

УДК 621.311.21

І.М.Голованов, канд.техн.наук (Ін-т відновлюваної енергетики НАН України, Київ)

Особливості використання гідронасосів у турбінному режимі для об'єктів малої гідроенергетики

У статті викладено основні положення використання відцентрових насосів параметричного ряду в турбінному режимі за змінної частоти обертання.

В статье изложены основные положения использования центробежных гидронасосов параметрического ряда в турбинном режиме при переменной частоте вращения.

Вступ. На відміну від ГЕС великої потужності, де для кожної станції гідротурбіна проектується за індивідуальним проектом, для міні- та мікроГЕС такий підхід уявляється економічно недоцільним. Прагнення до максимального спрощення конструкції станції та скорочення капітальних вкладень в основне устаткування привели до того, що в малих ГЕС все більше поширення знаходять насоси, що працюють у турбінному режимі.

Більшість гідронасосів можуть працювати в реверсивному режимі не менш ефективно, ніж турбіни. Завдяки різноманітній номенклатурі насосів, які випускаються промисловістю (напори від 0 до декількох сотень метрів, витрати 0,02-5 м³/с), практично для будь-якого водотоку в місці установки конкретної малої ГЕС можна підібрати серійний насос. При цьому за рахунок крупносерійного виробництва насосів його вартість повинна бути нижчою, ніж гідротурбіни з аналогічними технічними характеристиками. З погляду економічних витрат найбільш ефективними для застосування в малих ГЕС є стандартні відцентрові насоси, які відрізняються максимальною простотою і надійністю в експлуатації.

Роль універсальних характеристик гідрообладнання як джерела вихідних даних. З точки зору практичного підходу застосування гідронасосів у турбінному режимі відомо, що для забезпечення номінальної продуктивності насоса при його роботі потрібна трохи підвищена швидкість потоку і напір, ніж аналогічні показники, які характерні для роботи цього устаткування в насосному режимі. Головна причина цього розходжен-

ня пов'язана з гідравлічними втратами.

У зв'язку з тим, що насоси проектуються для роботи з постійною швидкістю, напором і потоком, на відміну від традиційних турбін, у більшості насосів відсутні гідравлічні пристрої, що контролюють величину потоку. З цієї причини при частковому навантаженні ефективність роботи насоса істотно нижча, ніж у гідротурбін, які мають ефективне гідравлічне керування поворотними направляючими лопатями, соплами або робочими лопатями. Відповідно, якщо насос використовується в потоці, який нижчий від його проектно-максимальної величини, відбувається відносно швидке зменшення ККД. Такі особливості застосування гідронасосів у турбінному режимі вимагають особливої уваги для пошуку найкращих режимів їх роботи, або, як мінімум, задовільних.

Метою статті є розробка засобів знаходження таких режимів. Їх пошук можна проводити з використанням витратних та моментних характеристик типового відцентрового насоса, подібно до [1]. В якості вихідних даних доцільно використовувати дані, які знято з універсальних гідромеханічних характеристик [2]. Розрахунки потужності виконуються в системі відносних одиниць за довірливих значень витрат і частоти обертання. При проведенні подальших розрахунків використовуються дані характеристик вигляду $M = M(Q, n)$, які задано графічно, де M – момент; Q – витрата; n – частота обертання. Характеристики оцифровуються, як показано в [1], і конвертуються у формат файлів EXCEL. Обчислювальні експерименти для проведення досліджень особливостей роботи

відцентрових гідронасосів параметричного ряду потужностей виконуються за допомогою програмного пакету *Матлаб* [3] на сформованих оцифрованих файлах вихідних даних у заданому форматі.

Розробка чисельної моделі режимів роботи гідроагрегатів за змінної частоти обертання, напорів та витрат води. Чисельна модель роботи гідроагрегату відцентрового типу параметричного ряду потужностей за змінної частоти обертання, напорів та витрат води розробляється в класі двовимірних сплайнів при використанні експериментальних статичних характеристик, тобто характеристик, що охоплюють усі режими роботи, можливі при експлуатації [4].

Такі характеристики припускають зміни знака напору, напрямку обертання ротора, напрямку руху потоку рідини та різних їх сполучень. Звичайно кругова характеристика відцентрового насоса [4] будується в координатах "подача – частота обертання" за умови, що пристрої, які регулюють подачу (витрату), займають незмінне положення.

Повний обхід по будь-якому замкнутому контуру навколо початку координат цієї характеристики дасть усі режими роботи відцентрового насоса. Різноманітність способів представлення кругових характеристик у літературі пояснюється тим, що із чотирьох дійсних параметрів лопатевих насосів (подачі Q , частоти обертання n , напору H і моменту на валу M) два будь-які можуть бути прийняті як координати, тоді два інші параметри будуть функціями від них.

Інструментом побудови моделі чисельної роботи гідроагрегатів було обрано сплайни. Особливості інтерполяції та апроксимації функцій сплайнами можна сформулювати наступним чином. Сплайни часто уявляються у вигляді гнучкої лінійки, яку закріплюють у ряду фіксованих точок і переміщують від однієї групи точок до іншої. Математично сплайн – це, як правило, багаточлен із малим степенем, що застосовується для інтерполяції (іноді й екстраполяції) залежності, яку представлено групою точок вихідних даних.

Отже, головною особливістю сплайнової апроксимації або інтерполяції є те, що вона є багатоінтервальною. Замість того щоб наближати вихідну сукупність точок поліномом високого степеня, при сплайновій інтерполяції використову-

ється набір поліномів низького степеня – сплайнів. Сплайнова інтерполяція першого порядку означає просте з'єднання точок відрізками прямих. Найчастіше використовуються деякі спеціальні види сплайнів, наприклад, такі як В-сплайни або кубічні сплайни. Останні найбільш поширені і використовуються при багатоінтервальної інтерполяції або апроксимації по тріадах точок вихідних даних. При цьому намагаються забезпечити безперервність як першої, так і другої похідних сплайн-функцій, що і додає їм схожості з гнучкою лінійкою.

Відомо, що сплайни дають дуже непогані результати при наближенні плавних функцій із малим числом точок або при наближенні функцій, представлених дуже великим числом точок. Однак у деяких випадках для функцій із розривами або функцій, які визначено на нерівномірній сітці, сплайнова інтерполяція може давати великі вигини між суміжними точками або навіть узагалі невірно представляти вихідні дані. Тому використання сплайнів для апроксимації потребує уважного попереднього аналізу вихідних даних. Наближення сплайнами не позбавлене й інших серйозних недоліків. Як правило, часткові поліноми, з яких складається сплайн-функція, спеціально не виводяться. Та й користі від такого виведення мало, оскільки вони громіздкі і самих поліномів багато.

Таким чином, для користувача сплайнове наближення часто виявляється "річчю в собі". Швидкість виконання такого наближення невелика внаслідок його складності. Проте у багатьох випадках сплайни виявляються досить зручними засобами для наближення складних даних і, як показує практика, можуть бути застосовані у випадку апроксимації характеристик гідрообладнання.

Для зручного і наочного застосування методів сплайнової апроксимації в пакеті *Матлаб* [3] існує інструментарій розширення *Spline Toolbox*. Він реалізує три основні методи наближення даних сплайнами:

- *Spline interpolation* – сплайнову інтерполяцію, при якій кускова сплайн-функція точно проходить через задані точки і дозволяє обчислювати значення функції у проміжках між ними;
- *Spline least square approximation* – сплайнову апроксимацію (регресію) за методом най-

менших квадратів, при якій кускова сплайн-функція проходить у множині точок таким чином, щоб забезпечити найменшу середньоквадратичну похибку наближення;

- *Smoothing spline* – згладжування сплайн-функцією, при якому використовується сплайнова регресія із застосуванням алгоритмів згладжування даних.

Зрозуміло, що через принципово різні підходи до наближення сплайнами вони дають різні результати. Набір інструментальних функцій пакету *Матлаб Spline Toolbox* містить визначення приблизно 40 функцій, що дозволяє вибрати найбільш придатні для застосування в кожному конкретному випадку.

Умовно характеристики гідрообладнання за фізичним змістом залежних змінних було поділено на три типи: механічні, витратні (гідрологічні) та енергетичні. Урахування кожного типу в математичній моделі має свої особливості.

Моделювання механічних характеристик турбінного режиму роботи відцентрових насосів за змінної частоти обертання та напорів. До механічних характеристик відноситься залежність моменту на валу насоса (турбіни) від незалежних змінних (у випадку, який розглядається, це частота обертання та напір води). А саме – функція $M = M(H, n)$ з використанням витратних та моментних характеристик типового відцентрового насоса, які попередньо були апроксимовані сплайнами, де M – момент; Q – витрата; n – частота обертання; H – напір. У якості вихідної інформації використовувались дані наявних характеристик $M = M(Q, n)$ та $H = H(n, Q)$. Графік залежності $M = M(H, n)$ (момент-напір-частота) безпосередньо за наявними оцифрованими даними не може бути побудований, бо являє собою "складну функцію" від наявних функціональних залежностей. Тому алгоритм побудови залежності засобами *ППП Матлаб* включає декілька етапів. Насамперед, за допомогою апроксимації сплайнами будуватиметься залежність $Q = Q(H, n)$. За знайденою інтерполяційною функцією обчислюються значення витрат Q у точках, які відповідають вибірці $M = M(Q, n)$. Знайдені значення Q підставляються до виразу $M = M(Q, n)$. В результаті можна одержати шукану залежність $M = M[Q(H, n), n]$. Засо-

бами *Матлаб* такий алгоритм реалізується за допомогою повторного використання функції *griddata* на змінених масивах даних, як показано в тексті програми на рис. 1. Тривимірний графік залежності моменту від напору та частоти обертання гідронасоса за різних режимів роботи, який побудовано за допомогою наведеного алгоритму, зображено на рис. 2.

```
n=xlsread('grafic2.xls',1,'C4:C63'); %n
Q=xlsread('grafic2.xls',1,'E4:E63'); %Q
H=xlsread('grafic2.xls',1,'F4:F63'); %H
ti=(-1.25:0.1:1);
tj=(0:0.1:1.5);
[nI,HI] = meshgrid(ti,tj);
QI = griddata(n,H,Q,nI,HI); %Q
axis([-1.25 1 -4 4 -1.5 1.5]);
n1=xlsread('grafic2.xls',2,'D4:D73') %n
Q1=xlsread('grafic2.xls',2,'F4:F73') %Q
M1=xlsread('grafic2.xls',2,'G4:G73') %M
t1i=(-1.25:0.1:1);
t1j=(0:0.1:1.5);
[nI1,QI1] = meshgrid(t1i,t1j);
QI1=griddata(n,H,Q,nI,HI);
MI = griddata(n1,Q1,M1,nI1,griddata(n,H,Q,nI,HI));
surf (nI1,QI1,MI);
shading interp;
colorbar
xlabel ('n Частота в.о.')
ylabel ('H Напір в.о.')
zlabel ('M Момент в.о.')
```

Рис. 1.

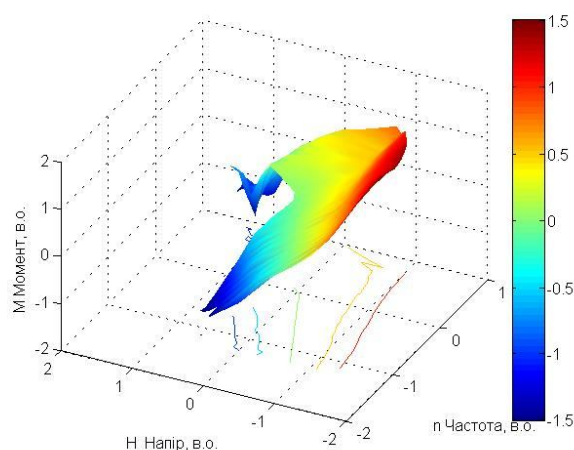


Рис. 2.

Моделювання витратних характеристик турбінного режиму роботи відцентрових насосів за змінної частоти обертання та напорів. До витратних характеристик відноситься залежність

витрат насоса (турбіни) від незалежних змінних (у випадку, що розглядається, це частота обертання та напір води). Тобто шукається функція:

$$Q = Q(H, n)$$

типового відцентрового насоса, яка апроксимована сплайнами. Як вихідна інформація використовувались дані наявної у графічному вигляді характеристики $H = H(n, Q)$, де M – момент; Q – витрата; n – частота обертання; H – напір.

Засобами *Matlab* побудова і візуалізація тривимірної характеристики не являє собою особливих складнощів і виконується за допомогою функції *griddata* на масивах вихідних даних, як показано в тексті програми на рис. 3. Тривимірний графік залежності витрати від напору та частоти обертання гідронасоса, який побудовано за наведеним алгоритмом, зображено на рис. 4.

```
X=xlsread('grafic1.xls',1,'C4:C63');
Y=xlsread('grafic1.xls',1,'E4:E63');
Z=xlsread('grafic1.xls',1,'F4:F63');
axis([-1.25 1 -2 5.5 -0.2 1.5])
ti=(-1.25:0.25:1);
tj=(-0.2:0.2:1.5);
[XI,ZI] = meshgrid(ti,tj);
YI = griddata(X,Z,Y,XI,ZI);
surf(XI,ZI,YI);
shading interp;
colorbar
title('Частота_напір_витрати')
xlabel('Частота в.о.')
ylabel('Напір в.о.')
zlabel('Витрати в.о.')
```

Рис. 3.

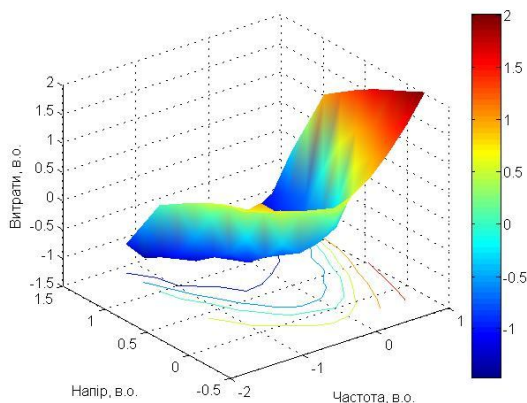


Рис. 4.

Моделювання енергетичних характеристик турбінного режиму роботи відцентрових насосів за змінної частоти обертання та напорів. Енер-

гетична характеристика являє собою залежність потужності, яка виробляється (споживається) гідротурбіною (гідронасосом), від частоти обертання та напору, тобто залежність такого вигляду:

$$N = N(H, n).$$

Як вихідна інформація використовувались дані наявної у графічному вигляді характеристики $H = H(n, Q)$. Потужність обчислювалася за наявними вихідними даними за наступною формулою:

$$N = Q \cdot H,$$

де M – момент; Q – витрата; n – частота обертання; H – напір; N – потужність.

При виконанні обчислень враховувалася гіпотеза про ідентичність вигляду характеристик потужностей насосів у турбінному та насосному режимах з точністю до знака з коефіцієнтом 0,8.

Засобами *Matlab* побудова та візуалізація тривимірної характеристики виконувалася з використанням функції *griddata* на масивах даних, як показано в тексті програми на рис. 5. Там же наведено алгоритм, який використовувався для визначення потужності.

Результати розрахунку потужності за відносними характеристиками в насосному режимі та її представлення у вигляді поверхні, побудованої за допомогою кубічного сплайну двох змінних, наведено на рис. 5, 6.

```
X=xlsread('grafic1.xls',1,'C4:C63');
Y=xlsread('grafic1.xls',1,'E4:E63');
Z=xlsread('grafic1.xls',1,'F4:F63');
axis([-1.25 1 -2 5.5 -0.2 1.5])
ti=(-1.25:0.1:1);
tj=(-0.2:0.1:1.5);
[n,H] = meshgrid(ti,tj);
Q = griddata(X,Z,Y,n,H);
ti=(-1.25:0.1:1);
tj=(-0.2:0.1:1.5);
[Y3,Z3] = meshgrid(ti,tj);
X3=n-n-1;
N=H.*Q;
NI=-0.8*N;
surf(n,Q,N);
shading interp;
colorbar
xlabel('n Частота, в.о.')
ylabel('Q Витрати, в.о.')
zlabel('N Потужність, в.о.')
```

Рис. 5.

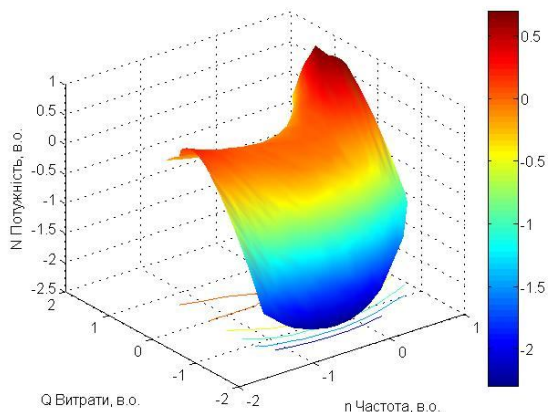


Рис. 6.

Визначення режимів максимальної потужності гідроагрегатів відцентрового типу за змінних напорів води та частоти обертання.

Для визначення оптимальних режимів роботи гідроагрегатів відцентрового типу, а саме таких, при яких агрегат досягає максимальної потужності за змінних напорів води та частоти обертання, використані математичні моделі, які побудовано в класі сплайнів із використанням експериментальних статичних характеристик, тобто характеристик, що охоплюють усі режими роботи, які можливі при експлуатації [4]. Можливості базової системи *Матлаб* у розв'язанні практично важливих задач оптимізації досить обмежені. Тому для пошуку оптимального розв'язку поставленої задачі використовувався пакет оптимізації *Optimization Toolbox* ППП *Матлаб*. Для розв'язання задачі застосовуються алгоритми, які реалізовано в цьому інструментальному пакеті.

У рамках пакету *Optimization Toolbox* усі задачі оптимізації поділяються на дві групи:

- задачі малої та середньої розмірності;
- задачі великої розмірності.

Відповідно такий же розподіл прийнято для алгоритмів розв'язання даних задач. Зрозуміло, це не означає, що для розв'язання задач середньої розмірності не можна застосовувати алгоритми великої розмірності і навпаки. Просто алгоритми тієї чи іншої групи більш ефективні для задач своєї розмірності.

В інструментальному пакеті *Optimization Toolbox* реалізовано широкий набір алгоритмів для розв'язання задач оптимізації середньої та малої розмірності:

- основними для задач без обмежень є симплексний метод Нелдера-Міда і квазіньютонівські методи;
- для розв'язання задач оптимізації з обмеженнями, мінімакса, використані алгоритми квадратичного програмування;
- задачі, що зводяться до нелінійних МНК, розв'язуються за допомогою алгоритмів Ньютона-Рафсона і Левенберга-Марквардта;
- допоміжні процедури одновимірної (скалярної) оптимізації, які використовують алгоритми квадратичної (параболічної) та кубічної інтерполяції.

Математично задача оптимізації, яка розв'язується інструментальним пакетом *Optimization Toolbox*, формулюється наступним чином: знайти множину незалежних змінних $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, яка може у деякому сенсі бути визначена як оптимальна. У простому випадку це може бути мінімізація або максимізація деяких характеристик системи, що є функцією змінних x . У більш поглибленому формулюванні на цільову функцію $f(x)$, яка мінімізується або максимізується, накладаються обмеження у формі обмежень рівностей $G_i(x) = 0$ ($i = 1, \dots, m$), обмежень нерівностей $G_i(x) \leq 0$ ($i = 1, \dots, m$) і/або границі змінних x_l, x_u .

Загальна математична модель задачі оптимізації, яка розв'язується за допомогою *Optimization Toolbox* пакету *Matlab*, виглядає наступним чином:

$$\max_x f(x)$$

$$G_i(x) = 0, i = 1, \dots, m;$$

$$G_i(x) \leq 0, i = m + 1, \dots, M,$$

де x – вектор незалежних змінних розмірності n ; $f(x)$ – цільова функція, що повертає скалярну змінну; $G(x)$ – векторна функція, що повертає вектор розмірності m , та значення обмежень рівностей і нерівностей на незалежні змінні x . Ефективне і точне розв'язання такої задачі залежить не тільки від розмірності задачі в термінах числа обмежень і незалежних змінних, але також і від особливостей цільової функції та обмежень. Процедура *fmincon* *Optimization Toolbox* пакету *Matlab* знаходить мінімум нелінійної багатовимірної функції з обмеженнями вигляду:

$$\begin{aligned} & \max_x f(x) \\ & c(x) \leq 0; \\ & ceq(x) = 0; \\ & A*x \leq b; \\ & Aeq*x = beq; \\ & lb \leq x \leq ub, \end{aligned}$$

де x , b , beq , lb , ub – вектори; A , Aeq – матриці; $c(x)$, $ceq(x)$ і $f(x)$ є функціями, які можуть бути нелінійними.

Процедура пакету *Optimization Toolbox* *fmincon* намагається знайти умовний мінімум скалярної функції декількох змінних, стартуючи з початкової точки, тобто розв'язує задачу нелінійної оптимізації або лінійного програмування з обмеженнями.

Цільова функція може бути деяким чином параметризована на рівні вхідних аргументів. Аргументи функції містять загальні описи параметрів, що передаються у *fmincon*.

Згідно семантики мови, цільова функція може бути задана користувачем окремою підпрограмою.

Для алгоритму пошуку оптимального розв'язку можуть бути вказані додаткові аргументи, серед яких – число, що ідентифікує причину завершення обчислень за алгоритмом, значення різних функцій у точці розв'язку, інформація про хід процесу оптимізації тощо.

Текст програми обчислення режиму, при якому досягається максимальна потужність гідронасоса на даних, які знято з універсальних характеристик, зображено на рис. 7. Там же показано фрагмент тексту з вихідними результатами розв'язання задачі. Результати у графічному вигляді та тривимірний графік функції, яка оптимізується, наведено на рис. 8. З нього видно, що поверхня має сідловий характер, що ускладнює пошук оптимуму пошуковими алгоритмами. Крім того, як показали проведені обчислювальні експерименти, є сильний зв'язок швидкості розв'язання задачі з вибором початкової точки.

```
X = xlsread('grafic1.xls',1,'C4:C63'); %n
Y=xlsread('grafic1.xls',1,'E4:E63'); %Q
Z=xlsread('grafic1.xls',1,'F4:F63'); %H
N0=Z.*Y;
NI0=-0.8*N0;
ti=(-1.25:0.1:1);
```

```
tj=(-0.2:0.1:1.5);
[n,H] = meshgrid(ti,tj);
Q = griddata(X,Z,Y,n,H);
N=H.*Q;
NI=-0.8*N;
x0= [0,1];
options = optimset('LargeScale','off','Display','iter');
[x, fval, exitflag, output] = fmincon(@(x) ...
-interp2(n,H,-NI,x(1),x(2),'spline'),x0,...
[],[],[],[],[-1.25,-0.2],[1,1.5])
axis([-1.25 1 -2 5.5 -0.2 1.5])
surf(n,H,-NI);
shading interp;
colorbar
title('Grafic n-Q-N')
xlabel ('n')
ylabel ('H')
zlabel ('N')
hold on;
shading interp;
plot3(x(1),x(2),fval,'X');
hold off;
```

Optimization terminated: directional derivative predicts change in objective value less than options.TolFun and maximum constraint violation is less than options TolCon.

Active inequalities (to within options.TolCon = 1e-006):

```
lower upper ineqlin ineqnonlin
1
x = 1.0000 0.8039
fval =
-1.1030
exitflag =
5
output =
iterations: 18
funcCount: 60
lssteplength: 1
stepsize: 3.4457e-006
algorithm: [1x44 char]
firstorderopt: 2.4207e-004
constrviolation: 0
message: [1x173 char]
```

Рис. 7.

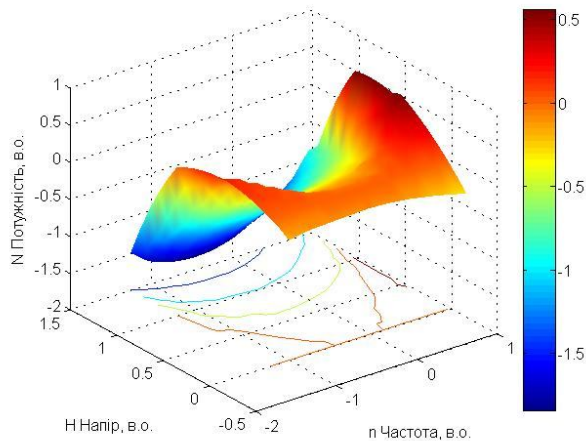


Рис. 8.

Реалізацію знайдених оптимальних умов роботи насоса в турбінному режимі можна здійснити за допомогою найпростіших гідротехнічних споруд, наприклад, напірного трубопроводу і системи стабілізації електричної потужності гідроагрегату, що забезпечують системи автобаластного типу. Обґрунтований вибір типорозміру насоса для малої ГЕС і стабілізація його робочого режиму дозволяють оснастити станцію недорогою надійною гідротурбіною.

Висновки. 1. На основі кругових характеристик розроблена чисельна модель роботи гідроагрегатів відцентрового типу параметричного ряду потужностей за змінних напорів води

засобами ППП Матлаб.

2. На базі створеної моделі проведено обчислювальні експерименти роботи відцентрових гідронасосів параметричного ряду в насосному і турбінному режимах за змінної частоти обертання з використанням ППП Матлаб.

3. Показано, яким чином за допомогою побудованої моделі знайти раціональні режими використання гідронасосів у якості гідротурбін за змінних напорів води та частоти обертання.

4. З використанням інструментарію *OptimizationToolbox* ППП Матлаб визначено режими роботи гідроагрегату відцентрового типу за різних умов, при яких досягається максимальна потужність за змінних напорів води та частоти обертання для обраного типу гідронасоса.

1. Голованов І.М. Математичне моделювання роботи відцентрових насосів параметричного ряду в турбінному режимі для об'єктів малої гідроенергетики // Відновлювана енергетика. – 2011. – №3. – С. 54–59.

2. Щапов Н.М. Турбінне устаткування гідроелектричних станцій. – М.: Госенергоиздат, 1961. – 319 с.

3. Brian R. Hunt [и др.]. Matlab R2007 с нуля! – М.: Лучшие книги, Агентство СІР РГБ, 2008. – 352 с.

4. Лопастные насосы: Справочник / В.А. Зимницкий, А.В. Каплун, А.Н. Папир, В.А. Умов; Под общ. ред. В.А.Зимницкого и В.А. Умова. – Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1986. – 334 с.