УДК 621.548:621.311.24

П.П.Пекур, канд.техн.наук (Національний технічний університет України "КПІ", Київ)

## Імовірнісні характеристики механічних навантажень ротора вітроелектричної установки

Розроблено стохастичну математичну модель сили лобового тиску на ротор BEV. Модель враховує нелінійність аеромеханічної характеристики та її залежність від кута повороту лопатей. Математична модель визначає зв'язок між імовірнісними характеристиками швидкості вітру та імовірнісними характеристиками сили лобового тиску.

**Ключові слова:** вітроелектрична установка, імовірнісні характеристики, математична модель, механічні навантаження, ротор, сила лобового тиску.

Разработана стохастическая математическая модель силы лобового давления на ротор ВЭУ. Модель учитывает нелинейность аэромеханической характеристики и её зависимость от угла поворота лопастей. Математическая модель определяет связь между вероятностными характеристиками скорости ветра и вероятностными характеристиками силы лобового давления.

**Ключевые слова:** ветроэлектрическая установка, вероятностные характеристики, математическая модель, механические нагрузки, ротор, сила лобового давления.

Робота вітроелектричної установки (ВЕУ) являє собою неперервний електромеханічний перехідний процес, обумовлений змінами величини та напрямку дії швидкості вітру [1]. Непередбачуваність змін вітру в часі та просторі поєднується з великим діапазоном швидкостей вітру. Ця особливість посилюється тим, що механічні навантаження пропорційні квадрату швидкості вітру, а його потужність - кубу швидкості [2, 3]. Тому вже на стадії проектування повинні бути розроблені технічні рішення, що забезпечують високу надійність та ефективність експлуатації ВЕУ протягом тривалого часу (високий ресурс). Виробка ресурсу пов'язана головним чином із накопиченням пошкоджень у вузлах та елементах конструкції ВЕУ, які можуть бути механічного (утома, спрацювання, накопичення пластичної деформації тощо), фізико-хімічного (корозія, ерозія) або електричного (перевантаження генератора, короткі замикання) походження [4]. Швилкість накопичення пошкоджень тісно пов'язана з діючими на елементи конструкції ВЕУ механічними та електричними навантаженнями, умовами експлуатації та навколишнього середовища (температура, вологість і т.п.).

Досвід промислової експлуатації великої кількості ВЕУ в світі та Україні дозволяє проана-

лізувати статистичну інформацію стосовно відмов систем ВЕУ. За даними [5] найбільшу кількість відмов мають системи та вузли ВЕУ, які зазнають змінних механічних та електричних навантажень. У Данії це система електронного керування (17,4% від загальної кількості відмов) та силова трансмісія (8%), в Німеччині – електричне силове обладнання (11,3%) і силова трансмісія (4,9%). Для ВЕУ вітчизняного виробництва найбільша кількість відмов припадає на ротор (14,7%) та силову трансмісію (9,3%). Аналіз руйнувань лопатей, які мали місце на практиці, показує, що більшість із них пов'язані з утомою конструктивного матеріалу. Питання про міцність конструкції лопаті вирішується шляхом зіставлення інтенсивності внутрішніх зусиль (внутрішніх напружень) у найбільш небезпечних перерізах або точках з мірою міцності матеріалу лопаті [6]. Для забезпечення нормальної роботи лопаті необхідно, щоб максимальні напруження не перевищували граничних, за яких лопать втрачає свою міцність до закінчення розрахункового ресурсу.

Граничні значення напружень у матеріалах за різних циклів навантаження (симетричних, несиметричних, пульсуючих) визначаються експериментальним шляхом [7]. За результатами цих досліджень будується діаграма граничних амплітуд (рис. 1) [8], що показує залежність деформування або руйнування матеріалу від середнього рівня  $\xi_{cp}$  та амплітуди  $\xi_a$  напружень.





Якщо цикл навантаження викликає напруження в матеріалі, що характеризується координатами ( $\xi_{cp}$ ,  $\xi_a$ ) із області І, то має місце пружна деформація, яка зникає після зняття навантаження. Область ІІ відповідає напруженням, що викликають пластичну деформацію, яка залишається після зняття навантаження. Пластичні деформації, поступово накопичуючись, призводять до утворення тріщин, їх розвитку і остаточного руйнування лопаті. Напруження з області ІІІ можуть викликати негайне руйнування лопаті, або руйнування при невеликій кількості циклів навантаження.

Області І і ІІ граничних амплітуд відповідають випадкам багатоциклічного навантаження при рівнях напружень, менших за значення межі міцності. При випадкових навантаженнях, викликаних поривами вітру, можлива поява рідких, але великих напружень, що перевищують границю плинності і границю міцності матеріалу лопаті. У цьому випадку механізм руйнування лопаті переходить із області багатоциклічної утоми (ІІ) до області малоциклічної утоми (ІІІ).

У процесі експлуатації конструктивні елементи ВЕУ зазнають дії циклічних та імовірнісних динамічних навантажень. До циклічних навантажень відносяться гравітаційні сили і сили, які обумовлені незбалансованістю лопатей і затіненням башти. Імовірнісний характер мають гіроскопічні сили та сили лобового тиску, що виникають внаслідок зміни напрямку та пульсацій швидкості вітру. Незалежно від походження динамічних зусиль процес деформування і руйнування

лопатей визначається режимом, рівнем, частотою, асиметрією і формою циклу навантаження. В свою чергу, рівень та характер навантаження залежить від випадкових змін рівнодійної всіх сил, прикладених до лопаті ротора. Складовою частиною рівнодійної сили є сила лобового тиску на ротор ВЕУ, імовірнісний характер якої обумовлює імовірнісні напруження в критичних перерізах або точках лопаті. За відомих імовірнісних характеристик швидкості вітру, що діє на ротор ВЕУ, методами теорії випадкових процесів можна визначити імовірнісні характеристики сили лобового тиску, які в подальшому будуть використовуватись при розрахунках напружень у лопаті. Відсутність таких імовірнісних характеристик ускладнює вирішення задач проектування, оптимізації конструкції та підвищення надійності не тільки лопаті, але й башти та фундаменту ВЕУ.

За відомих відносних аеродинамічних характеристик  $\overline{B}_p(z | \varphi_n)$  у відповідності з [2, 9] аеромеханічні характеристики лобового тиску розраховуються за формулами:

$$B_{p}[v(t),\omega_{p},\varphi_{n}] = 0,5\pi\rho R^{2}v^{2}(t)\overline{B}_{p}(z|\varphi_{n}), \quad (1)$$
$$z(t) = \frac{R\omega_{o}(1-s)}{k_{m}v(t)},$$

де  $B_p[v(t), \omega_p, \varphi_n]$  – аеромеханічна характеристика лобового тиску на ротор ВЕУ; v(t) – поточне значення швидкості вітру, м/с;  $\omega_p$  – поточна кутова швидкість обертання ротора ВЕУ, с<sup>-1</sup>;  $\varphi_n$  – кут повороту лопатей ротора ВЕУ відносно площини обертання, град.;  $\rho$  – питома густина повітря, кг/м<sup>3</sup>; R – радіус ротора ВЕУ, м;  $\overline{B}_p(z | \varphi_n)$  – відносна аеродинамічна характеристика лобового тиску за вказаного кута повороту лопатей  $\varphi_n$ ; z(t)– поточне значення швидкохідності ротора, в.о.; s – ковзання генератора, в.о.;  $\omega_o$  – синхронна кутова швидкість обертання вала генератора, с<sup>-1</sup>;  $k_M$  – передавальне число мультиплікатора.

Залежність сили лобового тиску від швидкості вітру за сталого значення кутової швидкості обертання ротора і фіксованих значень кутів повороту лопатей для BEУ-220 наведено на рис. 2. До вимикальної швидкості вітру (v = 20 м/с) вказані залежності є неперервними, взаємно однозначними монотонно зростаючими функціями. Тобто, якщо швидкість вітру прийме деяке значення  $v_b$ , то сила лобового тиску прийме значення  $b_{pv}$  (рис. 2). За такого перетворення імовірність нерівності  $B_p \leq b_{pv}$  рівна імовірності нерівності  $V \leq v_b$ , а отже для функції розподілу сили лобового тиску  $F(b_p)$  на ротор ВЕУ можемо записати:  $F(b_p) = W(B_p \leq b_{pv}) = W(V \leq v_b) = F(v_b)$ , (2) де  $b_p$ ,  $v_b$  – поточні значення сили лобового тиску та швидкості вітру; W(...) – імовірність вказаної в дужках нерівності;  $F(v_b)$  – функція розподілу



Рис. 2. Аеромеханічні характеристики сили лобового тиску на ротор вітроелектричної установки.

Значення  $v_b$  і  $b_p$  пов'язані нелінійною залежністю (1) і розраховуються числовими методами за рівністю:

$$b_{p} = 0.5 \pi \rho R^{2} v_{b}^{2} Sp[\overline{B}_{p}(z_{b}|\varphi_{n})],$$

$$z_{b} = \frac{R \omega_{o}(1-s_{n})}{k_{m} v_{b}},$$
(3)

де  $Sp[\overline{B}_p(z_b|\varphi_n)]$  – кубічний сплайн відносної аеродинамічної характеристики лобового тиску за вказаного кута повороту лопатей  $\varphi_n$ ;  $s_n$  – номінальне ковзання генератора, в.о.

Таким чином, за відомої умовної функції розподілу швидкості вітру  $F(v|m_v)$  [10] за рівністю (2) з урахуванням (3) однозначно визначається умовна функція розподілу сили лобового тиску  $F(b_p|m_v)$ 

$$F(b_p|m_v) = F(v_b|m_v).$$

Функція розподілу  $F(b_p|m_v)$  є неперервною і диференційованою на всій сукупності можливих значень сил лобового тиску. За такого характеру розподілу неперервна випадкова величина  $B_p$  частіше описується щільністю імовірності

 $f(b_p|m_v)$ . Відсутність аналітичного виразу для  $F(b_p|m_v)$  не дозволяє визначити щільність імовірності  $f(b_p|m_v)$  як похідну від функції розподілу. Вона може бути визначена числовими методами за відомою щільністю імовірності швидкості вітру  $f(v|m_v)$  [10].

Розв'язок будемо шукати за допомогою відомого з теорії імовірності методу порівняння елементів імовірності [11].

Елемент імовірності для сили лобового тиску можна записати у вигляді:

$$f(b_p|m_v)db_p = W(b_p < B_p \le b_p + db_p).$$

Це співвідношення стверджує, що елемент імовірності  $f(b_p|m_v)db_p$  є імовірність того, що випадкова величина  $B_p$  знаходиться в діапазоні можливих значень між  $b_p$  і  $b_p+db_p$ .

Оскільки кожний інтервал швидкості вітру ( $v_b$ ,  $v_b + \Delta v_b$ ) відображається взаємно однозначно на відповідний інтервал ( $b_p$ ,  $b_p + \Delta b_p$ ) (рис. 3), і за обгрунтованого в [12] припущення про безінерційність перетворення імовірність попадання випадкових величин V і  $B_p$  у відповідні інтервали повинна бути рівною. У граничному випадку це означає рівність елементів імовірності (диференціалів імовірності) [11].

$$f(b_p|m_v)db_p = f(v_b|m_v)dv_b.$$
(4)



## Рис. 3. Нелінійний взаємозв'язок елементів імовірності сили лобового тиску та швидкості вітру.

З рівності (4) знаходиться шуканий зв'язок між щільністями імовірностей швидкості вітру та сили лобового тиску:

$$f(b_p|m_v) = f(v_b|m_v)\frac{dv_b}{db_p} = f(v_b|m_v)\left|\frac{1}{db_p/dv_b}\right|.$$
(5)

Оскільки

$$\frac{db_p}{dv_b} = \frac{d}{dv_b} \left[ 0.5 \pi \rho R^2 v_b^2 \ \overline{B}_p \left( z_b | \varphi_n \right) \right] = 0.5 \pi \rho R^2 \frac{d v_b^2 \ \overline{B}_p \left( z_b | \varphi_n \right)}{dv_b} =$$
$$= 0.5 \pi \rho R^2 \left[ 2 v_b \ \overline{B}_p \left( z_b | \varphi_n \right) - \frac{R \omega_o \left( 1 - s_n \right)}{k_m} \frac{d \ \overline{B}_p \left( z_b | \varphi_n \right)}{d z_b} \right]$$

то з урахуванням (1) та (5) щільність імовірності сили лобового тиску задається системою параметричних рівнянь:

$$\begin{cases} f\left(b_{p} \middle| m_{v}\right) = \frac{f\left(v_{b} \middle| m_{v}\right)}{\left|0,5\pi \rho R^{2} \left[2v_{b} \overline{B}_{p}\left(z_{b} \middle| \varphi_{n}\right) - \frac{R\omega_{o}\left(1-s_{n}\right)}{k_{M}} \frac{d \overline{B}_{p}\left(z_{b} \middle| \varphi_{n}\right)}{d z_{b}}\right]\right|, \\ b_{p} = 0,5\pi \rho R^{2} v_{b}^{2} \overline{B}_{p}\left(z_{b} \middle| \varphi_{n}\right), \\ z_{b} = \frac{R\omega_{o}\left(1-s_{n}\right)}{k_{M} v_{b}}. \end{cases}$$
(6)

Рис. 4. Експериментальна щільність імовірності f(v/m<sub>v</sub>) та функція розподілу F(v/m<sub>v</sub>) швидкості вітру.

Перше рівняння в (6) визначає зв'язок щільностей імовірностей швидкості вітру та сили лобового тиску з урахуванням їх нелінійного перетворення, обумовленого нелінійністю аеромеханічної характеристики. Інші два рівняння визначають відповідні поточні числові значення швидкохідності ротора та сили лобового тиску, що задовольняють перше рівняння за даних параметрів електромеханічної системи ВЕУ, кута повороту лопатей та швидкості вітру.

Графічно перетворення щільності імовірності швидкості вітру для ВЕУ-220 за кута повороту лопатей  $\varphi_n = 0^\circ$  показано на рис. З. В межах розподілу швидкості вітру за  $\varphi_n = 0^\circ$  аеромеханічна характеристика сили лобового тиску майже лінійна.

Тому і щільність імовірності  $B_p$  повторює форму щільності імовірності V. Більш виразно відхилення форми розподілу  $B_p$  від форми розподілу V проявляється на інших кутах  $\varphi_n$ . Як приклад, для вказаного на рис. 4 розподілу швидкості вітру були розраховані імовірнісні характеристики сили лобового тиску на ротор ВЕУ-220 для ряду значень кутів повороту лопатей  $\varphi_n = (6^\circ, 0^\circ, -12^\circ)$  та передавальних чисел мультиплікатора  $k_m = (31,5;$ 50,0). Результати розрахунку наведено на рис. 5. В межах розподілу швидкості вітру нелінійність аеромеханічних характеристик  $B_p$  при відхиленні кута повороту лопатей в антифлюгерному напрямку збільшується. Це викликає значну зміну форми розподілу  $B_p$  ( $k_m = 50,0; \varphi_n = -12^\circ$ ). Збільшення  $\varphi_n$  у флюгерному напрямку приводить до появи знакозмінних навантажень лопатей ( $k_{\rm M} = 31,5; \varphi_{\rm R} = 6^{\circ}$ ). Збільшення  $k_{\rm M}$  з 31,5 до 50,0 істотно зменшує величину сили лобового тиску.





При розрахунках інтенсивності внутрішніх напружень у матеріалі лопаті є необхідність визначення таких характеристик випадкового процесу  $B_p(t)$ , як імовірність перевищення його миттєвим значенням заданого рівня  $b_{po}$ , а також тривалості цього перевищення. Для визначення імовірності перевищення над рівнем  $b_{po}$  достатньо мати одновимірну функцію розподілу  $F(b_p|m_v)$ або щільність імовірності  $f(b_p|m_v)$ . На підставі означення функції розподілу через імовірність [11] і її зв'язку з щільністю імовірності можемо записати:

$$W(B_{p} > b_{po}) = 1 - F(b_{po} | m_{v}) = 1 - \int_{-\infty}^{b_{po}} f(b_{p} | m_{v}) db_{p}.$$

Імовірність  $W(B_p > b_{po})$  рівна відносному часу, протягом якого миттєві значення  $B_p$  перевищували заданий рівень  $b_{po}$  на інтервалі спостереження T. Абсолютний час перебування  $B_p$  над рівнем  $b_{po}$ складає:

$$T_{e}(B_{p} > b_{po}) = T W(B_{p} > b_{po}) = T [I - F(b_{po}|m_{v})]$$

Проведення розрахунків за (6) при різних кутах повороту лопатей і робочих швидкостей вітру дозволяє отримати повний імовірнісний опис сили лобового тиску на ротор ВЕУ.

Висновки. Розроблено стохастичну математичну модель сили лобового тиску на ротор ВЕУ, що визначає зв'язок між імовірнісними характеристиками швидкості вітру та імовірнісними характеристиками сили лобового тиску. Математична модель враховує нелінійність аеромеханічної характеристики ротора та її залежність від кута повороту лопатей. Розроблена стохастична математична модель надає можливість для з'ясування закономірностей накопичення утомних пошкоджень та розрахунків на циклічну довговічність лопатей, башти та фундаменту ВЕУ.

1. Васько П.Ф. Васько В.П. Динамика нагрузочных режимов работы ветроэлектрической установки, обусловленная порывами скорости ветра // Вісник Донбаської державної академії будівництва і архітектури: будівельні конструкції, будівлі та споруди. – Донецьк, 2001. – Т. 1. – №4(29). – С. 140–144.

 Фатеев Е.М. Ветродвигатели и ветроустановки. – М.: Сельхозиздат, 1957. – 536 с.

3. Шефтер Я.И. Использование энергии ветра. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 200 с.

Болотин В.В. Ресурс машин и конструкций.
 – М.: Машиностроение, 1990. – 448 с.

5. Васько В.П. Керування нестаціонарними режимами роботи вітроустановок промислових вітроелектричних станцій: дис. ... канд. техн. наук: 05.14.08. – К., 2003. – 184 с.

6. *Когаев В.П.* Расчёты на прочность при напряжениях, переменных во времени. – М.: Машиностроение, 1977. – 232 с.

7. Механическое поведение материалов при различных видах нагружения / В.Т. Трощенко, А.А. Лебедев, В.А. Стрижало и др. – К.: Логос, 2000. – 571 с.

8. *Гусев А.С.* Сопротивление усталости и живучесть конструкций при случайных нагрузках. – М.: Машиностроение, 1989. – 248 с.

9. Абрамовский Е.Р., Городько С.В., Свиридов Н.В. Аэродинамика ветродвигателей. – Днепропетровск: Изд-во ДГУ, 1987. – 220 с.

10. Пекур П.П. Аналітичне зображення щільності ймовірності та функції розподілу швидкості вітру // Відновлювана енергетика. – 2005. – № 2. – С. 53–58.

11. *Пугачёв В.С.* Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Наука, 2002. – 496 с.

12. Пекур П.П. Методи дослідження ймовірнісних характеристик вітроелектричних установок // Нетрадиционная энергетика XXI века: V междунар. конф., 23-27 сентября 2004 г.: тезисы докл. – Крым, 2004. – С. 176–178.