления смещению –  $P_{b1}$ ,  $P_{b2}$  и  $P_{bn}$ , величина которых определяется сцеплением колес с грунтом.

На основании уравнений Лагранжа движение автогрейдера может быть описано следующей системой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} m\ddot{x}_1 = T_1 + T_2 - m\dot{y}_1\dot{\phi} - W_{f1} - W_{f2} - \\ - W_{fn} - R_r \\ m\ddot{y}_1 = m\dot{x}_1\dot{\phi} + R_b + P_{b1} + P_{b2} - P_{bn} \\ I\ddot{\phi} = (T_2 - T_1)\frac{l_6}{2} + (W_{f1} - W_{f2})\frac{l_6}{2} - \\ - (P_{b1} + P_{b2})l_1 + R_b l_2 + R_r l_3 - P_{bn} l_4. \end{cases} \quad (8)$$

В приведенной математической модели  $m$  – масса автогрейдера,  $I$  – момент инерции автогрейдера относительно его центра масс.

Для построения траектории движения автогрейдера в инерциальной (неподвижной) си-

стеме координат  $xOy$  необходимо решить систему дифференциальных уравнений [11].

$$\begin{cases} \dot{x} = \dot{x}_1 \sin \varphi - \dot{y}_1 \cos \varphi \\ \dot{y} = \dot{x}_1 \cos \varphi - \dot{y}_1 \sin \varphi. \end{cases} \quad (9)$$

Тяговые усилия на ведущих колесах зависят от величины опорных реакций, теоретической ( $\dot{x}_{1T}$ ) и действительной ( $\dot{x}$ ) скоростей движения машины, типа ходового оборудо-

вания и характеристик опорной поверхности [12]

$$\delta = \frac{\dot{x}_{1T} - \dot{x}}{\dot{x}_{1T}} = A \frac{T}{N} + \frac{(1 - A \varphi_{\text{сц}})}{\varphi_{\text{сц}}^m} \left( \frac{T}{N} \right)^m, \quad (10)$$

где  $A$  – эмпирический коэффициент;  $\varphi_{\text{сц}}$  – коэффициент сцепления колеса с опорной поверхностью;  $N$  – опорная реакция на ведущем колесе;  $m$  – показатель степени, определяемый экспериментальным путем.

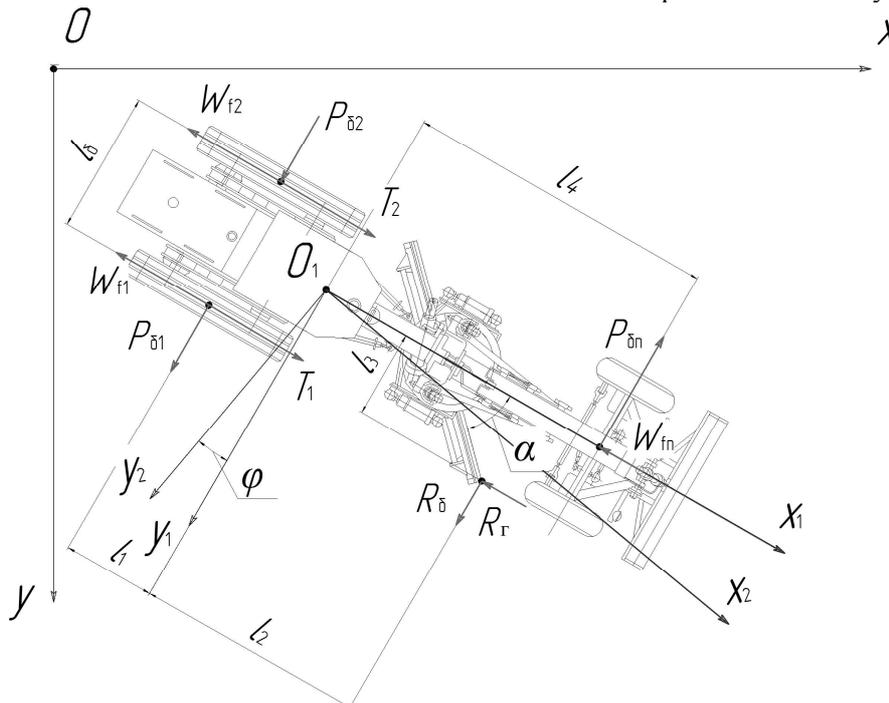


Рис. 6. Динамическая схема автогрейдера

Данное уравнение не может быть разрешено в явном виде относительно тягового усилия  $T$ . Конструктивной особенностью подавляющего большинства современных автогрейдеров является использование в трансмиссии гидротрансформаторов. Проведенные на базе ХНАДУ эксперименты на автогрейдере ДЗК-251 показали, что при такой компоновке трансмиссии даже в ситуациях, когда отвал блокируется в грунте, число оборотов двигателя уменьшается не более чем на 4,6 %. Мощности двигателя хватает, чтобы вывести ведущие движители в режим полного буксования. В любом случае, с целью упрощения расчетов при определении коэффициента буксования, можно считать, что скорость колечатого вала будет постоянной при переменных внешних сопротивлениях.

Учитывая характеристику совместной работы двигателя и гидромеханической транс-

миссии и принятые упрощения, зависимость (10) может быть аппроксимирована и приведена к виду [8]

$$\begin{aligned} T_1(\dot{x}_1) &= N_1 \varphi_{\text{сц}} [1 - a \dot{x}_1 - b \dot{x}_1^5], \\ T_2(\dot{x}_1) &= N_2 \varphi_{\text{сц}} [1 - a \dot{x}_1 - b \dot{x}_1^5], \end{aligned} \quad (11)$$

где  $a$  и  $b$  – аппроксимирующие коэффициенты;  $N_1$  и  $N_2$  – опорные реакции на соответствующих ведущих бортах.

Силы сопротивления перекачиванию зависят от величины опорных реакций на колесах автогрейдера и типа опорной поверхности. В общем виде они могут быть рассчитаны по формуле

$$\begin{aligned} W_{f1} &= N_1 f, \\ W_{f2} &= N_2 f, \\ W_{fn} &= N_n f. \end{aligned} \quad (12)$$

Силы бокового сопротивления выполняют роль удерживающих связей. Предельное значение этих усилий можно определить с помощью зависимости:

$$P_{\phi} = N \phi_{\text{сц.б}}, \quad (13)$$

где  $\phi_{\text{сц.б}}$  – коэффициент сцепления колеса с опорной поверхностью в боковом направлении по отношению к направлению качения.

Если обозначить суммарные боковые активные силы, действующие на опорные пневматики, соответственно  $\sum F_1, \sum F_2, \sum F_n$ , то в аналитической форме можно записать, что

$$\begin{aligned} P_{\phi 1} &= \begin{cases} \sum F_1, & \text{если } \sum F_1 \leq N_1 \phi_{\text{сц.б}} \\ N_1 \phi_{\text{сц.б}}, & \text{если } \sum F_1 \gg N_1 \phi_{\text{сц.б}} \end{cases}, \\ P_{\phi 2} &= \begin{cases} \sum F_2, & \text{если } \sum F_2 \leq N_2 \phi_{\text{сц.б}} \\ N_2 \phi_{\text{сц.б}}, & \text{если } \sum F_2 \gg N_2 \phi_{\text{сц.б}} \end{cases}, \\ P_{\phi n} &= \begin{cases} \sum F_n, & \text{если } \sum F_n \leq N_n \phi_{\text{сц.б}} \\ N_n \phi_{\text{сц.б}}, & \text{если } \sum F_n \gg N_n \phi_{\text{сц.б}} \end{cases}. \end{aligned} \quad (14)$$

Горизонтальная и боковая составляющие сопротивления копанью зависят не только от параметров рабочего оборудования автогрейдера и характеристик разрабатываемой среды, но и от вида и способа выполнения рабочей операции. В общем случае горизонтальная составляющая является функцией перемещения автогрейдера вдоль оси  $x$ , и для различных рабочих ситуаций может быть выражена через зависимости, приведенные в табл. 1.

Таблица 1 Горизонтальная составляющая при выполнении различных операций

Рабочая операция	Графическая интерпретация	Аналитическая зависимость
Интенсивное заглубление отвала		$R_x = x_1 - b_1 x_1 + c_1 x_1^2$
Копание из приямка		<p>На этапе формирования призмы грунта:</p> $R_x = R_0 - b_1 x_1 + c_1 x_1^2$ <p>На этапе установившегося движения (призма не увеличивается):</p> $R_x = W_p + W_{\text{пр}} + W_o + W_b$

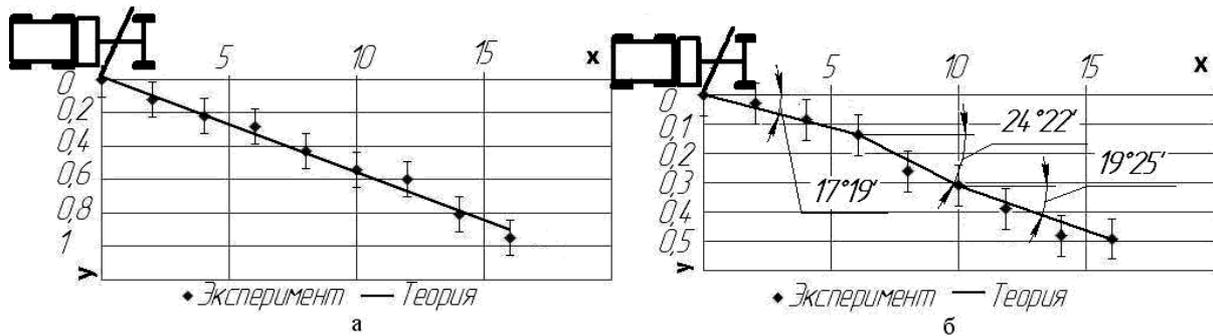


Рис. 7. Траектория движения автогрейдера в процессе копания грунта из приямка: а – разворот машины происходит в начальный момент копания; б – разворот машины происходит несколько раз на всей дистанции копания

В зависимостях, приведенных в табл. 1, использованы следующие буквенные обозначения:  $R_0 = W_p$  – сопротивление грунта резанию;  $W_0$  – сопротивление перемещению грунта вверх по отвалу;  $W_{np}$  – сопротивление перемещению призмы грунта перед отвалом;  $W_b$  – сопротивление перемещению грунта вдоль отвала.

На основании известных закономерностей

$$\begin{aligned} W_p &= Fk, \\ W_{np} &= V_{np} \frac{\delta_{гр}}{k_p} g\mu_1, \\ W_0 &= V_{np} \frac{\delta_{гр}}{k_p} g\mu_1\mu_2 \cos^2\beta, \\ W_b &= V_{np} \frac{\delta_{гр}}{k_p} g\mu_1 \sin\alpha, \end{aligned} \quad (15)$$

где  $F$  – площадь срезаемой стружки;  $k$  – удельный коэффициент сопротивления грунта резанию;  $\delta_{гр}$  – плотность грунта в естественном залегании;  $k_p$  – коэффициент разрыхления грунта;  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$  – ускорение свободного падения;  $\mu_1, \mu_2$  – соответственно коэффициенты внутреннего и внешнего трения грунта;  $\beta$  – угол резания;  $\alpha$  – угол захвата.

Боковая составляющая сопротивления копанию грунта

$$R_0 = R_1 \sin\beta. \quad (16)$$

Совместное решение уравнений (8) и (9) было выполнено численным методом Рунге–Кутты с переменным шагом [13]. Результаты аналитического расчета и экспериментальные данные, полученные в результате проведения опытов на автогрейдере ДЗК-251, представлены на рис. 7.

Экспериментальные данные, а также результаты расчета показывают, что в результате действия дестабилизирующих факторов реальная траектория движения автогрейдера отклоняется от планируемой прямолинейной. В случае, представленном на рис. 7, а, разворот машины происходит в начальный момент копания. Поскольку копание выполнено из приямка, то данный момент соответствует разовому воздействию динамических нагрузок, после чего машина устойчиво движется по прямолинейной траектории. В исследуемой машине подобные ситуации зафиксированы для начальных скоростей движения машины – 0,66–1,21 м/с, выноса отвала в сторону – 0–0,7 м, углов захвата – 0–6 град., глубины резания – 0,03–0,06 м. С ростом значений сил сопротивления копанию, что определялось увеличением глубины резания до 0,15 м, внешний вид траектории движения машины резко изменяется (рис. 7, б). Траектория состоит из прямолинейных участков, причем в точках стыков этих участков происходит разворот машины на месте за счет бокового скольжения пневматиков. С физической точки зрения это явление может быть объяснено следующим образом. По мере копания грунта перед отвалом формируется призма грунта, что приводит к увеличению сил сопротивления; когда эти силы достигают предельного значения, машина прекращает прямолинейное движение, ведущие колеса переходят в режим полного буксования и происходит боковое смещение кормовой ча-

сти автогрейдера. По мере поворота машины часть призмы грунта уходит под отвал и общее значение сил сопротивления прямолинейному перемещению уменьшается, что позволяет машине продолжить дальнейшее движение и копанье грунта. Теоретические расчетные траектории движения удовлетворительно совпадают с экспериментальными данными (рис. 7).

### Вывод

Проведенные исследования показали, что решающее влияние на показатели курсовой устойчивости автогрейдера оказывают геометрические параметры рабочего процесса, определяющие положение рабочего органа в пространстве при выполнении операций копания грунта. Формирование траектории движения машины определяется как действием динамических нагрузок на отвале, так и воздействием переменной по пути силы сопротивления копанью. Предложенная динамическая модель автогрейдера позволяет учесть перечисленные факторы и дает удовлетворительное совпадение теоретических и экспериментальных данных.

### Литература

1. Устойчивость колесных машин при заносе и способы ее повышения / М.А. Подригало, В.П. Волков, М.В. Доброгорский, В.Ю. Степанов. – Х.: ХНАДУ, 2006. – 336 с.
2. Литвинов А.С. Автомобиль: Теория эксплуатационных свойств: учебник для вузов / А.С. Литвинов, Я.Е. Фаробин. – М.: Машиностроение, 1989. – 240 с.
3. Толстолуцкий В. А. Методология моделирования функционирования многоэлементных мобильных машин на плоской горизонтальной поверхности / В.А. Толстолуцкий, Р.В. Антощенко // Молодой ученый. – 2013. – №11. – С. 186 – 191.
4. Донцов И.Е. Повышение курсовой устойчивости машинно-тракторного агрегата с фронтальным орудием (ФМТА) / И.Е. Донцов // Вестник КрасГАУ. – 2008. – № 2. – С. 209–215.
5. Коваль А.Б. Визначення умов забезпечення курсової стійкості універсальних землерийних машин: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук : спец. 05.05.04 «Машини для земляних, дорожніх і лісотехнічних робіт» / А.Б. Коваль. – Дніпропетровськ, 2014. – 21 с.
6. Дорожные машины. Машины для земляных работ / Т.В. Алексеева, К.А. Артемьев, А.А. Бромберг и др. – изд. 3-е, перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1972. – 504с.
7. Севров К.П. Автогрейдеры. Конструкции, теория, расчет / К.П. Севров, Б.В. Горячко, А.А. Покровский. – М.: Машиностроение, 1970. – С. 95–121.
8. Воронович А.В. Совершенствование автогрейдеров массой 15...16 т комплектацией энергосиловыми модулями повышенной надежности: дис. ... кандидата технических наук: 05.05.04 / Воронович Андрей Викторович. – Х., 2007. – 244 с.
9. Chaplygina O. Methods to determine measures providing a motor-grader road-holding ability / O. Chaplygina // Machines, Technologies, Materials. – 2015. – № 12. – P. 78–83.
10. Чаплыгина А.М. Экспериментальная оценка показателей курсовой устойчивости автогрейдера / А.М. Чаплыгина // Вестник НУВГП. – 2015. – № 2(70). – С. 342–353.
11. Бутенин Н.В. Курс теоретической механики / Н.В. Бутенин, Я.Л. Лунц, Д.Р. Меркин. – М.: Наука, 1979. – Т.1. – 544 с.
12. Ульянов Н.А. Колесные движители строительных и дорожных машин. Теория и расчет / Н.А. Ульянов. – М.: Машиностроение, 1982. – 280 с.
13. Шампайн Л.Ф. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений с использованием MATLAB: учебное пособие / Л.Ф. Шампайн, И. Гладвел, С. Томпсон. – 1-е изд. – С.Пб.: Лань, 2009. – 304 с.

Рецензент: И.Г. Кириченко, профессор, д.т.н., ХНАДУ.

Статья поступила в редакцию 17 мая 2016 г.