

УДК.621.515/62-752

С. Н. Кабанник, В. А. Цимбалюк, А. П. Зиньковский

Институт проблем прочности имени Г. С. Писаренко НАН Украины, г. Киев

## УЧЕТ СИСТЕМАТИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЯ АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ СИЛЫ ПРИ ИЗГИБНЫХ КОЛЕБАНИЯХ ЛОПАТОЧНОГО ПРОФИЛЯ

В работе описаны разработанные расчетная модель виброузла, учитывающая деформации профиля и коромысла его упругой подвески, а также перемещений балласта, и методика определения систематической погрешности, обусловленной такими динамическими характеристиками указанных элементов колебательной системы, при измерении нестационарной аэродинамической силы, действующей на лопаточный профиль. Получены выражения для определения калибровочного коэффициента вибратора для некоторых вариантов закрепления калибровочных масс и приведен пример его расчета, подтверждающий адекватность предложенной расчетной модели виброузла.

**Ключевые слова:** лопаточный профиль, изгибные колебания, нестационарная аэродинамическая сила, вибратор, калибровка.

### Введение

Обязательным условием для анализа динамической устойчивости лопаток турбомашин является знание нестационарных аэродинамических нагрузок (сил и моментов), вызванных их колебаниями. Обычно они измеряются на прямых решетках лопаточных профилей, моделирующих наиболее напряженное цилиндрическое сечение лопаточного венца (рис. 1). Один из способов измерения указанных аэродинамических нагрузок основан на регистрации в потоке и без потока усилий электродинамических вибраторов, которые служат для возбуждения заданных колебаний профиля [1, 2].

На рис. 2а представлен общий вид виброузла, который предназначен для возбуждения поступательных и угловых перемещений лопаточного профиля. Он состоит из упругой подвески профиля (рис. 2б), электродинамических вибраторов и балласта с виброизолирующими упругими элементами.

Упругая подвеска лопаточного профиля 1, в свою очередь, состоит из коромысла 3 с подвижными катушками вибраторов 2, упругих элементов 4 с тензомостами 5. Для повышения жесткости коромысла используется планка 6. В этом случае коромысло будем называть ужесточенным, а при отсутствии планки – податливым.

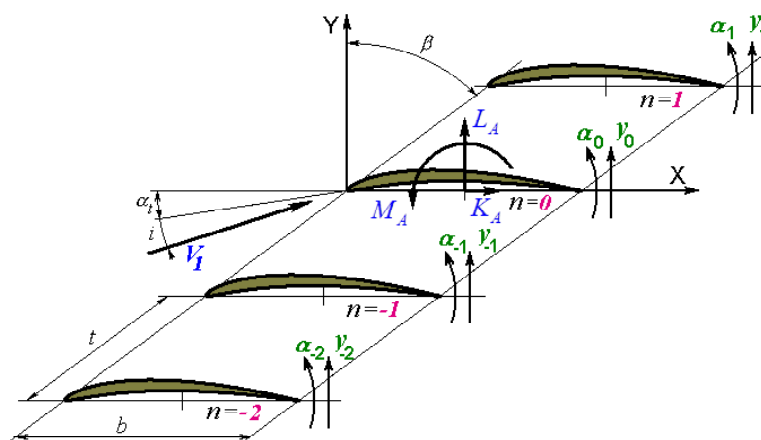


Рис. 1. Прямая решетка лопаточных профилей:

$b$  – хорда профиля,  $t$  – шаг решетки,  $\beta$  – угол выноса,  $V_1$  – скорость набегающего потока

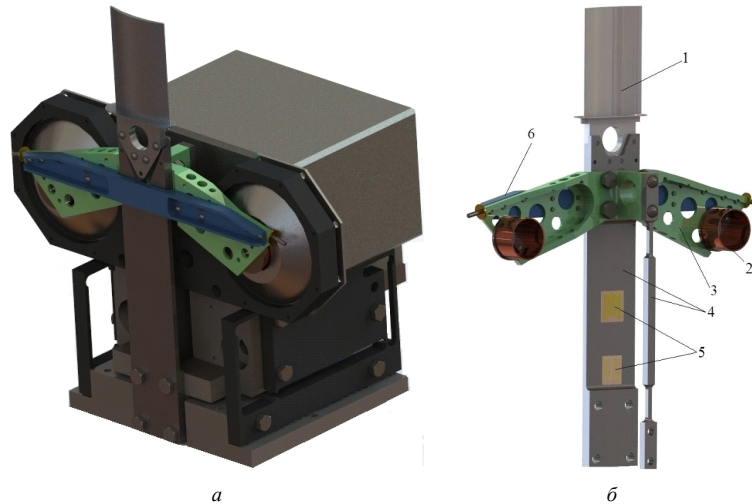


Рис. 2. Виброузел (а) и упругая подвеска профиля (б)

При возбуждении перемещений лопаточного профиля возникают его деформации и коромысла, а также перемещения балласта, которые влияют на точность измерений аэродинамических нагрузок.

В методике измерения аэродинамических нагрузок, изложенной в работе [2], были сделаны допущения об абсолютной жесткости профиля и коромысла, а также малости перемещений балласта. В дальнейшем, была предложена модель виброузла в виде двухмассовой дискретной системы, которая учитывает деформацию профиля и, частично, коромысла при изгибных колебаниях упругой подвески [3].

Целью данной работы является разработка расчетной модели виброузла, учитывающей деформации профиля и коромысла его упругой подвески, а также перемещений балласта, и методики определения систематической погрешности, обусловленной такими динамическими характеристиками указанных элементов колебательной системы, при измерении нестационарной аэродинамической силы, действующей на лопаточный профиль.

#### Расчетная модель виброузла

Будем рассматривать изгибные колебания упругой подвески профиля, поскольку в этом случае возникают наиболее нежелательные деформации профиля и коромысла, а также перемещения балласта виброузла.

В соответствии с существующими подходами к определению аэродинамических нагрузок, необходимо измерить токи в подвижных катушках вибраторов как в потоке, так и без него, поддерживая при этом одинаковыми заданные колебания профилей. Поэтому при моделировании рассматриваемой колебательной системы индексам «s» и «o» будем обозначать ее характеристики, определяемые в потоке и без потока соответственно.

Согласно закону Ампера, усилия вибраторов пропорциональны токам в их подвижных катушках

$$F_{vs(o)j} = \mu_j i_{s(o)j}, \quad (1)$$

где  $j = 1, 2$  – номер вибратора;  $\mu_j, i_{s(o)j}$  – калибровочный коэффициент  $j$ -го вибратора и ток в его подвижной катушке соответственно.

Условно разделим коромысло на 5 частей: центральную с упругими элементами подвески, две промежуточных с катушками вибраторов и две крайних. Учитывая симметрию виброузла относительно оси профиля, промежуточные части коромысла представим в виде одной подсистемы с одной степенью свободы массой  $m_k$  и коэффициентом жесткости  $C_k$ , а крайние – массой  $m_e$  и коэффициентом жесткости  $C_e$ . Центральную часть коромысла с упругими элементами подвески будем моделировать подсистемой с массой  $m_m$  и коэффициентом изгибной жесткости упругих элементов  $C_m$ , а балласт – массой  $m_b$  и коэффициентом изгибной жесткости его упругих элементов  $C_b$ . При таких предположениях виброузел можно представить в виде колебательной системы с четырьмя степенями свободы, как показано на рис. 3. К центральной части коромысла виброузла прикреплен податливый профиль, на который действует распределенная равномерная нагрузка  $Q$ , которая состоит из инерционной и аэродинамической составляющих:

$$Q = F_p \rho_p \omega^2 y_m + L_A / l, \quad (2)$$

где  $F_p$  – площадь поперечного сечения профиля,  $\rho_p$  – плотность материала профиля,  $l$  – длина профиля,  $\omega$  – частота возбуждения,  $L_A$  – аэро-

динамическая сила, которая действует на профиль в потоке.

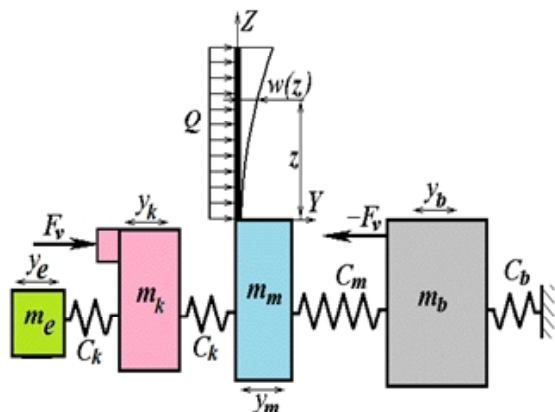


Рис. 3. Дискретная модель виброузла

Будем считать вибраторы одинаковыми, т. е.  $\mu_1 = \mu_2 = \mu$ . Тогда суммарное усилие двух вибраторов при обтекании профиля потоком будет определяться выражением  $F_{ns} = \mu (i_{s1} + i_{s2})$ , а при отсутствии потока и предположении, что  $i_{01} = i_{02} = i_0 - F_{v0} = 2\mu i_0$ .

Используя результаты, полученные в [3], заменим профиль его реакцией  $R$  на коромысло, с учётом дополнительных перемещений профиля, вызванных деформацией под действием нагрузки (2):

$$R = H_p \cdot y_m + L_A, \quad (3)$$

где  $H_p = m_p \omega^2 \left( \frac{0,613 \cdot \omega^2}{\Omega_p^2 - \omega^2} + 1 \right)$ . Здесь  $m_p$  –

масса профиля,  $\Omega_p$  – собственная частота изгибной формы колебаний профиля.

Рассмотрим уравнения движения представленной дискретной модели виброузла. Используя обозначения для перемещений масс, приведенные на рис. 3, при отсутствии потока ( $L_A = 0$ ) ее движение описывается системой уравнений:

$$\begin{cases} -\omega^2 m_b y_b + C_b y_b - C_m (y_m - y_b) = -2\mu i_0; \\ -\omega^2 m_m y_m + C_m (y_m - y_b) + C_k (y_m - y_k) = R; \\ -\omega^2 m_k y_k - C_k (y_m - y_k) + C_e (y_k - y_e) = 2\mu i_0; \\ -\omega^2 m_e y_e - C_e (y_k - y_e) = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Из первого уравнения системы (4) находим формулу для определения перемещения балласта:

$$y_b = \left( y_m - \frac{2\mu i_0}{C_m} \right) \xi, \quad (5)$$

$$\text{где } \xi = \frac{C_m}{C_b + C_m - \omega^2 m_b}.$$

Аналогично из четвертого уравнения получаем формулу для определения перемещения конца коромысла:

$$y_e = y_k \chi, \quad (6)$$

$$\text{где } \chi = \frac{C_e}{C_e - \omega^2 m_e},$$

а из третьего уравнения – перемещения катушки вибратора:

$$y_k = \left( y_m + \frac{2\mu i_0}{C_k} \right) \eta, \quad (7)$$

$$\text{где } \eta = \frac{C_k}{-\omega^2 m_k + C_k + C_e(1 - \chi)}.$$

Используя (6) и (7), найдем зависимость между перемещениями конца коромысла  $y_e$  и его центральной части  $y_m$ :

$$y_e = \left( y_m + \frac{2\mu i_0}{C_k} \right) \lambda, \quad (8)$$

где  $\lambda = \eta \chi$ .

Подставляя (5) и (7) во второе уравнение системы (4), получим:

$$H - H_p = \frac{2\mu i_0 (\eta - \xi)}{y_{m0}}, \quad (9)$$

где  $H = -\omega^2 m_m + C_m(1 - \xi) + C_k(1 - \eta)$ .

Система уравнений движения виброузла при обтекании профиля потоком ( $L_A \neq 0$ ) будет отличаться от (4) индексами «s», а ее второе уравнение примет вид:

$$(H - H_p) \cdot y_{ms} - L_A = \mu (i_{s1} + i_{s2}) (\eta - \xi). \quad (10)$$

#### Определение аэродинамической силы, действующей на колеблющийся профиль

Используя полученные аналитические выражения, после подстановки (9) в (10), получаем

формулу для определения аэродинамической силы  $L_A$ , действующей на колеблющийся профиль:

$$L_A = \mu \left[ 2i_0 \frac{y_{ms}}{y_{m0}} - (i_{s1} + i_{s2}) \right] \cdot (\eta - \xi). \quad (11)$$

Множитель  $\eta - \xi$  является поправочным коэффициентом, который учитывает деформацию коромысла и перемещение балласта. При допущении об их отсутствии, т.е. если  $y_k = y_m$  и  $y_b = 0$ , поправочный коэффициент равен 1.

Практическое использование формулы (11) возможно при знании калибровочного коэффициента  $\mu$ , который в совокупности с поправочным коэффициентом определяет суммарную погрешность измерений. Для этого осуществляется процедура калибровки тензомоста.

Напряжение  $U_y$  на выходе усилителя тензомоста пропорционально деформации упругого элемента подвески профиля в месте наклейки тензорезисторов (см. рис. 2б) Она же, в свою очередь, пропорциональна разности перемещений заделки профиля, определяемого перемещением  $y_m$  центральной части коромысла, и балласта  $y_b$ . Калибровка тензомоста заключается в определении коэффициента пропорциональности  $A_y$  между напряжением на выходе усилителя и указанной разностью перемещений.

При проведении калибровки по шкале микроскопа измеряется амплитуда перемещения конца коромысла, т.е. амплитуда  $y_e$ . Поэтому для нахождения  $A_y$  разность перемещений  $y_m - y_b$  необходимо выразить через  $y_e$ . Для этого, используя (5), находим выражение для определения  $y_m - y_b$ :

$$y_m - y_b = y_m \left( 1 - \xi + \frac{2\mu i_0}{C_m y_m} \xi \right), \quad (12)$$

В потоке силы вибратора на несколько порядков больше таковых без потока. Поэтому в этих условиях, поскольку сила вибраторов для рассматриваемого виброузла не превышает  $2H$ , то

$\frac{\mu(i_{s1} + i_{s2})}{C_m y_m} \xi \approx 10^{-4}$ , т. е. представляет очень малую величину. Без потока эта величина будет еще меньшей, поскольку частота возбуждения  $\omega$  соответствует собственной частоте упругой подвески.

Таким образом, пренебрегая величинами высшего порядка малости, (12) приобретает вид:

$$y_m - y_b \approx y_m (1 - \xi), \quad (13)$$

Из уравнения (8) получим

$$y_m = \frac{y_e}{\lambda} - \frac{2\mu i_0}{C_k}, \quad (14)$$

Подставляя (14) в (13) получаем искомую зависимость:

$$y_m - y_b = y_e (1 - \xi) \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{2\mu i_0}{C_k y_e (1 - \xi)} + \frac{2\mu i_0}{C_k y_e} \frac{\xi}{1 - \xi} \right), \quad (15)$$

Второе и третье слагаемое в скобках имеет высший порядок малости по сравнению с первым, поэтому ими можно пренебречь.

С учетом изложенного, получаем формулу для определения коэффициента пропорциональности  $A_y$ :

$$A_y = \frac{U_y}{y_m - y_b} \approx \frac{U_y}{y_e} \cdot \frac{\lambda}{1 - \xi}, \quad (16)$$

Если известен коэффициент пропорциональности  $A_y$ , по напряжению тензомоста, используя (13) и (16), можем найти перемещение заделки профиля:

$$y_m \approx (y_m - y_b) \frac{1}{1 - \xi} = \frac{U_y}{A_y} \frac{1}{1 - \xi}, \quad (17)$$

Нахождение калибровочного коэффициента  $\mu$  производится с использованием динамической калибровки электродинамического вибратора, которая состоит в следующем. Вместо нестационарной аэродинамической силы к колебательной системе прикладывается известная инерционная сила посредством присоединения калибровочных масс. В зависимости от компоновки виброузла, это можно осуществить, используя следующие варианты такого закрепления.

### 1. Закрепление калибровочных масс в заделке профиля

Если закрепить две одинаковые калибровочные массы  $\Delta m$  в основании профиля, то второе уравнение системы (4) примет вид:

$$(H - H_p) \cdot y_{m\Delta} - 2\Delta m \omega^2 y_{m\Delta} = 2\mu i_{\Delta} (\eta - \xi). \quad (18)$$

Здесь и далее нижний индекс « $\Delta$ » означает параметры колебательной системы с присоединенными массами.

Подставляя в уравнение (18) выражение (9), получим формулу для определения калибровочного коэффициента  $\mu$ :

$$\mu = \frac{\Delta m \omega^2 y_{m\Delta}}{i_0 \frac{y_{m\Delta}}{y_{m0}} - i_{\Delta}} \frac{1}{\eta - \xi}. \quad (19)$$

**2. Закрепление калибровочных масс в области катушек.** Если закрепить две одинаковые калибровочные массы  $\Delta m$  в районе подвижных катушек, то уравнение (4) примет вид:

$$y_k = \left( y_m + \frac{2\mu i_0}{C_k} \right) \hat{\eta}, \quad (20)$$

где

$$\hat{\eta} = \frac{2\mu i_0 + C_k y_m}{-\omega^2 (m_k + \Delta m) + C_k + C_e (1 - \chi)}, \quad (21)$$

Тогда второе уравнение системы (4) примет вид:

$$(H - H_p) \cdot y_m - C_k y_m \frac{2\Delta m \omega^2 \eta^2}{C_k - 2\Delta m \omega^2 \eta} = 2\mu i (\eta - \xi), \quad (22)$$

После подстановки (9), получим следующую формулу для определения калибровочного коэффициента  $\mu$ :

$$\mu = \frac{\Delta m \omega^2 y_m}{i_0 \frac{y_m}{y_{m0}} - i_{\Delta}} \frac{\eta^2}{\eta - \xi} \frac{1}{1 - \frac{2\Delta m \omega^2}{C_k} \eta}, \quad (23)$$

**3. Закрепление калибровочных масс на концах коромысла.** При добавлении двух калибровочных масс  $\Delta m$  на концах коромысла четвертое уравнение системы (4) можно записать в виде:

$$y_e = y_k \bar{\chi}, \quad (24)$$

где

$$\bar{\chi} = \chi + \frac{2\Delta m \omega^2 \chi^2}{C_e - 2\Delta m \omega^2 \chi}. \quad (25)$$

Тогда третье уравнение системы (4) примет вид

$$y_k = \left( y_m + \frac{2\mu i_0}{C_k} \right) \bar{\eta}. \quad (26)$$

Здесь

$$\bar{\eta} = \eta + \frac{2\Delta m \omega^2}{C_k} \cdot \frac{\lambda^2}{1 - E}, \quad (27)$$

$$\text{где } E = 2\Delta m \omega^2 \chi \left( \frac{1}{C_e} + \frac{\lambda}{C_k} \right).$$

Если во второе уравнение системы (4) подставить (27) и (9), то получаем такую формулу для определения калибровочного коэффициента  $\mu$ :

$$\mu = \frac{\Delta m \omega^2 \cdot y_{m\Delta}}{i_0 \frac{y_{m\Delta}}{y_{m0}} - i_{\Delta} \left( 1 + \frac{1}{\eta - \xi} \frac{2\Delta m \omega^2}{C_k} \frac{\lambda^2}{1 - E} \right)} \cdot \frac{\lambda^2}{\eta - \xi} \cdot \frac{1}{1 - E}. \quad (28)$$

Учитывая, что второе слагаемое в скобках знаменателя значительно меньше единицы, то им можно пренебречь и формула (28) приобретает вид:

$$\mu \approx \frac{\Delta m \omega^2 \cdot y_{m\Delta}}{i_0 \frac{y_{m\Delta}}{y_{m0}} - i_{\Delta}} \cdot \frac{\lambda^2}{\eta - \xi} \cdot \frac{1}{1 - E}. \quad (29)$$

Проведем сравнение результатов определения калибровочного коэффициента с использованием разработанной расчетной модели виброузла для случая закрепления калибровочных масс на концах коромысла и двухмассовой, предложенной в [3], которая не предполагает наличия жесточающей планки в конструкции коромысла (см. рис. 2б).

По результатам проведенного модального анализа определено, что собственная частота первой формы колебаний податливого коромысла равна 635 Гц, а жесткого – 900 Гц. Из статического анализа рассматриваемых конструкций коромысла получены значения коэффициентов жесткости, которые входят в формулы (19), (23) и (29) для определения калибровочного коэффициента  $\mu$ . Так, для податливого коромысла при приложении силы к катушке вибратора  $C_k = 0,32$  МН/м, а на конце коромысла –

$$C_e = \frac{C_{ek} C_k}{C_k + C_{ek}} = 0,16 \text{ МН/м} = 0,16 \text{ МН/м},$$

где  $C_{ek}$  – коэффициент жесткости части коромысла между катушкой и концом. Для жесткого коромысла эти коэффициенты жесткости равны 1,1 МН/м и 0,91 МН/м соответственно.

Используя полученные данные, были определены значения параметров, входящие в формулы калибровочного коэффициента  $\mu$ , которые для рабочей (резонансной) частоты колебаний упругой подвески ( $\omega/2\pi = 143,25$  Гц) приведены в табл. 1.

На основании полученных параметров и результатов измерений были найдены значения

калибровочного коэффициента, которые приведены в табл. 2.

Анализ полученных данных показывает, что в отличие от [3], при использовании разработанной дискретной модели виброузла в случае изгибных колебаний упругой подвески значения калибровочного коэффициента  $\mu$  для рассматриваемых конструкций коромысла практически совпадают, что говорит о ее адекватности.

**Таблица 1** – Значения параметров для определения калибровочного коэффициента  $\mu$  рассматриваемых типов коромысла

Параметр	Тип коромысла	
	Податливое	Ужесточенное
$\xi$	-0,028	-0,023
$\eta$	1,044	0,998
$\chi$	1,055	1,023
$\lambda$	1,101	1,021

**Таблица 2** – Значения калибровочного коэффициента  $\mu$  рассматриваемых типов коромысла

Модель виброузла	Тип коромысла	
	Податливое	Ужесточенное
[3]	-1,847	-2,092
Предложенная в данной работе	-2,023	-2,068

### Выводы

1. Разработана уточненная по сравнению с предложенной в [3] дискретная расчетная модель виброузла, учитывающая деформации лопаточного профиля, и коромысла его упругой подвески, а также перемещений балласта и методика определения систематической погрешности, обусловленной такими динамическими характеристиками указанных элементов колебательной системы, при измерении нестационарной аэродинамической силы, действующей на профиль.

2. Получены выражения для определения калибровочного коэффициента вибратора для некоторых вариантов закрепления калибровочных масс. На примере рассмотрения закрепления калибровочных масс на концах коромысла показано, что значения калибровочного коэффициента, вычисленные с использованием разработанной расчетной модели виброузла для податливого и ужесточенного коромысел, практически совпадают, что свидетельствует о ее адекватности.

### Список литературы

1. Kimura H. An Experimental Study of Unsteady Aerodynamic Forces on a rectangular Wing Oscillating in Pitch at Mach Numbers from 0.38 to 1.28. / H. Kimura, A. Nomiya // Memoirs of the Faculty of Engineering, Kyushu University. – 1977. – Vol. 37. – № 3. – P. 157–177.
2. Tsymbalyuk V. A. Method of Measuring Transient Aerodynamic Forces and Moments on Vibrating Cascade / V. A. Tsymbalyuk // Strength of Materials. – 1996. – Vol. 28. – № 2. – P. 100–109.
3. Tsymbalyuk V. A. Corrections of aerodynamic loadings measurement on vibrating airfoils / V. A. Tsymbalyuk, J. Linhart // XVII IMEKO Congress, Dubrovnik, Croatia, 2003. – P. 358–361.

Поступила в редакцию 23.02.2017

**Кабанник С.М., Цимбалюк В.А., Зінковський А.П. Облік систематичних похибок вимірювання аеродинамічної сили при згинальних коливаннях лопаткового профілю**

*У роботі описані розроблені розрахункова модель вібровузла, що враховує деформації профілю та коромисла його пружної підвіски, а також переміщення баласту, і методика визначення систематичних похибок, обумовлених такими динамічними характеристиками вказаних елементів коливальної системи, при вимірюванні нестационарної аеродинамічної сили, що діє на лопатковий профіль. Отримано вирази для визначення калібрувального коефіцієнту вібратора для деяких варіантів закріплення калібрувальних мас і приведений приклад його розрахунку, що підтверджує адекватність запропонованої розрахункової моделі вібровузла.*

**Ключові слова:** лопатковий профіль, згинальні коливання, нестационарна аеродинамічна сила, вібратор, калібрування.

**Kabannik S., Tsymbalyuk V., Zinkovskii A. Consideration of systematic inaccuracies in aerodynamic force measurement under blade airfoil flexural vibrations**

*The paper describes the developed computational model of the vibration node considering the deformation of airfoil and the balance beam of its elastic suspension as well as the displacements of the ballast. The procedure of determination of the systematic inaccuracy caused by such dynamic characteristics of the specified elements of the vibration system in the measurement of unsteady aerodynamic force acting on the blade airfoil is also presented. The expressions for the determination of the calibration factor of the vibrator for some variants of calibration weights attachment are obtained, and the example of its calculation verifying the adequacy of the proposed computational model of the vibration node is given.*

**Key words:** blade airfoil, flexural vibrations, unsteady aerodynamic force, vibrator, calibration.