

УДК 531.6.011

- Тимошенко В.И.** д-р физ.-мат. наук, профессор, заместитель директора института по научной работе, Институт технической механики Национальной академии наук Украины и Государственного космического агентства Украины, Днепр, Украина, e-mail: vitymoshenko@nas.gov.ua;
- Галинский В. П.** канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник, Институт технической механики Национальной академии наук Украины и Государственного космического агентства Украины, Днепр, Украина, e-mail: Galinskiivp@gmail.com

МАРШЕВЫЕ АЛГОРИТМЫ РАСЧЕТА ТЕРМОГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ПРЯМОТОЧНЫХ ВОЗДУШНО-РЕАКТИВНЫХ ДВИГАТЕЛЯХ, ИНТЕГРИРОВАННЫХ С ЛЕТАТЕЛЬНЫМ АППАРАТОМ, С УЧЕТОМ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ЭФФЕКТОВ

Приведено описание расчетно-методического обеспечения для проведения оперативных комплексных расчетов термогазодинамических процессов в элементах прямооточного воздушно-реактивного двигателя, интегрированного с корпусом летательного аппарата, маршевыми методами в трехмерном приближении. Численное моделирование обтекания летательного аппарата с прямооточным воздушно-реактивным двигателем разбивается на четыре составляющие – обтекание наконечника и боковой поверхности корпуса летательного аппарата, расчет течения в воздухозаборном устройстве, камере сгорания, сопле и выхлопной струе, обтекающей хвостовую часть корпуса летательного аппарата. Расчет сверхзвукового обтекания корпуса летательного аппарата и течения в воздухозаборном устройстве осуществляется в невязком приближении с использованием схемы Годунова или с учетом вязкости с использованием модели «вязкого слоя». В области дозвукового течения в выходной части воздухозаборного устройства течение рассчитывается с использованием модели «узкого канала». Эта же модель используется и при расчете дозвукового неравновесного течения продуктов сгорания горючего в камере сгорания. Расчет течения в выхлопной струе осуществляется с учетом обтекания нижней хвостовой части поверхности летательного аппарата и взаимодействия струи продуктов сгорания с возмущенным набегающим потоком воздуха. В камере сгорания прямооточного воздушно-реактивного двигателя в качестве горючего используется керосин. При расчете параметров потока в камере сгорания используется двухстадийный механизм с возгоранием керосина при окислении и моделированием догорания продуктов сгорания керосина в элементарных химических реакциях для C–O–H смесей. Предлагаемая методика может быть использована на предварительном этапе проектирования прямооточного воздушно-реактивного двигателя. Использование разработанных в ИТМ НАНУ и ГКАУ математических моделей и соответствующего расчетно-методического обеспечения позволяет проводить оперативные комплексные расчеты при выборе проектных параметров летательного аппарата с прямооточным воздушно-реактивным двигателем.

Ключевые слова: летательные аппараты, прямооточные воздушно-реактивные двигатели, термогазодинамические процессы, расчетно-методическое обеспечение, маршевые алгоритмы, пространственные эффекты.

Введение

Для решения вопросов, связанных с определением проектных параметров летательного аппарата с прямооточным воздушно-реактивным двигателем используются программные комплексы, в которых реализованы конечно-разностные методы установления по времени [1]. Они являются достаточно универсальными, но требуют десятки часов для получения результатов по параметрам в отдельных элементах двигателя. В ИТМ НАНУ и ГКАУ создано

программно-методическое обеспечение, основанное на разработанных в институте маршевых алгоритмах решения уравнений газовой динамики. Это расчетно-методическое обеспечение позволяет проводить оперативные комплексные расчеты термогазодинамических процессов в элементах прямооточного воздушно-реактивного двигателя, интегрированного с корпусом летательного аппарата, при существенно меньших, вплоть до нескольких десятков минут, затратах машинного времени.

Маршевые методы могут оказаться намного более эффективными при выборе расчетных параметров на предварительном этапе проектирования прямоточного воздушно-реактивного двигателя. Методы установления целесообразно применять на этапе окончательной доводки параметров формы элементов летательного аппарата, предварительно определенных на основании расчетов маршевыми методами.

1. Формулировка задачи

Характерной особенностью летательного аппарата (ЛА), использующего в качестве силовой установки прямоточный воздушно-реактивный двигатель (ПВРД), является высокая степень интеграции планера и силовой установки. При численном моделировании процессов аэрогазодинамики таких аппаратов необходимо решать совместно целый комплекс задач [2 – 4]. В частности, в [3] обсуждаются основные аспекты формулировки комплексных математических моделей для расчета аэрогазодинамических параметров гиперзвукового летательного аппарата интегральной схемы, приводится краткое описание простейших моделей и примеров их использования, рассматривается моделирование кинетических процессов горения углеводородных топлив в камере сгорания, обсуждаются вопросы предварительной подготовки топлив для интенсификации горения, а также представлены результаты оценочных расчетов отдельных элементов и полной компоновки ЛА стилизованной формы и результаты детального расчета блока струй, истекающих из многосопловой компоновки.

Численное моделирование течения разбивается на составляющие: расчет течения вокруг носового обтекателя и фюзеляжа ЛА; расчет течения в воздухозаборном устройстве, камере сгорания и сопле с выхлопной струей. Интеграция элементов аппарата требует глубокого исследования течения с наветренной стороны поверхности носового обтекателя и в воздухозаборном устройстве. Противоречивые требования, связанные с максимальным торможением сверхзвукового потока и минимальными потерями полного давления, являются трудновыполнимыми. Поэтому вопросы проектирования формы носового обтекателя и формы канала воздухозаборного устройства являются ключевым при проектировании ПВРД.

Для расчета сверхзвуковых течений в канале воздухозаборного устройства (ВЗУ) в режиме свободного истечения и с противодавлением используются разработанные в институте маршевые алгоритмы [5, 6]. Параметры сверхзвуковых течений при внешнем обтекании носового обтекателя ЛА, во входной части ВЗУ и

сверхзвукового истечения продуктов сгорания через выходное сопло ПВРД вычисляются с использованием уравнений невязкого течения или упрощенных уравнений Навье-Стокса – уравнений «вязкого слоя», которые являются компиляцией уравнений Эйлера (невязкого течения) и уравнений пограничного слоя. Расчет течения в выхлопной струе осуществляется с учетом обтекания нижней хвостовой части поверхности ЛА и взаимодействия струи с возмущенным передней частью аппарата потоком.

Для расчета внутренних дозвуковых течений в выходной части ВЗУ, химически неравновесных течений в камере сгорания применяются уравнения типа пограничного слоя. Разработанное программно-методическое обеспечение (ПМО) дает возможность определить параметры течения в камере сгорания и исследовать влияние на поле течения таких факторов как кинетика горения, геометрия канала, коэффициент скорости и коэффициент восстановления полного давления в выходном сечении воздухозаборного устройства.

В качестве горючего в камере сгорания рассмотрено использование керосина. Горение керосина моделируется с помощью одношаговых и многошаговых кинетических моделей [7]. Получена информация о влиянии процессов перемешивания горючего на воспламенение и горение керосина в камере сгорания, исследован вопрос о влиянии догорания в выходном сопле и выхлопной струе ПВРД на параметры истечения продуктов сгорания.

2. Уравнения движения смеси газов

Для описания установившегося пространственного вязкого течения неравновесной химически-реагирующей смеси газов используются упрощенные уравнения Навье-Стокса, записанные в цилиндрической системе координат:

$$\frac{\partial r\rho u}{\partial z} + \frac{\partial r\rho v}{\partial r} + \frac{\partial r\rho w}{\partial \theta} = 0; \quad (1)$$

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial z} + \rho v \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\rho w}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \left(\frac{\mu}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) - \chi \frac{\partial p}{\partial z}; \quad (2)$$

$$\rho u \frac{\partial v}{\partial z} + \rho v \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\rho w}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{\rho w^2}{r} = \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \left(\frac{\mu}{r} \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) - \frac{1}{\chi} \frac{\partial p}{\partial r}; \quad (3)$$

$$\rho u \frac{\partial w}{\partial z} + \rho v \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\rho w}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{\rho v w}{r} = \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \left(\frac{\mu}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) - \frac{1}{\chi} \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta}; \quad (4)$$

$$\rho u \frac{\partial H_0}{\partial z} + \rho v \frac{\partial H_0}{\partial r} + \frac{\rho w}{r} \frac{\partial H_0}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\mu}{Pr} \frac{\partial H_0}{\partial r} \right) + \frac{\mu}{Pr r} \frac{1}{r} \frac{\partial H_0}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\mu}{Pr} \frac{\partial H_0}{\partial \theta} \right); \quad (5)$$

$$\rho u \frac{\partial X_k}{\partial z} + \rho v \frac{\partial X_k}{\partial r} + \frac{\rho w}{r} \frac{\partial X_k}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\mu}{Sm_k} \frac{\partial X_k}{\partial r} \right) + \frac{\mu}{Sm_k r} \frac{1}{r} \frac{\partial X_k}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\mu}{Sm_k} \frac{\partial X_k}{\partial \theta} \right) + \Delta m_k, \quad (6)$$

где u, v, w – проекции вектора скорости вдоль осей z, r, θ цилиндрической системы координат (ось z направлена вдоль корпуса аппарата, угол θ отсчитывается с наветренной стороны потока против часовой стрелки);

ρ – плотность газовой смеси;

p – статическое давление газовой смеси;

H_0 – полная энтальпия газовой смеси;

X_k – массовые концентрации компонент газовой смеси;

μ – коэффициент динамической молекулярной вязкости;

Pr, Sm – турбулентные числа Прандтля и Шмидта;

Δm_k – массовая скорость образования k -го компонента газовой смеси в единице объема при протекании неравновесных химических реакций.

Система уравнений (1) – (6) дополняется термическим и калорическим уравнениями состояния для смеси совершенных газов:

$$p = \frac{R}{m} \rho T; \quad h = \sum_{k=1}^{N_k} X_k(p, T) h_k(T), \quad (7)$$

где m – молекулярная масса газовой смеси;

R – универсальная газовая постоянная;

h_k – статическая энтальпия k -й компоненты газовой смеси.

Отличительной особенностью рассмотренных уравнений от полной системы уравнений Навье-Стокса, которые обычно используются для расчета течений вязкого газа, является отсутствие вторых производных от неизвестных функций вдоль маршевой координаты, направление которой совпадает с основным направлением течения. Вследствие этого появляется

возможность нахождения решений стационарных задач маршевыми методами, что особенно важно при расчете течений многокомпонентных реагирующих газов. Маршевые конечноразностные методы могут быть использованы для расчета сверхзвуковых течений с локальными и пристеночными дозвуковыми зонами.

3. Расчетные области. Формулировка начальных и граничных условий

Для решения задачи расчета сверхзвукового течения в окрестности носового обтекателя, в тракте ВЗУ, в сверхзвуковой части сопла, хвостового обтекателя и внешнего сверхзвукового обтекания корпуса ЛА в целом необходимо проинтегрировать систему уравнений (1) – (6), дополненную уравнениями для характеристик турбулентности при соответствующих начальных и граничных условиях. Форма расчетной области Ω и вид начальных и граничных условий зависят от решаемой задачи.

При расчете обтекания носовой части ЛА перед ВЗУ область Ω представляет собой фрагмент течения, ограниченный поверхностью обтекателя $r = B(z, \theta)$, головной ударной волной $r = S(z, \theta)$ и плоскостью начального сечения $z = z_0$. В начальном сечении, заданном на относительно небольшом расстоянии от носка обтекателя, параметры считаются равными параметрам в поле потока около конуса или параметрам обтекания затупленного носка. Задача сверхзвукового обтекания носовой части решается маршевым методом от сечения $z = z_0$ до сечения $z = z_{in}$. В результате решения этой задачи определяются распределения параметров потока во входном сечении канала ВЗУ: $u(z_{in}, r, \theta)$, $v(z_{in}, r, \theta)$, $w(z_{in}, r, \theta)$, $p(z_{in}, r, \theta)$, $H_0(z_{in}, r, \theta)$.

При расчете течения в канале ВЗУ область Ω ограничена его начальным $z = z_{in}$ и конечным $z = z_{end}$ сечениями, нижней $r = B_1(z, \theta)$ и верхней $r = B_e(z, \theta)$ поверхностями стенок канала.

При расчете течения за выходным сечением сопла фрагмент течения, ограничен снизу поверхностью хвостовой части корпуса ЛА $r = B_1(z, \theta)$ и сверху головной ударной волной $r = S(z, \theta)$, образованной при обтекании передней части ЛА. В начальном сечении этой области используются результаты расчета истечения продуктов сгорания через сопло и внешнего обтекания корпуса ЛА.

При расчете обтекания носовой и хвостовой частей ЛА в целом на внешней границе расчетной

области $r = S(z, \theta)$ в качестве граничных условий используются соотношения Рэнкина – Гюгонио. Расчет проводится с явным выделением головной ударной волны, форма поверхности которой определяется в процессе решения задачи. На всех обтекаемых поверхностях корпуса ЛА (носовая, боковая и хвостовая части) и стенках тракта ПВРД (воздухозаборник, камера сгорания, сопло) ставятся условия непротекания или прилипания – компоненты скорости равны нулю.

При формулировке граничных условий в окружном направлении используются условия симметрии течения.

4. Краткое описание алгоритма маршевого расчета

4.1. Составляющие элементы алгоритма

Для расчета преимущественно сверхзвуковых течений при решении уравнений (1) – (6) могут быть использованы маршевые конечно-разностные методы. При этом ориентированная вдоль основного направления течения координата является маршевой, а две оставшихся координаты в поперечных сечениях рассматриваются как пространственные координаты.

Для расчета сверхзвуковых течений при обтекании корпуса ЛА, в сужающейся части ВЗУ и в истекающей из выходного сопла струе используется система уравнений «вязкого слоя», которая включает уравнения типа «пограничного слоя»: уравнения (2), (4) – (6), уравнение неразрывности (1) и уравнение сохранения поперечного импульса (3) с отброшенными «вязкими» слагаемыми [5]. Это простейшая система уравнений, которая позволяет учесть как наличие скачков уплотнения в поле потока, так и его торможение при обтекании поверхностей ЛА и при смешении истекающей струи с внешним потоком.

При определении параметров дозвукового течения воздуха в ВЗУ и продуктов сгорания в камере сгорания с плавным изменением площади поперечного сечения, можно принять, что $\partial p / \partial y = 0$. Это позволяет исключить уравнение (3) из рассмотрения и использовать уравнение неразрывности (1) для определения поперечной компоненты скорости v . Таким образом, при определении параметров дозвукового течения в выходном участке ВЗУ и в камере сгорания используются уравнения (2), (4) – (6) и уравнение первого порядка – уравнение неразрывности. Это приближение представляет собой модель «узкого канала» [6, 8]. Продольный градиент давления в модели «узкого канала» определяется, исходя из краевого характера граничных условий для поперечной компоненты вектора скорости [6].

Для численного решения используются элементы алгоритма расщепления.

На первом шаге расщепления вследствие «жесткости» уравнений диффузии при протекании химических реакций используется алгоритм расщепления по физическим процессам [6, 9]. По известным значениям газодинамических параметров и массовому компонентному составу неравновесной газовой смеси в предыдущем маршевом сечении определяется неравновесный массовый состав смеси в следующем маршевом сечении в результате интегрирования системы дифференциальных уравнений, учитывающих изменение массового состава только в результате химического взаимодействия. На следующих шагах расщепления по известным газодинамическим параметрам потока в предыдущем маршевом сечении и рассчитанному массовому составу неравновесной газовой смеси определяются значения газодинамических параметров потока и массовый компонентный состав смеси в следующем сечении с учетом конвективного и диффузионного переноса.

При определении параметров течения с учетом конвективного и диффузионного переноса исходная система дифференциальных уравнений разбивается на две подсистемы: дифференциальные уравнения второго порядка и уравнения первого (уравнение неразрывности (1) и в зависимости от шага расщепления уравнение (3) или (4) с отброшенными диссипативными слагаемыми) [5, 6]. Для интегрирования каждой подсистемы используются неявные абсолютно устойчивые схемы на основе скалярной прогонки. Искомое решение на каждом маршевом слое получается в результате последовательных итераций первой и второй подсистем уравнений. Для регуляризации решения в дозвуковых областях вводится регуляризирующий множитель в слагаемые, содержащие производную от давления, и в выражение для полной энтальпии [10].

В дальнейшем для двух подсистем уравнений первого и второго порядка применяется метод расщепления по пространственным направлениям [9], в результате которого решение исходных уравнений на каждом маршевом шаге сводится к последовательному решению квазиодномерных по продольной пространственной координате уравнений.

4.2. Разностная аппроксимация уравнений второго порядка

В цилиндрической системе координат уравнения второго порядка после введения нормированной переменной $\eta = \frac{r - B(z, \theta)}{S(z, \theta) - B(z, \theta)}$ записываются в унифицированном виде:

$$a \frac{\partial f^k}{\partial z} + b \frac{\partial f^k}{\partial \eta} + c \frac{\partial f^k}{\partial \theta} + d_k f_k = \frac{1}{(S-B)} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\alpha^k \frac{\partial f^k}{\partial \eta} \right) + \frac{\alpha^k}{r} \frac{\partial f^k}{\partial \eta} + \frac{S-B}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\alpha^k \frac{\partial f^k}{\partial \theta} \right) + \delta^k (S-B), \quad (8)$$

где $a = (S-B)\rho u$; $b = \rho v_n$; $c = \frac{1}{r}(S-B)\rho w$;

$$v_n = v - (B'_z + \eta(S'_z - B'_z))u - \frac{1}{r}(B'_\theta + \eta(S'_\theta - B'_\theta))w;$$

$$\delta_u = -\lambda \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \frac{B'_z + \eta(S'_z - B'_z)}{S-B} \frac{\partial p}{\partial \eta} \right);$$

$$\delta_v = -\frac{1}{S-B} \frac{\partial p}{\partial \eta} - \frac{\rho w^2}{r};$$

$$\delta_w = -\frac{1}{r} \left(\frac{\partial p}{\partial \theta} - \frac{B'_\theta + \eta(S'_\theta - B'_\theta)}{S-B} \frac{\partial p}{\partial \eta} \right).$$

Общий вид аппроксимационных соотношений для уравнений (8) на первом шаге расщепления:

$$A^n_j f_{j+1,i}^{n-1/2} + B^n_j f_{j,i}^{n-1/2} + C^n_j f_{j-1,i}^{n-1/2} = D^n_{j,i}, \quad (9)$$

где

$$A^n_j = \frac{1}{(S_i - B_i)} \frac{1}{\Delta \eta_{j+1/2}} \left(\frac{\alpha^k_{j+1/2,i}}{\Delta \eta_{j+1}} + \frac{\alpha^k_{j,i}}{2\eta_j} \right) - \frac{b_{j,i}}{2\Delta \eta_{j+1/2}};$$

$$B^n_j = \frac{-1}{(S_i - B_i)} \frac{1}{\Delta \eta_{j+1/2}} \left(\frac{\alpha^k_{j+1/2,i}}{\Delta \eta_{j+1}} + \frac{\alpha^k_{j-1/2,i}}{\Delta \eta_j} \right) - \frac{a_{j,i}}{\Delta z};$$

$$C^n_j = \frac{1}{(S_i - B_i)} \frac{1}{\Delta \eta_{j+1/2}} \left(\frac{\alpha^k_{j-1/2,i}}{\Delta \eta_j} - \frac{\alpha^k_{j,i}}{2\eta_j} \right) + \frac{b_{j,i}}{\Delta \eta_{j+1/2}};$$

$$D^n_j = -\frac{a_j^{n-1}}{\Delta z} f_j^{n-1} - \delta^k_j (S_i - B_i).$$

Общий вид аппроксимационных соотношений на втором шаге расщепления:

$$A^\theta_i f_{j,i+1}^k + B^\theta_i f_{j,i}^k + C^\theta_i f_{j,i-1}^k = D^\theta_{j,i}, \quad (10)$$

где

$$A^\theta_{j,i} = \frac{S_i - B_i}{r_j^2} \frac{1}{\Delta \theta_{i+1/2}} \frac{\alpha^k_{j,i+1/2}}{\Delta \theta_{i+1}} - c_{j,i}^{n-1} \frac{1}{2\Delta \theta_{i+1/2}};$$

$$B^\theta_{j,i} = -\frac{S_i - B_i}{r_j^2} \frac{1}{\Delta \theta_{i+1/2}} \left(\frac{\alpha^k_{j,i+1/2}}{\Delta \theta_{i+1}} + \frac{\alpha^k_{j,i-1/2}}{\Delta \theta_i} \right) - \frac{a_{j,i}}{\Delta z};$$

$$C^\theta_{j,i} = \frac{S_i - B_i}{r_j^2} \frac{1}{\Delta \theta_{i+1/2}} \frac{\alpha^k_{j,i-1/2}}{\Delta \theta_i} + c_{j,i}^{n-1} \frac{1}{2\Delta \theta_{i+1/2}}.$$

4.3. Разностная аппроксимация уравнений «первого» порядка. Приближение «вязкого слоя»

Уравнение неразрывности в нормированных переменных с учетом уравнения состояния имеет вид:

$$\frac{\partial (S-B)ru / g(T, X_k) \cdot p}{\partial z} + \frac{\partial rpv}{\partial \eta} + \frac{\partial (S-B)\rho w}{\partial \theta} = \frac{\partial r p ((B'_z + \eta(S'_z - B'_z))u + (B'_\theta + \eta(S'_\theta - B'_\theta))w)}{\partial \eta}, \quad (11)$$

где $p/\rho = g(T, X_k)$.

На первом шаге расщепления используются уравнения:

$$\frac{\partial (S-B)ru / g(T, X_k) \cdot p}{\partial z} + \frac{\partial rpv}{\partial \eta} = \frac{\partial r p ((B'_z + \eta(S'_z - B'_z))u + (B'_\theta + \eta(S'_\theta - B'_\theta))w)}{\partial \eta}; \quad (12)$$

$$(S-B)\rho u \frac{\partial v}{\partial z} + \rho v_n \frac{\partial v}{\partial \eta} + \frac{\partial p}{\partial \eta} = -(S-B) \frac{\rho w^2}{r}. \quad (13)$$

На втором шаге расщепления используются уравнения:

$$\frac{\partial (S-B)ru / g(T, X_k) \cdot p}{\partial z} + \frac{\partial (S-B)\rho w}{\partial \theta} = 0; \quad (14)$$

$$\rho u \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\rho w}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{\rho v w}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} = 0. \quad (15)$$

После замены производных конечными разностями эти уравнения переписываются в унифицированном виде:

$$a_{1,m} f_{m+1} + b_{1,m} f_m + c_{1,m} p_{m+1} + d_{1,m} p_m = e_{1,m};$$

$$a_{2,m} f_{m+1} + b_{2,m} f_m + c_{2,m} p_{m+1} + d_{2,m} p_m = e_{2,m}, \quad (16)$$

где

$$m = 1, \dots, (M-1).$$

Здесь $f = v_{m,i}$, $p = p_{m,i}$, $m = j$, когда используются соотношения (9), (10) (на первом шаге расщепления) и $f = w_{j,m}$, $p = p_{j,m}$, $m = i$ при использовании соотношений (11), (12) (на втором шаге расщепления).

Коэффициенты $a_{k,m}, b_{k,m}, c_{k,m}, d_{k,m}, e_{k,m}$ ($k = 1, 2$) определяются через коэффициенты

$$A_j^{\eta,0}, B_j^{\eta,0}, C_j^{\eta,0}, D_j^{\eta,0}.$$

Для построения алгоритма вычисления сеточных значений функций соотношения (13) записываются для двух соседних промежутков

$[m, m+1]$ и $[m-1, m]$. После исключения из полученных таким образом четырех соотношений

p_m или f_m данную систему можно записать в виде:

$$A_m^f f_{m+1} + B_m^f f_m + C_m^f f_{m-1} = D_m^f$$

или

$$A_m^p p_{m+1} + B_m^p p_m + C_m^p p_{m-1} = D_m^p, \quad (17)$$

где $m = 1, \dots, (M-1)$.

Коэффициенты $A_m^f, B_m^f, C_m^f, D_m^f$ и $A_m^p, B_m^p, C_m^p, D_m^p$ определяются через коэффициенты $b_{k,m}, c_{k,m}, d_{k,m}$ и $e_{k,m}$ ($k = 1, 2$).

Соотношения для определения перечисленных коэффициентов на первом шаге расщепления приведены в [5, 9].

4.4. Приближение «узкого канала». Определение градиента давления

Методической основой определения градиента давления в модели узкого канала как для двумерных, так и трехмерных течений является крайовой характер граничных условий для скорости поперечного течения v_n ($v_n = 0$ при $\eta = 0$ и $\eta = 1$), которая определяется из уравнения первого порядка – уравнения неразрывности [6, 11]. В нормированных переменных уравнение неразрывности записывается в виде:

$$\frac{\partial r(B_e - B_i) \rho u}{\partial z} + \frac{\partial r \rho v_n}{\partial \eta} + \frac{\partial (B_e - B_i) \rho w}{\partial \theta} = 0. \quad (18)$$

Представим решение уравнения (2) в виде

$$u_j = u_j^0 + u_j^p \frac{\partial p}{\partial z}. \quad (19)$$

Из системы уравнений (9) для u_j^0 и u_j^p получим:

$$A_j^\eta u_{j+1}^{0,p} + B_j^\eta u_j^{0,p} + C_j^\eta u_{j-1}^{0,p} = D_j^{0,p}, \quad (20)$$

где

$$D_j^0 = -\frac{a_j^{n-1}}{\Delta z} u_j^{n-1} - \frac{\partial (B_e - B_i) \rho w^{n-1}}{\partial \theta};$$

$$D_j^p = -(B_e - B_i).$$

Проинтегрировав (18) по η от 0 до 1 и используя соотношения (19), получим соотношение для определения градиента давления $\partial p / \partial z$:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{1}{\int_0^1 r \rho u^p d\eta} \left(\int_0^1 r \rho u^{n-1} d\eta \right) - \left(\int_0^1 r \rho u^0 d\eta - I_w dz \right),$$

где

$$I_w = \int_0^1 \frac{\partial (B_e - B_i) \rho w^{n-1}}{\partial \theta} d\eta.$$

5. Иллюстрационные результаты расчетов

Были проведены тестовые расчеты обтекания ЛА с ПВРД сверхзвуковым потоком с числом Маха $M_\infty = 4,1$ под углом атаки $\alpha = 10^\circ$. На рис. 1 приведено поле изолиний продольной скорости в плоскости симметрии течения для внешнего потока около корпуса ЛА, ограниченного снизу поверхностью корпуса ЛА, а сверху – головной ударной волной.

Уступы в нижней части корпуса ЛА соответствуют: входу в канал ВЗУ в сечении $z = 1,8$ и срезу сопла в сечении $z = 5,0$. Через сопло истекает сверхзвуковая струя продуктов сгорания с числом Маха $M_j = 1,5$ и давлением на срезе сопла $p_j/p_\infty = 45$, где p_∞ – давление в набегающем потоке. На рис. 1 хорошо виден внутренний скачок, который начинается в угловой точке на корпусе ЛА и формируется в результате взаимодействия вытекающей струи продуктов сгорания с возмущенным набегающим потоком воздуха около боковой поверхности корпуса ЛА.

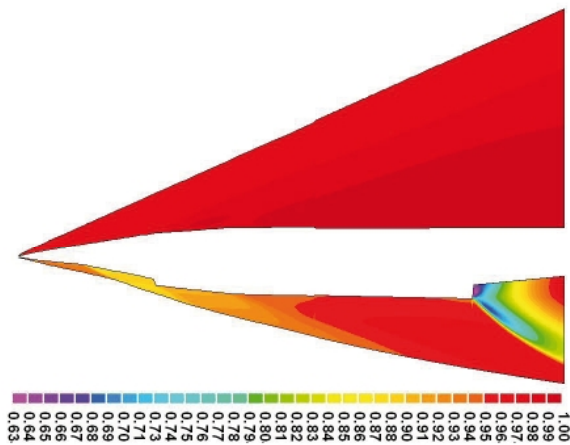


Рис. 1. Поле изолиний продольной скорости в плоскости симметрии течения

На рис. 2 показаны поля изобар p/p_∞ около корпуса ЛА в поперечных сечениях перед срезом сопла для $z=4,5$ и за срезом сопла для $z=5,5$ в области взаимодействия струи с нижней поверхностью корпуса ЛА.

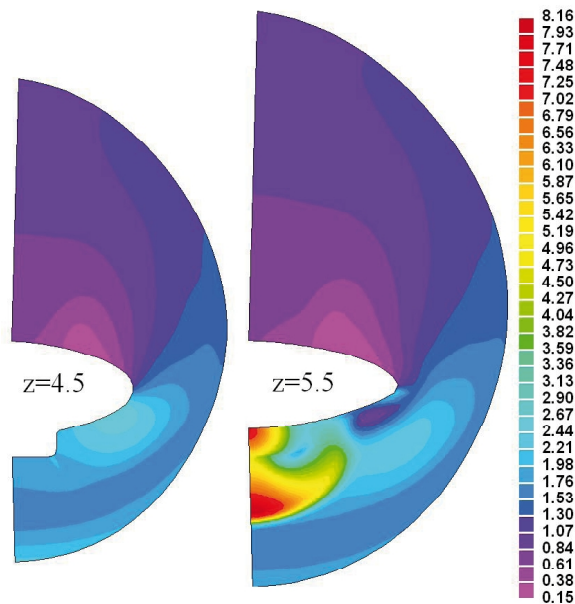


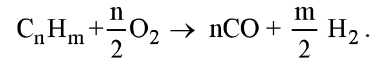
Рис. 2. Поля изобар в поперечных сечениях

На наветренной стороне потока в сечении $z=5,5$ хорошо видна область повышенного давления за внутренним скачком, распространяющимся по направлению к головной ударной волне. Уровень давления в струе и в области сжатия за внутренним скачком уменьшается в окружном направлении с ростом полярного угла θ .

В камере сгорания ПВРД в качестве горючего используется керосин. В литературе предложено множество различных упрощенных

механизмов горения керосина, в частности [12 – 14]. В [12] предложено использовать двухстадийный механизм окисления.

При расчете параметров в камере сгорания на первой стадии рассматривается реакция непосредственно возгорания керосина:



На второй стадии для моделирования кинетического механизма догорания продуктов сгорания керосина используются элементарные химические реакции для С–О–Н смесей. Набор компонентов при дальнейших реакциях в воздушном потоке:

$O_2, N_2, H_2O, CO, CO_2, O, H, H_2, OH$. Азот воздуха принимается инертной примесью.

На рис. 3 – 5 приведены изменения скорости, числа Маха, давления, температуры и концентраций кислорода, паров керосина и продуктов сгорания CO_2, H_2O вдоль средней линии камеры сгорания.

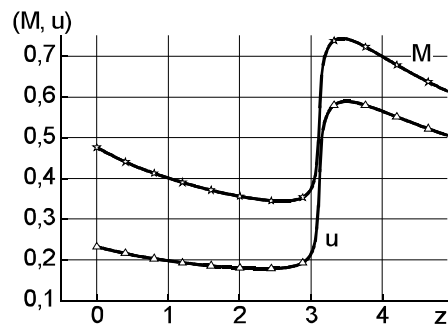


Рис. 3. Изменение скорости и числа Маха вдоль камеры сгорания

В областях до интенсивного воспламенения и после полного сгорания керосина C_8H_{18} расширение камеры сгорания приводит к уменьшению скорости и числа Маха.

Воспламенение керосина приводит к подводу тепла к дозвуковому потоку, вследствие чего возрастают число Маха, скорость и температура, а давление уменьшается.

Промежуточные компоненты CO, H_2 и другие имеются в окрестности области воспламенения и составляют менее одного процента.

Степень расширения камеры сгорания определяется величиной $\partial V_e / \partial z$, в расчетах принято $\partial V_e / \partial z = 0.0225$. При меньшем расширении подвод тепла вследствие горения приводит к звуковому «запиранию» течения в камере сгорания.

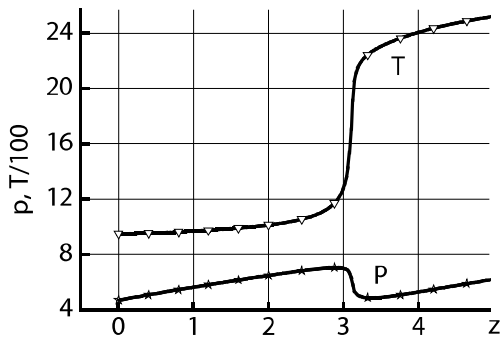


Рис. 4. Изменение температуры и давления вдоль камеры сгорания

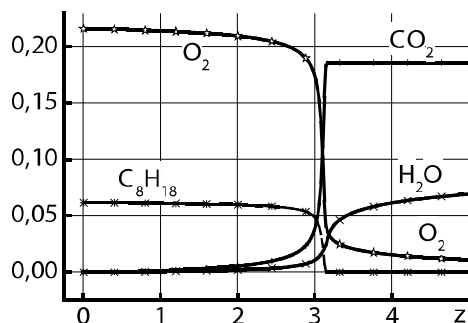


Рис. 5. Изменение концентраций компонентов вдоль камеры сгорания

Выводы

Разработаны маршевые алгоритмы для проведения оперативных комплексных расчетов пространственных течений около корпуса ЛА и термогазодинамических процессов в элементах интегрированного с корпусом ПВРД (воздухозаборник, камера сгорания, сопло истечения продуктов сгорания). Использование предложенной расчетной методики дает возможность существенно уменьшить время проектных расчетов, что особенно важно на этапе предварительного определения параметров функционирования ПВРД, интегрированного с корпусом ЛА.

Работа выполнена за счет финансирования по бюджетной программе «Поддержка развития приоритетных направлений научных исследований» (КПКВК 6541230).

Литература

1. Жуков В. Т. Исследование картины течения в модельном тракте двигателя высокоскоростного летательного аппарата [Текст] / В.Т.Жуков, К.В.Мануковский., Н.Д.Новикова, Ю.Г.Рыков, О.Б.Федоритова // Препринт ИПМ им. М. В. Келдыша. – 2015. – № 5. – 23 с. URL http://keldysh.ru/papers/2015/prep2015_05.pdf.
2. Тимошенко В. И. Использование гиперзвуковых технологий при создании перспек-

тивных транспортных космических систем [Текст] / В. И. Тимошенко, В. П. Гусынин // Космическая наука и технологии. – 1999. – Т. 5, № 1. – С. 87 – 107.

3. Тимошенко В. И. Концептуальные вопросы математического моделирования процессов аэрогазотермодинамики гиперзвукового летательного аппарата с прямоточным воздушно-реактивным двигателем [Текст] / В. И. Тимошенко, И. С. Белоцерковец, В. П. Галинский // Аэрогидродинамика: проблемы и перспективы: сб. науч. трудов. – Харьков : Нац. аэрокосмический ун-т «Харьк. Авиаци. ин-т», 2006. – Вып. 2. – С. 161 – 181.

4. Timoshenko V. I. Problems of providing completeness of the methane-containing block-jet combustion in a rocket ramjet engine's combustion chamber [Text] / Timoshenko V. I., I. S. Belotserkovets, V. P. Gusinin // Acta Astronautica. – 2009. – Vol. 65, no. 9-10. – P. 1231 – 1237.

5. Тимошенко В. И. Маршевый расчет течения при взаимодействии сверхзвуковой турбулентной струи со спутным ограниченным дозвуковым потоком [Текст] / В. И. Тимошенко, И. С. Белоцерковец // Вісник Дніпропетровського університету. – 2008. – Т. 1, Вып. 1. – С. 15 – 23.

6. Тимошенко В. И. Газовая динамика высокотемпературных технологических процессов [Текст] / В. И. Тимошенко // Днепропетровск : Институт технической механики НАНУ и НКАУ, 2003. – 460 с.

7. Choi J. Y. A Quasi Global Mechanism of Kerosene Combustion for Propulsion [Text] / J. Y. Choi // 47th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit 31 July - 03 August 2011, San Diego, California/AIAA-2011-5853.pdf.

8. Рогов Б. В. Обзор моделей вязких внутренних течений [Текст] / Б. В. Рогов, И. А. Соколова // Математическое моделирование. – 2002. – Т. 14, № 1. – С. 87 – 96.

9. Ковеня В. М. Применение метода расщепления в задачах газовой динамики [Текст] / В. М. Ковеня, Г. А. Тарнавский, С. Г. Черный. – М. : Наука, 1981. – 304 с.

10. Родионов А. В. Новый маршевый метод расчета струй продуктов сгорания [Текст] / А. В. Родионов // Журн. выч. мат. и матем. физики. – 2002. – Т. 42, № 9. – С. 1413 – 1424.

11. Тимошенко В. И. Однородный алгоритм расчета течения вязкой сверхзвуковой струи в затопленное пространство [Текст] / В. И. Тимошенко // Техническая механика. – 2019. – № 1. – С. 16 – 24.

12. Westbrook Ch. K. Chemical kinetic modeling of hydrocarbon combustion [Text] /

Ch. K. Westbrook, F. L. Dryer // Prog. Energy Combust. Sci. – 1984. – Vol. 10. – P.1 - 57.

13. Галицейский К. Б. Моделирование догорания высокоскоростных турбулентных струй [Текст] / К. Б. Галицейский // Физика горения и взрыва. – 2006. – Т. 42, № 2. – С. 3 – 9.

14. Термодинамические и теплофизические свойства продуктов сгорания: справочник [Текст] / В. Е. Алемасов, А. Ф. Дрегагин, А. П. Тишин, В. А. Худяков; под ред. В. П. Глушко. – М. : Изд-во АН СССР, 1971. – Т. 1. – 695 с.

Поступила в редакцию 26.06.2019

В.І. Тимошенко, В.П. Галинський. Маршові алгоритми розрахунку термогазодинамічних процесів у прямооточних повітряно-реактивних двигунах, що інтегровані з літальним апаратом, з урахуванням просторових ефектів

Наведено опис розрахунково-методичного забезпечення для проведення оперативних комплексних розрахунків термогазодинамічних процесів в елементах прямооточного повітряно-реактивного двигуна, інтегрованого з корпусом літального апарату, маршовими методами у тривимірному наближенні. Чисельне моделювання обтікання літального апарату з прямооточним повітряно-реактивним двигуном розбивається на чотири складові - обтікання наконечника і бічної поверхні корпусу літального апарату, розрахунок течії в повітряозбірнику, камері згорання, соплі і вихлопному струмені, який обтікає хвостову частину корпусу літального апарату. Розрахунок надзвукового обтікання корпусу літального апарату і течії в повітряозбірнику здійснюється в невязкому наближенні з використанням схеми Годунова або з урахуванням вязкості з використанням моделі «вузького шару». В області дозвукової течії у вихідній частині повітряозбірного пристрою течія розраховується з використанням моделі «вузького каналу». Ця ж модель використовується і при розрахунку дозвукової нерівновагової течії продуктів згорання пального в камері згорання. Розрахунок течії у вихлопному струмені продуктів згорання пального здійснюється з урахуванням обтікання нижньої хвостової частини поверхні літального апарату і взаємодії струменя продуктів згорання зі збуреним потоком повітря, що набігає. У камері згорання прямооточного повітряно-реактивного двигуна в якості пального використовується гас. При розрахунку параметрів потоку в камері згорання використовується двостадійний механізм із загоранням гасу при окисненні і моделюванням догорання продуктів згорання гасу в елементарних хімічних реакціях для С-О-Н сумішей. Запропонована методика може бути використана на попередньому етапі проектування прямооточного повітряно-реактивного двигуна. Використання розроблених в ТМ НАНУ і ДКАУ математичних моделей і відповідного розрахунково-методичного забезпечення дозволяє проводити оперативні комплексні розрахунки при виборі проектних параметрів літального апарату з прямооточним повітряно-реактивним двигуном.

Ключові слова: літальні апарати, прямооточні повітряно-реактивні двигуни, термогазодинамічні процеси, розрахунково-методичне забезпечення, маршові алгоритми, просторові ефекти.

V.I. Tymoshenko, V.P. Galinskii. March algorithms for the calculation of thermal and gas dynamic processes in ramjet of aircraft with account of spatial effects

A description of the calculation and methodological support for carrying out operational complex calculations of thermogasdynamic processes in the elements of a ramjet engine integrated with the body of the aircraft, by marching methods in a three-dimensional approximation is given. Numerical simulation of the flow around an aircraft with a ramjet engine is broken down into four components: flow around tip and side surface of an aircraft body, calculation of the flow in the air intake device, the combustion chamber, the nozzle and the exhaust jet flowing around the tail section of the aircraft body. The supersonic flows around the body of the aircraft and the flow in the intake device are calculated in the non-viscous approximation using the Godunov scheme or taking into account the viscosity using the "viscous layer" model. The current is calculated using the "narrow channel" model in the region of subsonic flow in the outlet part of the air intake device. The same model is used in the calculation of subsonic no equilibrium flow of combustion products in the combustion chamber. The flow in the exhaust jet is calculated taking into account the flow past the lower tail section of the aircraft and the interaction of the jet of combustion products with a disturbed mainstream air. Kerosene is used as a fuel in the combustion chamber of a ramjet engine. A two-stage mechanism is used with kerosene ignition during oxidation and modeling of the burning of kerosene combustion products in elementary

chemical reactions for C–O–H mixtures when calculating the flow parameters in the combustion chamber. The proposed technique can be used at the preliminary design stage of a ramjet. The use of mathematical models developed at the ITM of NASU and SSAU and the corresponding computational and methodological support allows carrying out operational complex calculations when choosing the design parameters of an aircraft with a ramjet engine.

Keywords: *aircraft, ramjet, thermogasdynamic processes, calculation and methodological support, march algorithms, spatial effects.*

References

1. Zhukov V. T., Manukovskij K. V., Novikova N. D., Rykov Ju. G., Fedoritova O. B. Issledovanie kartiny techenijav model'nom trakte dvigatelja vysokoskorostnogo letatel'nogo apparata [Study of the current pattern in the model tract of a high-speed aircraft engine]. Preprint IPM im. M.V.Keldysha, 2015, no.5, 23 p.[in Russian]
URL http://keldysh.ru/papers/2015/prep2015_05.pdf.
2. Timoshenko V.I., Gusynin V.P. Ispol'zovanie giperzvukovyh tehnologij pri sozdanii perspektivnyh transportnyh kosmicheskikh sistem [The use of hypersonic technology in the creation of advanced transport space systems]. Kosmicheskaja nauka i tehnologii, 1999, vol. 5, no. 1, pp. 87 – 107 [in Russian].
3. Timoshenko V. I., Belocerkovec I. S., Galinskij V. P. Konceptual'nye voprosy matematicheskogo modelirovanija processov ajerogazotermodinamiki giperzvukovogo letatel'nogo apparata s prjamotochnym vozdušno-reaktivnym dvigatelem [Conceptual issues of mathematical modeling of processes of aerogasothermodynamics of a hypersonic aircraft with a ramjet engine]. Ajerogid-rodinamika: problemy i perspektivy: sb. nauch.trudov. – Har'kov : Nac.ajerokosmicheskij un-t «Har'k. Aviac. in-t» Publ., 2006, vol. 2, pp.161 – 181 [in Russian].
4. Timoshenko V. I., Belotserkovets I. S., Gusinin V. P. Problems of providing completeness of the methane-containing block-jet combustion in a rocket ramjet engine's combustion chamber. Acta Astronautica, 2009, vol. 65, no. 9-10, pp.1231 – 1237 [in English].
5. Timoshenko V.I., Belocerkovec I.S. Marshevyy raschet techenija pri vzaimodejstvii sverhzvukovoj turbulentnoj strui so sputnym ogranichenym dozvukovym potokom [Marching flow calculation in the interaction of a supersonic turbulent jet with a confluent subsonic flow]. Visnyk Dnipropetrovs'kogo universy'tetu. Mexanika, 2008, vol.1, no.1, pp.15 – 23 [in Russian].
6. Timoshenko V. I. Gazovaja dinamika vysokotemperaturnyh tehnologicheskikh processov [Gas dynamics of high-temperature technological processes]. Dnepropetrovsk : Institut tehnichej mehaniki NANU i NKAU Publ., 2003, 460 p.[in Russian].
7. Choi J. Y. A Quasi Global Mechanism of Kerosene Combustion for Propulsion. 47th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit 31 July - 03 August 2011, San Diego, California/AIAA-2011-5853.pdf [in English].
8. Rogov B.V., Sokolova I.A. Obzor modelej vjazkih vnutrennih techenij [Overview of viscous internal flow patterns]. Matematicheskoe modelirovanie, 2002, vol. 14, no. 1, pp. 87 – 96 [in Russian].
9. Kovenja V.M., Tarnavskij G.A., Chernyj S.G. Primenenie metoda rasshhepleniya v zadachah gazovoj dinamiki [Application of the splitting method in problems of gas dynamics]. – M.: Nauka Publ., 1981, 304 p.[in Russian].
10. Rodionov A. V. Novyy marshevyy metod rascheta struj produktov sgoranija [New marching method of calculating the jets of products of combustion]. Zhurn.vych.mat.i matem.fiziki, 2002, vol.42, no.9, pp.1413 – 1424 [in Russian].
11. Timoshenko V.I. Odnorodnyj algoritm rascheta techenija vjazkoj sverhzvukovoj strui v zatoplennoe prostranstvo [Homogeneous algorithm for calculating the flow of a viscous supersonic jet into a submerged space]. Tehniceskajamehanika, 2019, no.1, pp.16 – 24 [in Russian].
12. Westbrook Ch. K., Dryer F. L. Chemical kinetic modeling of hydrocarbon combustion. Prog. Energy Combust.Sci., 1984, vol.10, pp.1 – 57 [in English].
13. Galicejskij K. B. Modelirovanie dogoranija vysokoskorostnyh turbulentnyh struj [Simulation of burnout of high-speed turbulent jets]. Fizika gorenijai vzryva, 2006, vol.42, no.2, pp.3 – 9 [in Russian].
14. Alemasov V. E., Dregalin A. F., Tishin A.P., Hudjakov V.A. Termodinamicheskie i teplofizicheskie svojstva produktov sgoranija: spravochnik [Thermodynamic and thermophysical properties of combustion products: a handbook] / Pod red. V.P.Glushko. – M.: Izd-vo AN SSSR Publ., 1971, vol.1, 695 p.[in Russian].