

УДК 629.76

Абдуллаев П.Ш. д-р техн. наук, проф., зав. каф. «ЛА и АД», Национальная Академия Авиации, Баку, Бина 25-й км, Азербайджан, e-mail: a_parviz@mail.ru

Самедов А.С. д-р техн. наук, проф., профессор каф. «ЛА и АД», проректор НАА по учебной работе, Баку, Бина 25-й км, Азербайджан, e-mail: ad.samedov@gmail.com

К ВОПРОСУ ПРОФИЛИРОВАНИЯ РЕАКТИВНОГО СОПЛА ЖРД

На основе результатов проведенных исследований определено характер распределения термогазодинамических параметров по длине камеры ракетного двигателя. Показано, что распределение скорости газового потока по оси сопла может быть представлено в виде асимметричного сигмоида. Предлагается метод профилирования сопла на основе распределения скорости газового потока по оси камеры двигателя. Уравнения газовой динамики решаются совместно с новым уравнением распределения скорости по оси сопла и с применением метода характеристик, что определил разработку двухсхемной методики профилирования.

Ключевые слова: жидкостный ракетный двигатель, оптимальное сопло, сверхзвуковой поток, идеальный газ, асимметричный сигмоид, функция Прандтля-Майера, метод характеристик, относительная ошибка.

Введение

Как известно одним из основных направлений развития ракетно-космической техники является создание высокоэффективных жидкостных ракетных двигателей (ЖРД), что подразумевает такой степени расширения сопла (\bar{F}), при которой достигается наиболее выгодное сочетание удельного импульса ($I_{уд}$) и веса конструкции. Величина $I_{уд}$ в значительной мере зависит от потерь в сопле, которые связаны ее геометрией и значением степени расширения сопел. Следует отметить, что степень расширения определяется как геометрией контура сопла, так и соотношением давлений на входе и на выходе (соответственно соотношением скоростей).

Таким образом, одним из основных направлений исследований является поиск оптимального контура сопла ЖРД, который обеспечивает минимальные потери и высокие энергетические характеристики.

Цель статьи. С учетом вышеизложенного, целью статьи является создание методологии по формированию оптимальной геометрии контура сопла на основе анализа результатов теоретических и экспериментальных исследований ракетных двигателей (РД).

1. Некоторые моменты теоретических основ моделирования течений газа в соплах

Как известно, построение контура сопел ЖРД проводится с помощью решения системы уравнений газовой динамики – уравнение импульса (уравнение Эйлера), энергии и неразрывности. Такая система для стационарного безвихревого осесимметричного (двумерного)

течения невязкого и нетеплопроводного газа, при отсутствии необратимых процессов, постоянном значении показателя изоэнтропы γ , записывается в следующем виде [1, 2]:

$$(u^2 - a^2) \frac{\partial u}{\partial x} + uv \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + (v^2 - a^2) \frac{\partial v}{\partial y} = a^2 \frac{v}{y}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad (2)$$

где u, v – проекции скорости потока w на оси координат x, y ; ось x направлена вдоль оси сопла, ось y – перпендикулярно ей, a – скорость звука. Следует отметить что, для профилирования дозвуковой части сопла широкое распространение получили эмпирические или специальные соотношения [1]. Построение теоретического профиля сверхзвуковой части сопла производится с помощью решения дифференциальных уравнений (1)-(2) методом характеристик [1-5]. Наряду с этим, разработаны и внедрены в практику другие методы построения оптимальных сопел реактивных двигателей [1, 6, 7]. Однако, как видно, вопросы профилирования дозвуковой и сверхзвуковой частей сопла обычно рассматриваются отдельно, что является одним из основных недостатков современных методов проектирования ЖРД. Рассмотрение сопла в виде соединения двух отдельных частей создает определенные трудности при проектировании камеры ЖРД, что обуславливает применение некоторого дру-

того подхода, который излагается в следующей части статьи.

2. Постановка и решение задачи в первом приближении

Анализ результатов исследований показывает, что построение контура сопла при различных постановках не подразумевает никакого предварительного распределения изоэнтропического расширения γ , число Маха M и других параметров по длине сопла. Возникает вопрос – возможно ли задаваться предварительно известным **распределением определенного параметра газового потока по длине сопла** (или на оси сопла) в первом приближении в целях эффективного решения как прямой так и обратной задачи? Такая возможность позволила бы более рационально использовать вычислительные ресурсы в целях построения оптимального или экстремального сопла ЖРД. Для ответа на этот вопрос был проведен анализ теоретических, расчетных и экспериментальных исследований по проектированию сопла РД [8-14]. Анализ результатов указанных исследований показывают, что в среднем распределение термогазодинамических параметров (p, T, w и т.п.) по длине камеры ракетного двигателя (камера сгорания, дозвуковая и сверхзвуковая часть сопла) носит определенный закономерный характер. Это обстоятельство объясняется основными принципами организации рабочего процесса в сопле. Предварительный анализ указанных исследований показывает на приблизительное асимметричное сигмоидальное распределение скорости газового потока по длине камеры (по оси сопла) ЖРД. Такое распределение скорости (конец камеры сгорания, дозвуковая и сверхзвуковая часть сопла) может быть описано нижеследующими функциями:

$$y(x) = \frac{1 + \alpha + bx}{1 + \alpha e^{-kx}}, \tag{3}$$

или

$$y(x) = d + \frac{a - d}{(1 + (x/c)^m)^n}, \tag{4}$$

$$w(x) = w_e - \frac{w_e - w_0}{1 + (x/c)^m},$$

или

$$w(\bar{x}) = w_e - \frac{w_e - w_0}{1 + (\bar{x}/c)^m}, \tag{5}$$

где α, a, d, c, k, m, n – некоторые искомые коэффициенты, которые могут быть заданы на основе численных расчетов или экспериментальных данных, x – координата рассматриваемой

точке на оси сопла, w_0, w_e – скорости газа на входе и на выходе сопла. Выбор скорости w_0 определяет форму поверхности перехода через скорость звука, которая может быть плоская или криволинейная. Следует отметить, что попытка описания распределения скорости по сигмоиду было рассмотрено еще в работах [15,16]. Как видно, формулы (3) и (4) для скорости газа могут быть представлены также для относительных координат длины $\bar{x} = x/L$ (здесь L – длина сопла или камеры двигателя). Таким образом, построение контура сопла ЖРД проводится на основе распределения скорости $w(x)$ по оси сопла, начиная с критического сечения (или с выходного сечения сопла) для каждого значения x или \bar{x} .

Исследования показывают, что координата критического (или минимального) сечения x_{min} по оси сопла может быть принят как параметр c для вышеуказанных формул. В этом случае степень m будет характеризовать степень гладкости внутреннего контура сопла (или степень несогласованности дозвуковой и сверхзвуковой частей). Значение этого параметра непосредственно определяет качество (или степень) предварительного ускорения газа (в области начального расширения около критического сечения). В то время, чем больше m тем интенсивнее происходит расширение газа в зоне предварительного расширения (рис. 1).

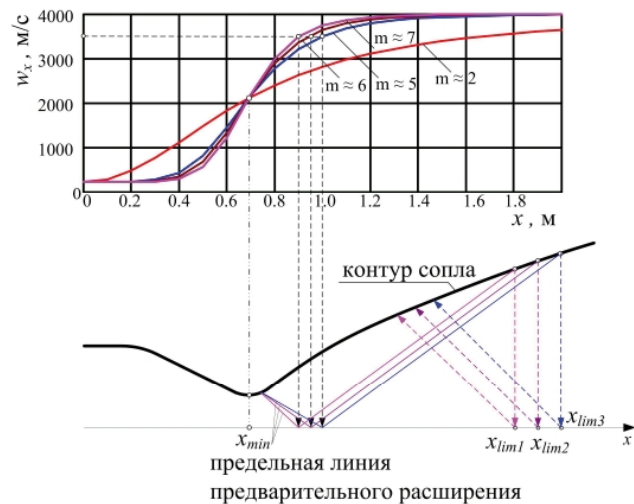


Рис. 1. Влияние параметра m на геометрию сопла

Анализ результатов проведенных исследований показывает, что для построения оптимальных контуров сопел ЖРД наиболее подходящим предварительным распределением скорости по оси является (5). С учетом сказанного, выражение (5) окончательно может быть представлено в виде

$$w(x) = w_e - \frac{w_e - w_0}{\left(1 + \left(\frac{x}{x_{\min}}\right)^m\right)^n}$$

или

$$w(x) = w_e - \frac{w_e - w_0}{1 + \left(\frac{x}{x_{\min}}\right)^m}$$

Таким образом, система (1)-(2) может быть дополнена еще одним уравнением:

$$\frac{dw}{dx} = \frac{w_e - w_0}{\left(1 + \left(\frac{x}{x_{\min}}\right)^m\right)^2} \cdot \left(\frac{x}{x_{\min}}\right)^m \cdot \frac{m}{x}$$

Как видно, предварительное оптимальное расширение газа около критического сечения позволяет корректно формировать наименьшую длину сопла. Следовательно, возникает необходимость решения (1) - (2) в новой постановке. Данная задача может быть решена с применением метода характеристик. С учетом вышеизложенного рассмотрим двухсхемную методику определения основных параметров плоского сверхзвукового потока и геометрии сопла.

Первая схема (С1). Как уже было отмечено, для расчета геометрических параметров расширяющейся части сопла применяют метод характеристик (рис. 2). Для сверхзвукового, невращающегося плоского (двухмерного, 2D) идеального газа применение метода характеристик начинается на звуковой линии и задается следующими уравнениями [2 - 5]:

1) линия первого семейства C^+

$$d(v - \theta) = 0, \quad dy / dx = \operatorname{tg}(\theta + \mu) \quad (6)$$

2) линия второго семейства C^-

$$d(v + \theta) = 0, \quad dy / dx = \operatorname{tg}(\theta - \mu) \quad (7)$$

где v – значение функции течения Прандтля-Майера, полученное по заданному числу Маха в рассматриваемой точке, θ – угол наклона скорости w относительно оси сопла, μ – угол между вектором скорости \vec{w} и касательной к линии характеристики в рассматриваемой точке. В реальных условиях характеристики являются кривыми. Сетка, образованная характеристическими кривыми C^+ и C^- будет точна, когда они очень близки (рис. 2).

В уравнениях (6) и (7) функция Прандтля-Майера для рассматриваемых точек будет определяться по формуле

$$v = v(M) = \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \cdot \arctan\left(\sqrt{(M^2-1)\frac{\gamma-1}{\gamma+1}}\right) - \arctan(\sqrt{M^2-1}) \quad (8)$$

где γ – степень изоэнтропического расширения, M – число Маха течения газового потока в рассматриваемой точке сопла [2-5].

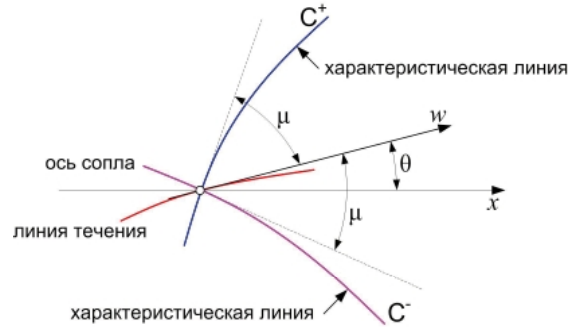


Рис. 2. Геометрическое представление метода характеристик

Таким образом, на линии первого семейства C^+ (точки 1 и 3)

$$\theta_1 - v(M_1) = \theta_3 - v(M_3) \quad (9)$$

на линии второго семейства C^- (точки А и 3)

$$\theta_3 + v(M_3) = \theta_A + v(M_A) \quad (10)$$

Тогда для узла 3 с координатой x_3 можно написать (рис.3)

$$\theta_3 = \frac{1}{2}(C^- + C^+), \quad v(M_3) = \frac{1}{2}(C^- - C^+) \quad (11)$$

Вторая схема (С2). Анализ проведенных исследований показывает, что в качестве исходной линии также может быть принята ось сопла с учетом приведенного уравнения (5). В таком случае применение метода характеристик ведется на основе данных, полученных из термодинамического расчета ЖРД с применением формулы (5). При этом, метод характеристик по схеме С2 применяется параллельно расчетной схеме С1.

Таким образом, на линии первого семейства C^+ (точки 0 и 2)

$$\theta_0 - v(M_0) = \theta_2 - v(M_2) \quad (12)$$

на линии второго семейства C^- (точки 6 и 2)

$$\theta_6 + v(M_6) = \theta_2 + v(M_2) \quad (13)$$

где для точки 0 на оси сопла верны

$$M_0 = w_0 / a_{x,0}, \quad w_{x,0} = w_0 \cos(\theta_0),$$

$$w_{x,0} = w_e - \frac{w_e - w_0}{1 + (x_0 / c)^m}.$$

Тогда для узла 2 с координатой x_2 можно написать (рис. 3).

$$\theta_2 = \frac{1}{2}(C^- + C^+), \quad v(M_2) = \frac{1}{2}(C^- - C^+) \quad (14)$$

Следует отметить, в зависимости от постановки задачи в качестве начальной можно принять скорость газа в критическом сечении (пересечение звуковой поверхности с осью сопла) сопла w_{min} . **Схема расчета С2** выполняется как по направлению x , так и по направлению y (ось x является исходной линией). Определение координат любой рассматриваемой точки приведено в работах [2-4]. Числа Маха $M(x)$ или $M(\bar{x})$ в рассматриваемых первоначальных **точках 0, 6, 9** и т.п. известны из термодинамического расчета ЖРД (рис. 3).

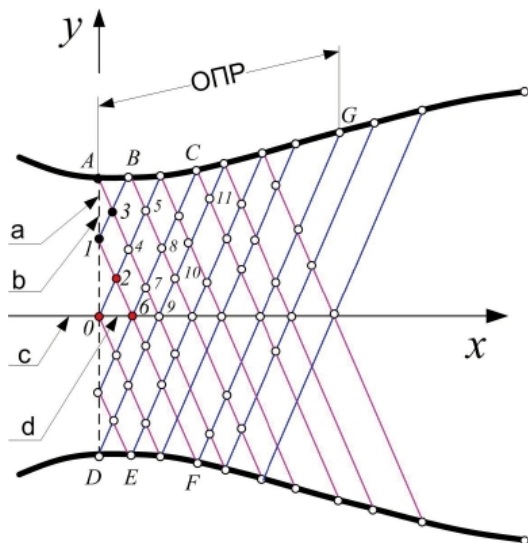


Рис. 3. Комплексная схема применения метода характеристик С1 и С2 (контур сопла показан условно):

ОПР — область предварительного расширения (условно), а — поверхность перехода (от дозвуковой к сверхзвуковой), b — первая расчетная схема С1, c — ось сопла, d — вторая расчетная схема С1

Двухсхемная методика (С1+С2) определения основных параметров плоского сверхзвукового потока и геометрии сопла может быть выполнена при неизвестной или известной первоначальной длине сопла L . Во втором случае первоначальная длина сопла после каждого полного цикла выполнения расчета уточняется.

Расчет повторяется для нового значения L_j . Соответственно, в начале каждого цикла расчета будет изменяться форма распределения $w(x)$ по оси сопла. Следовательно, для каждого нового цикла расчета i распределение значений параметров $[M(x)]_i$ и $[a(x)]_i$ будет обновляться для заданного конкретного соотношения площадей выхода и критического сечения сопла $(\bar{F} = F_e / F_{min})_i = \text{const}$ и степени расширения по давлению $\varepsilon_i = \text{const}$. Таким образом, выполняется уточнение оптимальной длины сопла L_{opt} и оптимальной формы кривой контура сопла - $(NC)_{opt}$. В другом случае расчет выполняется с условием

$$[\varepsilon = \varepsilon_{opt}, L_{opt} = \text{const}, (F_e / F_{min} = \text{var}) \rightarrow (F_e / F_{min})_{opt}] \Rightarrow (NC)_{opt}$$

Расчет заканчивается при выполнении условия

$$F((NC)_{opt}) = \min_L \max_I \Phi(L, I),$$

$$\lim [(NC)_{opt} - (NC)_{C1+C2}] \rightarrow \omega$$

где L — длина сверхзвуковой части сопла, NC — геометрия сопла, I — удельный импульс двигателя, ω — требуемое значение погрешности.

Заключение

Таким образом, предложена двухсхемная методика определения оптимального контура сопла с использованием результатов термодинамического расчета значений параметров плоского сверхзвукового потока, который обтекает внутренний криволинейный профиль сопла ЖРД. Методика базируется на эмпирические формулы, которые получены на основе численных исследований. Предложенная методика позволяет проводить комбинированные термогазодинамические и геометрические расчеты сопла, с требуемой погрешностью оптимального контура.

Литература

1. Алемасов В.Е., Дрегалин А.Ф., Тишин А.П., Худяков В.А., Костин В.Н. Термодинамические и теплофизические свойства продуктов сгорания. [Текст] / В.Е.Алемасов, А.Ф. Дрегалин, А.П. Тишин А.П., В.А. Худяков, В.Н. Костин; Под ред. В.П. Глушко. - Т.1-10.-М.: АН СССР ВИНТИ, 1976 г.
2. Алемасов В.Е., Дрегалин А.Ф., Тишин А.П. Теория ракетных двигателей. [Текст]: учебное пособие/ В.Е. Алемасов, А.Ф. Дрегалин, А.П. Тишин.- М.: Машиностроение, 1969.- 464 с.

3. Anderson Jr.J. Fundamentals of Aerodynamics. [Text] / Jr.J. Anderson.-New York.: McGraw-Hill Book Company, 1988
4. Anderson Jr.J. Modern Compressible Flow: With Historical Perspective. [Text] / Jr.J. Anderson.-New York.: McGraw-Hill Book Company, 1982
5. Shapiro A.H. The Dynamics and Thermodynamics of compressible fluid flow. Vol.I [Text] / A.H. Shapiro.- New York.: Ronald Press Company, 1953.- pp.462-528.
6. Rao G.V.R. Exhaust Nozzle Contour for Optimum Thrust. [Text] / G.V.R. Rao. // ARC Semi Annual Meeting: Proceedings of the Meeting, June 10- 13, 1957. - Marquadt Aircraft Co, San Fransisco, CA, 1957
7. Rao G.V.R. Exhaust Nozzle Contour for Optimum Thrust. [Text] / G.V.R. Rao.//Jet Propulsion.- 1958.- Vol.28.- No.6.
8. Гудерлей К.Г., Армитейдж Д.В. Общий метод построения оптимальных ракетных сопел. [Текст]/ К.Г. Гудерлей // В кн. Теория оптимальных аэродинамических форм.-Москва.: Мир, 1969.- С. 172-194.
9. Гудерлей К.Г., Хантш Е.. Наилучшие формы сверхзвуковых осесимметричных реактивных сопел. [Текст] / К.Г. Гудерлей, Е. Хантш.// Сб. Механика.-1956.- № 4(38).- С. 53-69.
10. Стернин Л.Е. К расчёту осесимметричного реактивного сопла наименьшего веса. [Текст]/ Л.Е. Стернин // Изв. АН СССР, ОТН, Мех. и машиностроение.-1959.- № 1.-С. 41-45.
11. Шмыглевский Ю.Д. Некоторые вариационные задачи газовой динамики осесимметричных сверхзвуковых течений. [Текст] / Ю.Д. Шмыглевский // Прикл. матем. и механ.-1957. -Т. 21.- Вып. 2. - С. 195-206.
12. Стернин Л.Е. О применимости некоторых упрощающих допущений при профилировании оптимальных ракетных сопел. [Текст] / Л.Е. Стернин // Изв. РАН. МЖГ. -1999. - №2. - С. 170-174
13. Стернин Л.Е. Основы газовой динамики [Текст]: учебное пособие/ Л.Е. Стернин.- М.: Изд-во МАИ, 1995. - 332 с.
14. Стернин Л.Е. Исследование тяговых характеристик реактивных сопел, профилированных разными методами. [Текст] / Л.Е. Стернин // Изв. РАН. МЖГ.- 2000. - №1. - С. 152-162.
15. Warren Jr. Walter R. An Analytical and Experimental Study of Compressible Free Jets. [Text]/ Jr.W.R. Warren// Univ. Microfilms, Inc. -1957. - Publ. No.: 23,885
16. James M.E. Velocity profiles and eddy viscosity distributions downstream of a Mach 2.22 nozzle exhausting to quiescent air. [Text] / M.E. James// NASA, Langley Research Center.- 1966.- NASA TN 33-3601.

Поступила в редакцию 12.05.2018

П.Ш. Абдуллаев, А.С.Самедов. До питання профілізації реактивного сопла ЖРД

На основі результатів проведених досліджень визначено характер розподілу термогазодинамічних параметрів по довжині камери ракетного двигуна. Показано, що розподіл швидкості газового потоку по осі сопла може бути представлено у вигляді асиметричного сигмоїда. Пропонується метод профілювання сопла на основі розподілу швидкості газового потоку по осі камери двигуна. Рівняння газової динаміки вирішуються спільно з новим рівнянням розподілу швидкості по осі сопла і з застосуванням методу характеристик, що визначив розробку двохсхемної методики профілювання.

Ключові слова: *рідинний ракетний двигун, оптимальне сопло, надзвуковий потік, ідеальний газ, асиметричний сигмоїд, функція Прандтля-Майєра, метод характеристик, відносна помилка.*

P.Sh. Abdullayev, A.S. Samedov. To the question of profiling of the LPRE nozzle

As is known, the profiling of subsonic and supersonic parts of a liquid-propellant rocket engine (LPRE) nozzle is usually considered separately, which is one of the main drawbacks of modern design methods. Considering the nozzle in the form of joining two separate parts creates certain difficulties in the design of the liquid rocket engine chamber, which causes the necessity of a application of some other approach.

In addition, the geometry of the nozzle contour for various settings doesn't imply any preliminary distribution of the isentropic expansion degree, Mach number and other parameters along the nozzle axis.

A preliminary analysis of existing researches shows to an approximate asymmetric sigmoidal velocity distribution of the gas flow along the axis of the LPRE chamber (along the nozzle axis). This means that in the initial design a velocity distribution (the end of the combustion chamber, the subsonic and supersonic part of the nozzle) can be described as a sigmoid function.

Consequently, it becomes necessary to solve the nozzle gas dynamics equation in a new formulation. Taking into account the foregoing, we consider a dual scheme technique for determining the main parameters of 2D supersonic flow and the geometry of the LPRE nozzle.

According to the first scheme for a supersonic and non-rotating 2D ideal gas flow, the application of the method of characteristics begins on the sonic line.

An analysis of the studies shows that the nozzle axis can also be taken as the source line, taking into account the velocity distribution along the axis. In this case, the application of the method of characteristics is based on the data obtained from the thermodynamic calculation of the LPRE with using the new formula obtained. The method of characteristics in the C2 calculation scheme is applied parallel to the C1 design scheme. The dual scheme technique (C1 + C2) for determining the basic parameters of a planar supersonic flow and nozzle geometry can be performed with an unknown or known initial nozzle length.

Thus, we proposed a dual scheme method for determining the optimal contour of the nozzle using the results of the thermodynamic calculation of the values of the parameters of a planar supersonic flow, which is covered by the internal curvilinear profile of the LPRE nozzle. The method is based on empirical formulas, which are obtained on the basis of numerical studies. The proposed technique allows performing combined thermodynamic, gas dynamic and geometric calculations of the nozzle, with the required error of the optimal contour.

Keywords: liquid rocket engine, optimal nozzle, supersonic flow, ideal gas, asymmetric sigmoid, Prandtl-Mayer function, method of characteristics, relative error.

References

1. Alemasov V.E., Dregalin A.F., Tishin A.P. Hudjakov V.A., Kostin V.N. Termodinamicheskie i teplofizicheskie svoystva produktov sgoranija [Thermodynamic and thermophysical properties of combustion products]. Editor V.P. Glushko. Academy of Sciences of USSR, Moscow, VINITI Publ., 1971-1980, v.1-10, (In Russian).
2. Alemasov V.E., Dregalin A.F., Tishin A.P. Teorija raketnyh dvigatelej: uchebnoe posobie [Theory of rocket engines: education textbook]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1969. 464 p, (In Russian).
3. Anderson Jr.J. Fundamentals of Aerodynamics. New York, McGraw-Hill Book Company Publ., 1988.
4. Anderson Jr.J. Modern Compressible Flow: With Historical Perspective. New York, McGraw-Hill Book Company Publ., 1982.
5. Shapiro A.H. The Dynamics and Thermodynamics of compressible fluid flow. New York, Ronald Press Company Publ., 1953, vol. I, pp. 462-528.
6. Rao G.V.R. Exhaust Nozzle Contour for Optimum Thrust. Proceedings of the ARC Semi Annual Meeting, June 10- 13, 1957, San Fransisco, CA, USA, Marquadt Aircraft Co Publ., 1957.
7. Rao G.V.R. Exhaust Nozzle Contour for Optimum Thrust. Jet Propulsion, 1958, vol.28, no.6, pp. 377-382.
8. Guderlej K.G., Armitajdzh D.V. Obshhij metod postroenija optimal'nyh raketnyh sopel. V knige «Teorija optimal'nyh ajerodinamicheskikh form» [The general method for designing a optimal rocket nozzles. In the book "Theory of optimal aerodynamic forms"]. Moscow, Mir, 1969, p.172-194, (In Russian).
9. Guderlej K.G., Hantsh E.. Nailuchshie formy sverhzhukovyh osesimmetrichnyh reaktivnyh sopel [The best forms of supersonic axisymmetric jet nozzles]. Collection "Mechanics, Moscow, 1956, №4(38), p. 53-69, (In Russian).
10. Sternin L.E. K raschjotu osesimmetrichnogo reaktivnogo sopla naimen'shego vesa [To calculate of the axisymmetric jet nozzle with smallest weight]. Proceedings of the Academy of Sciences of USSR, DTS, Mechanics and mashinery, 1959, №1, p. 41-45, (In Russian).
11. Shmyglevskij Ju.D. Nekotorye variacionnye zadachi gazovoj dinamiki osesimmetrichnyh sverhzhukovyh techenij [Some variational problems of gas dynamics of axisymmetric supersonic flows]. Applied mathematics and mechanics, 1957, v. 21, issue. 2, p. 195-206, (In Russian).
12. Sternin L.E. O primenimosti nekotoryh uproshhajushhih dopushhenij pri profilirovanii optimal'nyh raketnyh sopel [On the applicability of some simplifying assumptions in the profiling of optimal rocket nozzles]. Proceedings of the Academy of Sciences of Russia. Fluid and gas mechanics, 1999, №2, p. 170-174, (In Russian).
13. Sternin L.E. Osnovy gazovoj dinamiki: uchebnoe posobie [Fundamentals of gas dynamics: education textbook]. Moscow, MAI Publ., 1995. 332 p, (In Russian).
14. Sternin L.E. Issledovanie tjagovyh harakteristik reaktivnyh sopel, profilirovannyh raznymi metodami [Study of thrust characteristics of jet nozzles profiled by different methods]. Proceedings of the Academy of Sciences of Russia. Fluid and gas mechanics, 2000, №1, p. 152-162.
15. Warren, W.R. An Analytical and Experimental Study of Compressible Free Jets. Publ. No. 23, 885, University Microfilms, USA, 1957.
16. James M.E. Velocity profiles and eddy viscosity distributions downstream of a Mach 2.22 nozzle exhausting to quiescent air. NASA Technical Note D-3601, Langley Research Center, Hampton, VA, USA, 1966.