

УДК 621.548

М.П.Кузнєцов, канд.фіз.-мат.наук (Ін-т відновлюваної енергетики НАН України, Київ)

## Стохастичні моделі роботи енергосистеми, яка містить вітрові електростанції

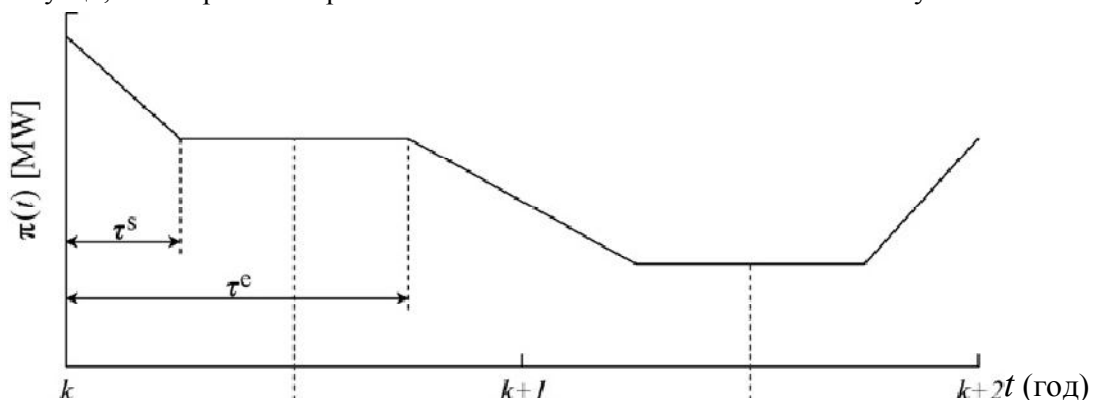
Робота енергосистеми супроводжується рядом випадкових факторів, що стосуються поточного рівня споживання енергії, збоїв у роботі обладнання та відключень генеруючих потужностей. Наявність вітрових електростанцій у складі енергосистеми вносить додатковий фактор невизначеності. Математична модель на базі стохастичних диференційних рівнянь дозволяє спрогнозувати параметри роботи енергосистеми з урахуванням зазначених факторів. Для подальшого дослідження моделі можливе застосування аналітичних підходів; використання методів Монте-Карло для симуляції стохастичних процесів проілюстровано на прикладі дослідження роботи Північного енергетичного пулу (КТН, Стокгольм).

Работа энергосистемы сопровождается рядом случайных факторов, касающихся текущего потребления энергии, сбоев в работе оборудования и отключений генерирующих мощностей. Наличие ветровых электростанций в составе энергосистемы вносит дополнительный фактор неопределенности. Математическая модель на базе стохастических дифференциальных уравнений позволяет спрогнозировать параметры работы энергосистемы с учетом указанных факторов. Для дальнейшего исследования модели возможно применение аналитических подходов; использование методов Монте-Карло для симуляции стохастических процессов показано на примере изучения работы Северного энергетического пула (КТН, Стокгольм).

**Вступ. Забезпечення балансу енергосистеми.** Практичне вирішення задач забезпечення енергобалансу в енергосистемах неможливе без урахування випадкового характеру як споживання енергії, так і її генерування. Використання енергії вітру накладає додаткові вимоги до потреб балансування генерованої потужності в реальному часі через стохастичний характер вітрової енергетики. Коректне моделювання роботи енергосистеми та визначення можливих рівнів дисбалансу важливі як для операторів системи, так і для виробників та споживачів, які зацікавлені в стабільності роботи енергосистеми. Особливо це стосується обмежених чи автономних систем.

Моделювання роботи енергосистеми можливе на різних часових масштабах – помісячно, щодобово, погодинно. Оскільки можуть виникнути аварійні ситуації, коли прийняття рішень на пого-

динній основі недостатньо, важливо виконувати передбачення роботи енергосистеми в режимі неперервного часу. Тут можливе моделювання на основі стохастичних диференційних рівнянь. Приклад такого моделювання наведено, зокрема, в роботі [1] стосовно так званого Північного енергетичного пулу (Норвегія, Швеція, Фінляндія). Що стосується економічної сторони питання, часовий масштаб має узгоджуватися з умовами енергетичного ринку. Так, для Північного пулу характерне погодинне планування з відповідним укладанням контрактів. Швидкість реагування енергосистеми оцінюється як півгодинна – введення (виведення) додаткових потужностей починається за 15 хвилин до зазначеного часу і закінчується через 15 хвилин. Така модель (рис. 1) потребує наявності прогнозу на дві години вперед та особливого математичного опису.



1. Модель погодинного регулювання генеруючих потужностей [1].

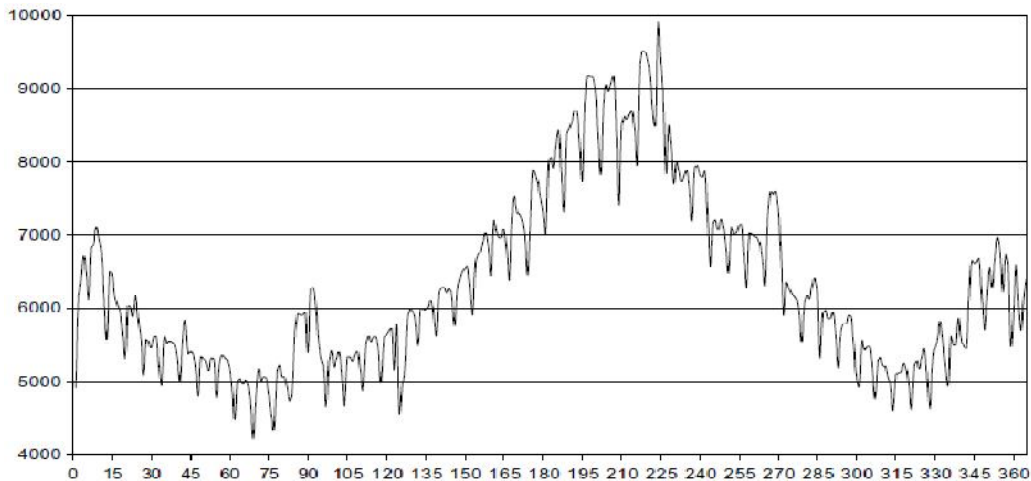


Рис. 2. Приклад річного споживання електроенергії для острівної енергосистеми [2].

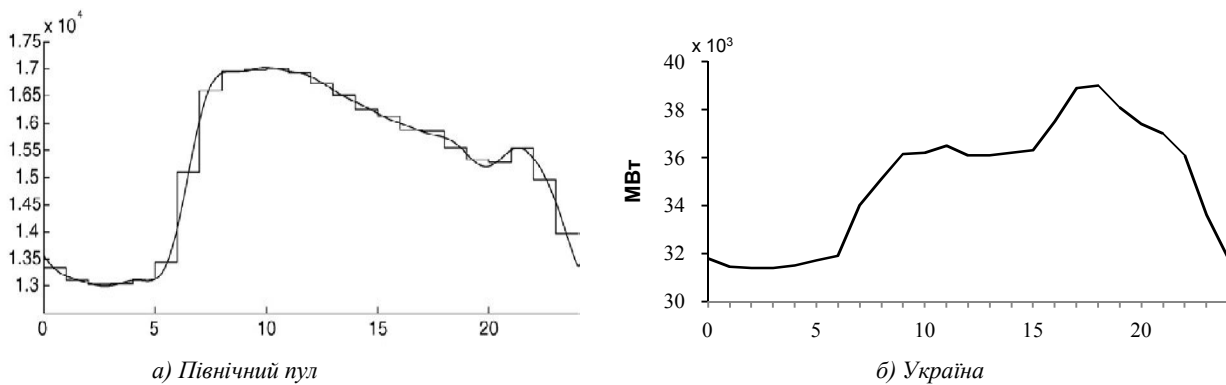


Рис. 3. Приклади погодинної зміни навантаження на енергосистему [1, 3].

Споживання електроенергії також може бути непередбачуваним, при наявності певних тенденцій. При цьому періодичність може бути сезонною, тижневою тощо (рис. 2).

Очевидно повинна спостерігатись певна річна та добова циклічність споживання енергії, в силу специфіки суспільного функціонування. Приклади добового режиму навантажень наведено на рис. 3.

Вимога щодо поточного балансування виробництва та споживання електроенергії може бути сформульована як різниця (в мегаватах) між механічним виробництвом енергії  $P(t)$  і електричним навантаженням  $L(t)$ :

$$D(t) = P(t) - L(t). \quad (1)$$

Під механічним виробництвом розуміється механічна потужність турбін в електрогенеруючій системі. Слід зазначити, що електрична енергія (на виході генераторів) завжди має дорівнювати споживанню, виходячи із закону збереження енергії. Різниця між механічною та електрич-

ною потужностями покривається за рахунок зміни рівня корисної дії генеруючих пристроїв. Фактичне механічне виробництво енергії, з урахуванням непередбачених зупинок обладнання, але за винятком частотного регулювання, прийнято називати базовим виробництвом, а відповідне споживання – базовим навантаженням. Під балансом енергії (1) розуміється моделювання різниці базових величин.

Зауважимо, що виробництво електроенергії має контрольовану складову, тобто традиційні генеруючі станції (теплові, гідро- чи атомні станції) та неконтрольовану – в даному випадку вітрові станції.

Пропоновані в [1] моделі базуються на наступних припущеннях:

- виробництво вітрової енергії не залежить від базового навантаження;
- виробництво енергії вітру не змінюється стрибком, тобто вітростанції працюють надійно і не відключаються від мережі, або обладнані віт-

роустановками невеликої потужності, і ймовірністю одночасної зупинки декількох установок можна знехтувати;

- виробництво електроенергії (за винятком вітрової) відбувається за погодинним графіком (це припущення формує часовий горизонт прийняття рішень).

**Моделювання електричного навантаження.** Базове навантаження  $L(t)$  моделюється як сума функцій, що представляють середні значення навантажень і певний стохастичний процес:

$$L(t) = \mu(t) + X(t), \quad t \geq 0. \quad (2)$$

Середнє значення  $\mu(t)$  приймає позитивні раціональні значення і визначає неперервну зміну базового навантаження, імітуючи його типові характеристики. Стохастичний процес  $X(t)$  вибирається у відповідності з наступними припущеннями:

- відповідно до центральної граничної теореми  $L(t)$  має нормальний розподіл, оскільки відповідає сумі значної кількості різних навантажень (споживачів) у системі. Отже, функція  $X(t)$  також повинна бути розподілена нормально;

- величина  $L(t)$  не може зростати протягом тривалого часу і має швидко повертатися до певного середнього значення.

Виходячи з таких припущень, випадкова складова  $X(t)$ , що визначає девіацію функції навантажень, має задовольняти стохастичному диференційному рівнянню типу Орнштейна-Уленбека:

$$dX(t) = -\alpha X(t)dt + \sigma dB(t), \quad (3)$$

де  $B(t)$  є вінерівським процесом (за іншою термінологією – броунівським рухом).

Коефіцієнт  $\alpha$  визначає швидкість повернення до середнього значення,  $\sigma$  характеризує розмах відхилень, які мають нормальний розподіл, і приймається постійною для досліджуваного періоду [4].

Розв'язок стохастичного диференційного рівняння може бути знайдено за формулою Іто, результат має вигляд як для звичайного диференційного рівняння:

$$X(t) = e^{-\alpha t} \left[ X(0) + \int_0^t \sigma e^{\alpha s} dB(s) \right], \quad (4)$$

де  $X(0)$  – початкове значення відхилення базового навантаження від середнього значення, а інтеграл взято в трактовці Іто.

Таким чином, досліджувана функція навантаження  $L(t)$  має бути розв'язком стохастичного диференційного рівняння:

$$dL(t) = \left\{ \frac{d\mu(t)}{dt} + \alpha[\mu(t) - L(t)] \right\} dt + \sigma dB(t). \quad (5)$$

Описаний стохастичний процес із певними числовими параметрами стосується всієї енергосистеми і є одновимірним. У випадку, якщо окремі частини енергосистеми можуть бути виділені в самостійні підсистеми, що мають різні властивості, проте пов'язані спільною електромережею і взаємним впливом, аналогічним чином можна визначити багатовимірний процес, розглядаючи рівняння (3) як векторне. Приклад тривимірного процесу наведено в роботі [4]:

$$d \begin{pmatrix} \alpha_1 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_2 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_t^{(1)} \\ X_t^{(2)} \\ X_t^{(3)} \end{pmatrix} dt + \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix} d \begin{pmatrix} B_t^{(1)} \\ B_t^{(2)} \\ B_t^{(3)} \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Тут три підсистеми стосуються енергосистем Норвегії, Швеції та Фінляндії, пов'язаних у Північний пул. Розв'язок (6) має вигляд:

$$X_t^{(i)} = e^{-\alpha_i t} \left( X_0^{(i)} + \sum_{j=1}^3 \sigma_{ij} \int_0^t e^{\alpha_j s} dB_s^{(j)} \right). \quad (7)$$

Аналогічний підхід може бути поширений на довільну кількість підсистем. Це так званий тривимірний процес Орнштейна-Уленбека, який має бути стаціонарним, гаусівським та неперервним по ймовірності.

Елементи матриці  $\alpha$  характеризують темп відновлення середнього значення: при  $\alpha \rightarrow 0$  стохастичний процес перетворюється на броунівський рух, а при  $\alpha \rightarrow \infty$  стає детермінованим. Елементи матриці  $\sigma$  визначають кореляцію окремих підсистем.

Що стосується функції середніх значень  $\mu(t)$ , її можна визначити різними способами. Зокрема, в роботах [1, 4] пропонується наступний підхід. Враховуючи, що база статистичних даних про роботу енергосистеми є обмеженою і містить не поточну потужність споживання, а значення спожитої за певний період енергії (наприклад, погодинно), то природно змоделювати інтеграл від

функції навантажень, а потім шляхом диференціювання апроксимаційної функції можна знайти вираз для власне функції середніх навантажень. Для апроксимації можна, зокрема, використати наближення тригонометричними функціями, в залежності від вигляду графіка навантажень (рис. 3).

Отже, розглядається інтеграл:

$$S(T) = \int_0^T L(t)dt = \int_0^T [\mu(t) + X(t)]dt, \quad (8)$$

де  $T$  – часовий проміжок, у межах якого визначається споживання енергії.

Інтеграл  $\int_0^T \mu(t)dt$  може бути апроксимований

тригонометричним рядом чи поліномом, коефіцієнти якого визначаються співставленням із фактичними даними за певний період, з використанням якогось із числових методів, наприклад, мінімізації середньоквадратичної похибки.

Щодо фактичних даних, загальна база даних про споживання енергії складається здебільшого з погодинних значень. Оскільки споживання енергії має чітко виражену добову циклічність, логічно всі дані загальною кількістю  $N$  (для річної бази  $N = 8760$ ) розбити на  $M$  відрізків довжиною  $K = 24$ . Тоді споживання енергії буде задаватися  $N$  значеннями  $l_{ij}$ , де  $i=1, \dots, M$  – номер доби;  $j=1, \dots, K$  – година доби. Знайшовши осереднені по індексу  $i$  значення  $l_j$  та прирівнявши до них відповідні значення  $\mu_j$ :

$$l_j = \frac{1}{M} \sum_i \sum_n l_{i,n}; \quad \mu_j = \int_0^{t_j} \mu(t)dt, \quad (9)$$

можемо перейти до визначення параметрів апроксимуючої  $\mu_j$  функції.

Для оцінки інших параметрів математичної моделі зручно використовувати інтеграл (8). Інтегрування по частинах за правилом Іто з урахуванням (6) дає вираз [4]:

$$S(t) = \int_0^t \mu(t)dt + \frac{1}{\alpha} [X(0)(1 - e^{-\alpha T}) + e^{-\alpha T} \sigma \int_0^t (e^{\alpha T} - e^{\alpha t}) dB(t)]. \quad (10)$$

Апроксимація першої складової виразу в правій частині описана вище і стосується детерміно-

ваної складової. Для оцінки параметрів  $\alpha$  та  $\sigma$  у стохастичній складовій виразу (10) зручно використовувати варіацію (дисперсію) даного виразу (у багатовимірному випадку мова йде також про коваріації недиагональних членів матриці  $\sigma$ ) [4]:

$$\text{Var}[S(T)] = \frac{\sigma^2}{2\alpha} [T - \frac{1}{\alpha} (1 - e^{-\alpha T})]. \quad (11)$$

Порівнюючи праву частину (11) із числовими значеннями дисперсій множини  $l_{ij}$  по індексу  $i$  для двох значень  $T$  (наприклад,  $t_1$  та  $t_K$  при  $j=1, K$ ), отримуємо трансцендентні рівняння для визначення  $\alpha$  та  $\sigma$ . Підставивши отримані значення у (4), а потім разом із  $\mu(t)$  у (2), з урахуванням відомих властивостей броунівського руху отримуємо математичну модель стохастичного процесу, що описує випадковий характер споживання електроенергії (базового навантаження) в енергосистемі. Для симулювання стохастичної складової в такій моделі використовується метод Монте-Карло.

Описана математична модель дає уявлення про інтегральні характеристики та розмах флуктуацій рівня споживання енергії. При цьому похибка розрахунку не визначається. Однак для організації роботи енергосистеми важливо мати більш точний короткотерміновий прогноз. Для цього використовуються різні методи прогнозування. Це здебільшого статистична обробка фактичних результатів роботи енергосистеми в попередній період (наскільки доступні ці дані) та інші підходи [5]. Стохастичний процес, на який накладено певний прогноз, є процесом із обмеженнями. Суто математично такий процес не є марківським, і застосування методу Монте-Карло не буде коректним. Строгий підхід вимагає моделювання множини реалізацій випадкового процесу та виключення тих реалізацій, що не задовольняють вимогам прогнозу. Такий підхід є досить трудомістким. Отже, більш точні прогнози, отримані різними методами, можна використовувати для організації роботи енергосистеми в певному часовому проміжку. А стохастична модель зображує інтегральні характеристики та флуктуації в режимі неперервного часу і добре слугує для оцінки ризиків та характеристик розподілу споживання як випадкової величини.

**Моделювання виробництва вітрової електроенергії.** Як зазначалось вище, генерована енергія визначається контрольованою (традиційною) складовою  $Q(t)$  та неконтрольованою (в даному випадку – вітровою) потужністю  $W(t)$ :

$$P(t) = Q(t) + W(t). \quad (12)$$

Складність моделювання вітрової складової  $W(t)$  обумовлюється як випадковим характером енергоносія (вітру), так і нелінійним характером перетворення вітрової енергії в електричну, який вносить додаткову невизначеність через особливості роботи вітроелектричних установок в різних кліматичних умовах.

Стосовно самої вітрової енергії слід зазначити, що її розподіл як випадкової величини не є симетричним; відповідно, виробництво електроенергії вітростанціями також має несиметричний розподіл. Розподіл швидкості вітру здебільшого описують функцією Вейбула. Однак за наявності певної специфіки у поведінці вітру пропонуються також інші види представлення функції щільності розподілу швидкості вітру по градаціях – розподіл Релея (найпростіша форма), експоненційний розподіл за методом максимуму ентропії, комбінування нормального розподілу та поліномів Чебишева, нормального та Вейбулового розподілів тощо [6].

Потужність ВЕС обмежена певною величиною, яка дорівнює номінальній (установленій) потужності  $W_m$  незалежно від сили вітру, вона має певний коливальний (зворотній у середньому) ха-

рактер. Однак добова циклічність не виражена так явно, як у випадку споживання енергії (рис. 4) [7].

Вироблена вітроустановкою енергія визначається як інтеграл Рімана-Стільтьєса стосовно інтегральної функції розподілу  $F(t)$ , або звичайного інтеграла Рімана при наявності неперервної диференційної функції розподілу  $f(t)$ :

$$E(T) = T \int_0^{\infty} P(v) dF(v) = T \int_0^{\infty} P(v) f(v) dv, \quad (13)$$

де  $P(v)$  – характеристика залежності потужності вітроустановки від швидкості вітру;  $T$  – часовий проміжок, стосовно якого визначено функцію розподілу.

Поточна потужність ВЕС може розглядатися як стохастичний процес  $W(t) = W(t, \omega)$  на певному імовірнісному просторі, де  $t$  – параметр, що в даному випадку означає час, а  $\omega$  – окрема подія з імовірнісного простору. Тоді вироблена за певний час енергія визначатиметься інтегруванням  $W(t)$  по цьому часовому проміжку. При фіксованому значенні  $\omega$  ми матимемо певну реалізацію (або траєкторію процесу)  $w(t)$  як детерміновану функцію часу. Якщо ж фіксувати певні значення часу  $t_1, \dots, t_n$ , отримаємо багатовимірну випадкову величину  $w(t_1, \omega), \dots, w(t_n, \omega)$  зі скінченно-вимірним розподілом. Окремі одновимірні розподіли мають єдину ймовірнісну міру згідно теореми Колмогорова про узгоджені розподіли і однозначно визначають розподіл процесу  $W(t, \omega)$  [8].

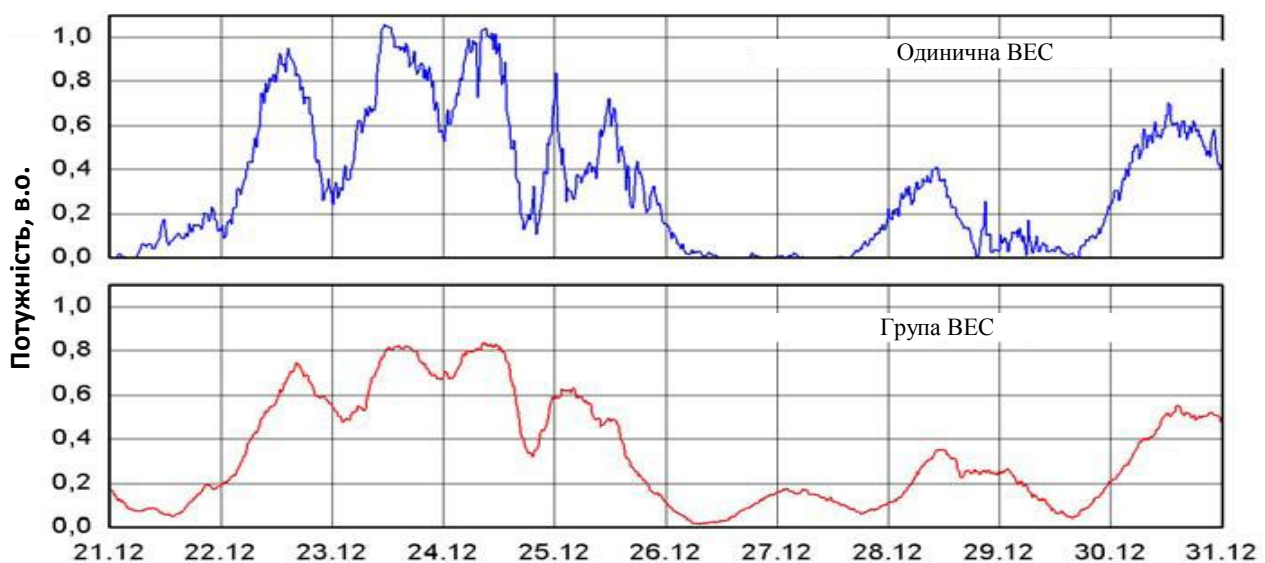


Рис. 4. Приклади коливань потужності ВЕС упродовж декади [7].

Оскільки для визначення параметрів математичної моделі необхідно користуватися фактичними даними, представимо базу даних щодо фактичної роботи ВЕС у вигляді погодинного набору значень виробленої енергії (енергія, спожита протягом години і визначена у кіловат-годинах, чисельно дорівнює середній потужності у кіловатах). Така база даних може бути оформлена у вигляді двовимірного масиву  $w_{i,j}$ , де  $i=1, \dots, M$  – номер доби;  $j=1, \dots, K$  – година доби, аналогічно тому, як це зроблено стосовно споживання енергії  $l_{i,j}$ . Тоді індекс  $i$  можна розглядати як номер реалізації (траєкторії процесу), а  $j$  – параметр часу. В межах години окреме значення енергії визначається інтегралом (12) з використанням розподілу Вейбула чи йому подібного. Однак осереднення по масиву реалізацій аналогічно до формул (9) має приводити до тих же величин. Адже таке осереднення по множині реалізацій при граничному переході відповідає інтегралу Лебега-Стільтьєса по ймовірнісній мірі. Як сказано вище, ця міра є єдиною для стохастичного процесу, і для неперервних функцій  $P(v)$ ,  $f(t)$  інтеграл Лебега-Стільтьєса співпадає з інтегралом Рімана [8]. Разом з тим розподіл по реалізаціях не співпадатиме із розподілом по часовому інтервалу (типу Вейбула), і при наявності значної бази даних буде наближатися до нормального у відповідності до центральної граничної теореми.

В роботі [1] для моделювання стохастичного процесу виробітку вітрової електроенергії пропонується логарифмічно-нормальний розподіл:

$$W(t) = e^{\omega(t)+U(t)}, \quad (14)$$

де  $\omega(t)$  – алгебраїчна функція, що представляє середнє значення логарифму від величини виробленої ВЕС енергії, а  $U(t)$  є стохастичним процесом Орнштейна-Уленбека і описується рівняннями типу (3), (4) аналогічно тому, як це зроблено для моделювання навантажень.

**Моделювання контрольованого виробництва електроенергії.** Аналогічно до попередніх складових енергобалансу, чисте (без урахування вітростанцій) базове виробництво енергії моделюється у вигляді суми алгебраїчної функції та стохастичного процесу:

$$Q(t) = \pi(t) + Y(t), \quad t \geq 0, \quad (15)$$

де  $\pi(t)$  – планова продуктивність генеруючих потужностей;  $Y(t)$  – стохастичний процес, що відображає непередбачувані відключення виробників енергії.

Щодо  $\pi(t)$  можна зробити наступні зауваження: ця функція не є середнім значенням  $Q(t)$ , оскільки відхилення  $Q(t)$  від  $\pi(t)$  можуть бути лише від'ємними, адже  $Y(t)$  відображає непередбачуване зменшення продуктивності;  $\pi(t)$  залежить від рішень операторів системи. Якщо оператори працюють на підставі прогнозів, то погодинний інтеграл від  $\pi(t)$  має дорівнювати різниці між прогнозованим споживанням та виробітком вітростанцій.

За таких припущень  $\pi(t)$  має зображатися ламаною лінією, як на рис. 1. Проте при загальному підході її вигляд визначається умовами роботи енергоринку та станом енергосистеми в цілому або в модельованій частині. Отже, ця частина моделі має визначатися виходячи з конкретних умов. Зокрема, враховуючи (12) та (15) і вважаючи, що в очікуваному майбутньому зупинок енергогенеруючого обладнання не буде, можна припустити, що  $\pi(t)$  представляє базову продуктивність:

$$\pi_k = L_k - W_k, \quad (16)$$

де та  $L_k$  та  $W_k$  – прогнозовані на  $k$ -ту годину значення навантаження (споживання) та обсягу вітрової енергії;  $\pi_k$  – очікуване значення  $\pi(t)$  (рис. 5).

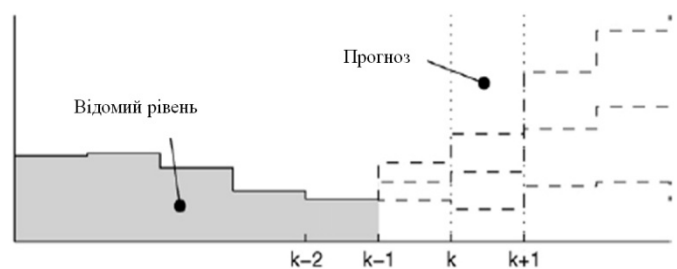


Рис. 5. Прогнозування рівнів потужності за попередніми даними (довірчі інтервали).

Стохастична складова  $Y(t)$  відображає випадкове ступінчасте зменшення генеруючої потужності і моделюється стрибкоподібним стохастичним процесом. Цей процес має передбачати повернення до  $\pi(t)$ , тобто мати реверсивну складову, адже при вимкненні певної електростанції її потужність має компенсуватися іншими станціями. 3

урахуванням цього стохастичний процес  $Y(t)$  має задовольняти диференційному рівнянню:

$$dY(t) = -\beta Y(t)dt - dZ(t), \tag{17}$$

де  $\beta$  – реверсивний фактор;  $Z(t)$  – простий стрибкоподібний стохастичний процес.

Реверсивний фактор фізично відображає швидкість відновлення втраченої потужності. Процес  $Z(t)$  визначається рівністю:

$$Z(t) = Z(0) + \sum_{n=1}^{\infty} I_{(T_n \leq t)} V_n, \tag{18}$$

де  $I_{(\cdot)}$  – функція-індекс;  $T_n$  та  $V_n$  – випадкові величини. Даний запис означає, що в моменти часу  $T_n$  функція  $Z(t)$  змінюється на величину  $V_n$ . Тоді вираз  $dZ(t)$  означає серію імпульсів певної величини.

Таким чином, модель чистої базової потужності (15) може бути описана наступним стохастичним диференційним рівнянням:

$$dQ(t) = \left\{ \frac{d\pi(t)}{dt} + \beta[\pi(t) - Q(t)] \right\} dt - dZ(t). \tag{19}$$

Інтервали часу  $(T_{n+1} - T_n)$  є часом очікування зміни. Якщо імовірність настання змін у неспівпадаючі інтервали часу є взаємно незалежною, то розподіл інтервалів  $\theta_n = T_{n+1} - T_n$  як випадкової величини можна вважати пуассонівським. Це дискретний стохастичний процес, що приймає зчисленну кількість значень. Розподіл випадкової величини  $\theta_n$  описується функцією вигляду  $\lambda e^{-\lambda T}$ , де константа  $\lambda$  визначає частість настання змін.

Зміна потужності в нашому випадку, на відміну від процесу Пуассона [9], не є сталою (якщо енергосистема не складається з однотипних модулів). Величина стрибків потужності  $V_n$  є стохастичною змінною, причому дискретною, оскільки генеруючі об'єкти мають скінченну кількість станів. Проте для енергосистеми з великою кількістю об'єктів функцію розподілу величини стрибків потужності можна вважати неперервною і не залежною від базової потужності  $Q(t)$ . Такий стохастичний процес є узагальненням процесу Пуассона і характеризується інтенсивністю  $\lambda$  та функцією розподілу  $f_V$  величини стрибків.

Щодо оцінки параметрів розподілу випадкової величини  $Y(t)$ :  $\beta, \lambda, f_V$ , – зазвичай користуються двома підходами. Можна зібрати досконалу інформацію про генеруючі об'єкти енергосистеми (їх номінальні потужності, характерні режими роботи, напруження на відмову тощо) і звідси визначити певні можливості флуктуацій потужності. Можна також у якості джерела інформації використовувати історичні дані щодо роботи енергосистеми і з допомогою статистичних методів обробки визначити ймовірнісні характеристики та очікувані значення. Звичайно використовуються обидва підходи.

Використовуючи стохастичну модель (5), (14), (19) для симуляції методом Монте-Карло процесу енергозабезпечення скандинавських країн, отримано наступні реалізації процесу (рис. 6):

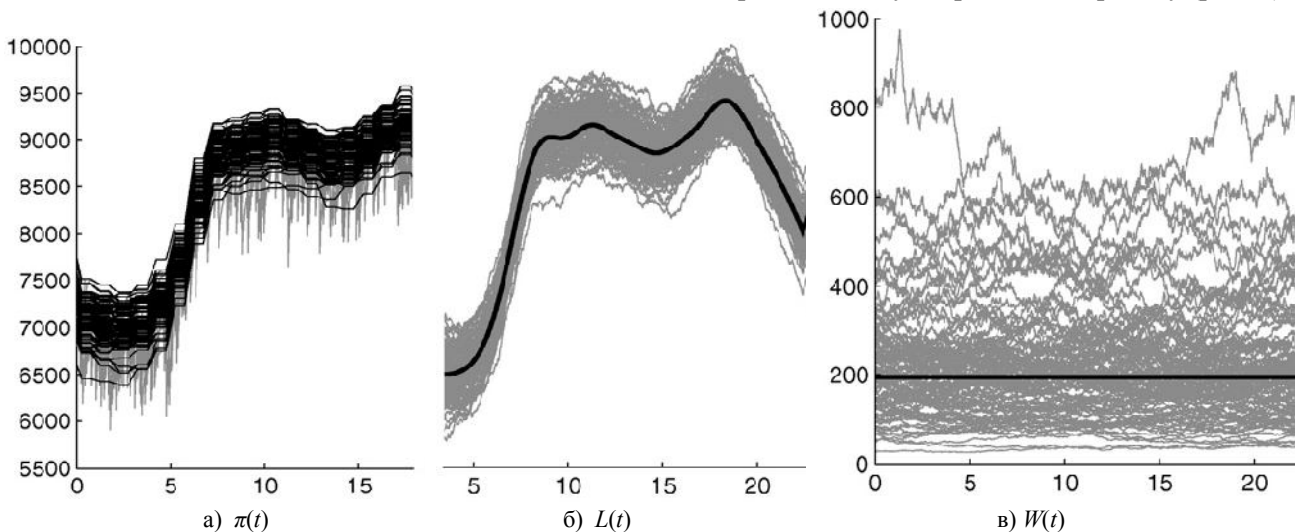


Рис. 6. Результати погодинної симуляції процесу зміни планової продуктивності (а), навантаження (б) та вітрової енергії (в) [1].

На рис. 6 рівень виробництва та споживання електроенергії знаходиться в межах до 10 тис. МВт, потужність ВЕС – до 1 тис. МВт. Суцільною жирною лінією позначено очікувані середні значення. Слід зауважити, що планова продуктивність енергосистеми визначається за погодинним прогнозуванням енергоспоживання та очікуваної вітрової енергії (15), і для кожного процесу симуляції траєкторія процесу може варіювати (рис. 6а) в залежності від варіанту прогнозу. Цікавим є також факт, що розгляд варіантів з урахуванням вітрової енергії та без неї дав близькі числові величини середнього значення дисбалансу енергосистеми та його середньоквадратичного відхилення, тобто наявність вітростанцій номінальною потужністю до 10% від загального рівня (середня за час дослідження потужність ВЕС становила близько 2%) не справляє помітного впливу на стабільність роботи енергосистеми.

**Висновки.** Моделювання процесу забезпечення енергобалансу з допомогою стохастичних диференціальних рівнянь дозволяє досить ефективно спрогнозувати поведінку енергосистеми. Точність моделі залежить від наявності та репрезентативності попередніх даних щодо роботи енергосистеми та досконалості застосовуваних методів прогнозування. Рівень невизначеності модельованої поведінки системи визначає ступінь ризику енергозабезпечення та вимоги до її надійності. Результати моделювання мають представляти інтерес як для операторів енергосистеми, так і для

виробників та споживачів електроенергії. Вдосконалення моделі потребує подальшого вивчення статистичних даних щодо можливо більшої кількості об'єктів енергосистеми та тривалого часу її функціонування; вдосконалюватися мають також розрахункові методи.

1. *Olsson M., Perninge M., Soder L.* Modeling real-time balancing power demands in wind power systems using stochastic differential equations // *Electric Power Systems Research*. – 2010. – № 80. – P. 966–974.
2. *Kaldellis J.K., Kavadias K.A., Filios A.E.* A new computational algorithm for the calculation of maximum wind energy penetration in autonomous electrical generation systems // *Applied Energy* – 2009. – № 86. – P. 1011–1023.
3. *Нейман В.А.* Условия участия ВЭС в едином режиме покрытия нагрузок энергосистемы. Материали XI міжнародної конференції "Відновлювана енергетика XXI століття" – Крим, 2010. – С. 192–196.
4. *Perninge M.* Evaluating the uncertainties involved in net transmission capacity calculation. Licentiate Thesis, School of Electrical Engineering, KTH, Stockholm, Sweden, 2009.
5. *Кузнєцов М.П.* Методи прогнозування виробітку електроенергії вітровими електростанціями // *Відновлювана енергетика*. – 2010. – №3. – С. 42–48.
6. *Akpinar S., Akpinar E.* Estimation of wind energy potential using finite mixture distribution models // *Energy Conversion and Management* – 2009. – № 50. – P. 877–884.
7. Звіт про НДР "Розробка наукових основ інтеграції вітроенергетики до об'єднаної енергосистеми України та методів підвищення енерговіддачі в електромеханічних перетворювачах ВЕУ локальних систем", № д/р 0108U000501. ІВЕ НАНУ, Київ, 2010.
8. *Боровков А.А.* Теория вероятностей. – М.: Наука, 1978. – 352 с.
9. *Крамер Г.* Математические методы статистики. – М.: Мир, 1975. – 648 с.