УДК 621.314

В.С.Смирнов[1], докт.техн.наук, **Н.В.Беленок**[2], **Е.В.Иваниченко**[3] (Государственный университет телекоммуникаций, Киев)

Теоретические основы организации структурно-инвариантных преобразовательных систем автономных объектов для возобновляемой энергетики

Сформулировано положение о структурной инвариантности УПС, которое предусматривает инвариантность структурной организации УПС по отношению к его функциональному назначению в виде необходимого и достаточного условий, причём достаточным условием является наличие многократной, по меньшей мере, двукратной модуляции входного воздействия при одновременном совмещении функций формирования, регулирования выходного сигнала и компенсации координатно-параметрических возмущений в едином функциональном узле. Выполнение условия структурной инвариантности позволило реализовать положение о симметрировании нелинейных каналов передачи общего возмущения на программном уровне в соответствии с алгоритмом преобразования "модуляция – демодуляция". Библ. 25, табл. 2, рис. 3.

Ключевые слова: *автономные объекты, теория инвариантности, возобновляемая энергетика, бикомплексное исчисление.*

ORCID: [1]0000-0002-3840-7813; [2]0000-0002-6408-443X; [3]0000-0002-4174-2508

Автономные объекты (АО) в настоящее время широко используются в различных областях производственной деятельности человека.

При этом современные АО отличаются большим числом разнообразных потребителей, которые требуют для обеспечения нормального функционирования электроэнергию определенного вида и качества [1].

В состав систем электроснабжения (СЭС) АО, как правило, входит ряд полупроводниковых преобразователей (ПП) параметров электроэнергии и потребителей по виду электроэнергии, ее качеству и номинальным значениям энергетических координат. Эффективным средством обеспечения заданных характеристик ПП является использование теории инвариантности. Однако использование положений теории инвариантности при построении ПП модуляционного типа затруднено, что объясняется нелинейностью дискретных систем автоматического управления, какими являются современные ПП. Целью работы является развитие теории построения инвариантных систем преобразования параметров электроэнергии с многократной модуляцией, теоретическое исследование и обоснование положений структурной инвариантности преобразователей, предусматривающей инвариантность структурной организации ПП по отношению к его функциональному назначению [2].

Преимущественное распространение в СЭС получили импульсные модуляционные методы синтезирования выходного сигнала [3, 4].

Сравнение различных способов импульсной модуляции напряжения показало, что при построении ПП рационально использовать многоуровневую кусочно-постоянную аппроксимацию выходного сигнала. Наиболее предпочтительным при этом является разработка структур ПП, использующих при синтезировании напряжения требуемой формы дискретные виды модуляции, например, импульсно-кодовую модуляцию (ИКМ). Использование принципов ИКМ, методов и средств цифровой техники позволяет реализовать наиболее эффективные алгоритмы управления ПП и изменять их на программном уровне. В общем случае рассматриваемую задачу синтезирования заданного сигнала можно сформулировать следующим образом: некоторый ПП, на вход которого подан произвольный сигнал $F(t)$, преобразует его с целью получения заданного сигнала. Формирование выходного сигнала $f(t)$ можно рассматривать как процесс периодической модуляции произвольного сигнала $F(t)$ соответствующей периодической коммутационной функцией (рис. 1).

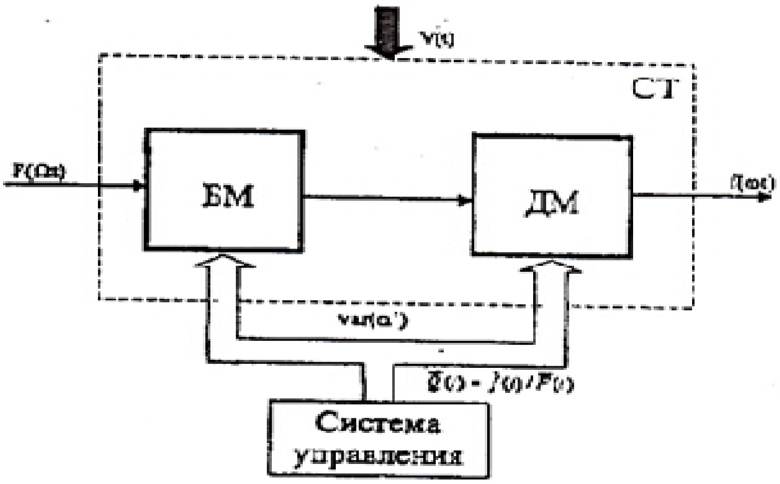

Рис. 1. Обобщенная структурная организация ПП.

Математически это адекватно

$$\bar{f}(t) = \bar{F}(t) \cdot \bar{Q}(t).$$

Следует отметить, что при функционировании в условиях априорной и текущей неполноты информации о воздействующих функциях задача синтезирования сводится к определению коммутационной функции $Q(t)$ мгновенных значений. При этом обобщенное функциональное уравнение преобразовательного тракта ПП имеет вид:

$$\bar{f}(t) = \bar{F}(t) \cdot sip(\omega_H t) \cdot sip^{-1}(\omega_H t)$$

или $\bar{f}(t) = \bar{F}(t) \cdot \bar{Q}(t)$, откуда $\bar{Q}(t) = \dfrac{\bar{f}(t)}{\bar{F}(t)}$,

где $\bar{f}(t), \bar{F}(t), \bar{Q}(t)$ – дискретные квантованные функции.

Основной задачей теории инвариантности является отыскание таких условий структурного построения преобразовательной системы, при выполнении которых движение одной или нескольких координат системы не зависит от одного или большего числа входных воздействий [5–7].

Очевидно, в этом случае структурная инвариантность подразумевает независимость структурной организации от вида формируемых и контролируемых входных и выходных сигналов (а также их параметров); другими словами, можно говорить об инвариантности структурной организации по отношению к формируемым и контролируемым входным и выходным напряжениям.

Задачу инвариантности в классе адаптивного координатно-параметрического управления сформулируем следующим образом: необходимо отыскать условия, при которых структурная организация преобразовательной системы будет обладать свойствами двукратной структурной инвариантности по отношению к координатным воздействиям и параметрическим возмущениям.

Тогда исследуемая система может быть представлена в матрично-операторной форме:

$$\dot{x} = A(t)x + G(t)v + D(t)u, \quad (1)$$

где v – вектор возмущающих воздействий; u – вектор координатного управления. Уравнение (1) запишем в виде:

$$A(p,t) = D(p,t)u + G(p,t)v. \quad (2)$$

Отметим, что операторы $A(p, t)$, $D(p, t)$, $G(p, t)$ содержат также информацию о параметрических возмущениях, которые обозначим $\Delta A(p, t)$, $\Delta D(p, t)$, $\Delta G(p, t)$.

Уравнение, описывающее устойчивую систему и соответствующее эталонной модели движение, представим в виде:

$$A_0(p)x = D_0(p) \times \Delta u + G_0(p)v, \quad (3)$$

где Δu – входное управляющее воздействие.

С учетом вводимой в рассмотрение ошибки рассогласования движения синтезируемой инвариантной системы и эталонного оператора ε можно записать систему, описывающую движения объекта относительно ошибки рассогласования ε. С этой целью объединим уравнения (2), (3) и обозначим через ΔS, ΔT, ΔZ операторы компенсирующих управляющих устройств блока адаптации основного контура. В результате получим выражение вида:

$$A_{0(p)} \cdot \varepsilon = [A(p,t) - \Delta S(p,t)] \cdot x +$$
$$+[\Delta D(p,t) - \Delta T(p,t)] \cdot u +$$
$$+[\Delta G(p,t) - \Delta Z(p,t)] \cdot v.$$

Отсюда при условиях:

$$\Delta A(p,t) = \Delta S(p,t), \Delta D(p,t) = \Delta T(p,t), \quad \Delta G(p,t) = \Delta Z(p,t), \tag{4}$$

а также ограниченности координат *x*, *u*, *v* и соответствующих производных получим:

$$A_0(p) \cdot \varepsilon = 0. \tag{5}$$

Таким образом, при нулевых начальных условиях и устойчивости движения (5) имеем $\varepsilon(t) \equiv 0$ при любых допустимых видах входных координатных и параметрических воздействий. Условия (4), (5) являются необходимыми условиями структурной инвариантности преобразовательный системы по координате ε [8–11].

Рассмотрение вариантов структурной организации ПП позволяет сформулировать достаточное условие структурной инвариантности: наличие по крайней мере двух модулирующих функций в уравнении для обобщенной коммутационной функции $\bar{Q}(t)$ обусловливает необходимость многократной модуляции входного воздействия в силовом тракте ПП в соответствии с алгоритмом преобразования $\bar{f}(t) / \bar{F}(t)$. Отсюда следует вывод об оптимальной структурной организации СТ ПП в соответствии с алгоритмом "модуляция-демодуляция". Таким образом, условием физической реализуемости структурно-инвариантного ПП является сепаратная организация СТ ПП в соответствии с принципом "модулятор-демодулятор" [12–14].

Реализация рассматриваемого положения в совокупности с известными традиционными принципами инвариантности дает возможность говорить о классе структурно-инвариантных преобразователей. Структурная инвариантность позволяет придать преобразователям свойства многофункциональности (мультиоперационности).

Решение проблемы структурной инвариантности преобразовательных систем, наряду с возможностью совмещения функций формирования, регулирования выходного сигнала, компенсации координатных и параметрических возмущений в едином функциональном, позволяет сделать вывод о возможности реализации идеи Б.Н.Петрова о симметрировании нелинейных каналов передачи общего возмущения [15–18].

Функциональную организацию силового тракта структурно-инвариантной ПС, предусматривающую последовательное соединение блока модуляторов (БМ) и демодулятора (ДМ), иллюстрирует рис. 2.

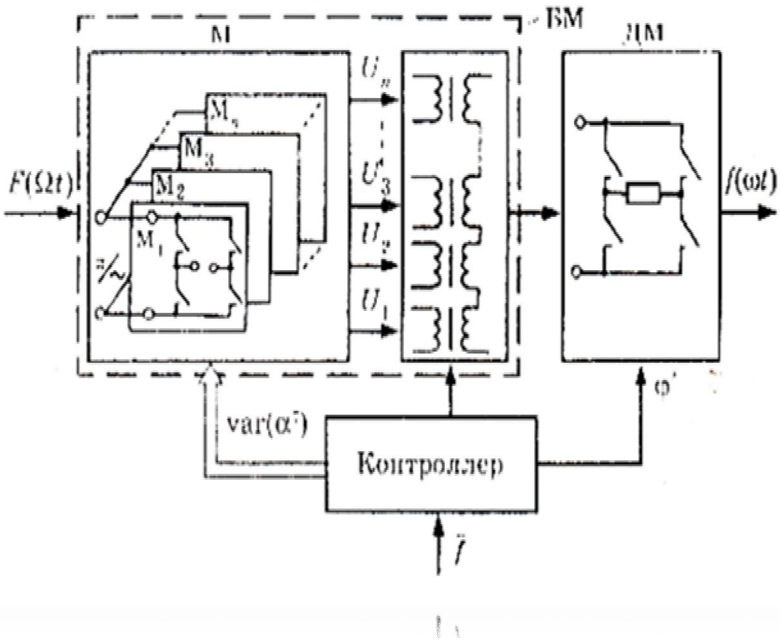

Рис. 2. Функциональная организация силового тракта структурно-инвариантной ПС.

При этом блок модуляции БМ представляет собой совокупность n мостовых инверторных схем на вентилях с двусторонней проводимостью, связанных по способу "суммирования в общем контуре", причем напряжения на вторичных обмотках выходных трансформаторов модуляторов М пропорциональны весам двоичного кода. На последнем этапе осуществляется демодуляция (ДМ) синтезированного сигнала [4–7].

Функциональная организация структурно-инвариантной УПС (рис. 3) включает в себя силовой тракт (СТ), содержащий последовательно соединенные блок модуляторов и демодуляторов, выполненные на ключах с двусторонней проводимостью, а также СУ, в которую входят блок программного управления (БПУ) (источник эталонного сигнала), контроллер, формирующий необходимую коммутационную функцию $\bar{Q}(t)$, а также анализатор-экстраполятор АЭ, вводимый с целью реализации прогнозного управления [7, 8].

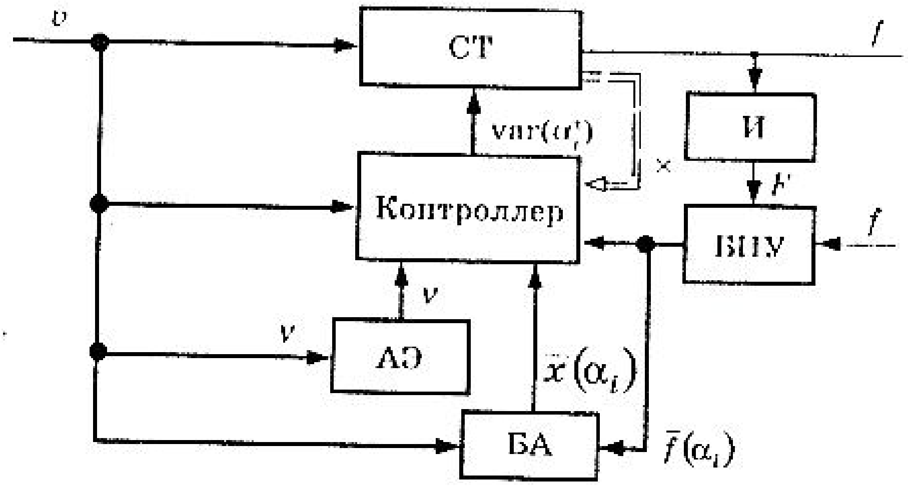

Рис. 3. Функциональная организация структурно-инвариантной УПС.

Представляет интерес вопрос о реализации кусочно-непрерывной аппроксимации формируемой коммутационной функции $\bar{Q}(t)$ и эталонной функции, синтезируемой в БПУ.

Задачу аппроксимации сигнала можно трактовать как проблему синтеза сигнала по заданному критерию. В этом случае целесообразно рассматривать и задачу оптимизации сигнала по некоторому критерию качества. Такой подход к задаче аппроксимации по существу является задачей оптимального синтеза [17]. Другими словами, речь идет о задаче оптимизации (это может быть минимизация или максимизация), в которой мера качества является функцией конечного числа переменных. Таким образом, задача оптимизации в этом случае формулируется в виде задачи математического программирования, которая включает в себя, во-первых, нахождения вектора варьируемых параметров $\bar{X} = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$, удовлетворяющего заданным ограничениям, и, во-вторых, минимизацию заданной функции $\Phi(\bar{X}, y)$ в соответствии с необходимым критерием качества (параметр y описывает неварьируемые параметры). Задача оптимизации в общем виде содержит два важнейших аспекта. Первый заключается в выборе критерия оптимизации, математическая формулировка которого представляет собой функцию $\Phi(\bar{X}, y)$ варьируемых параметров $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$, т.е. целевую функцию. Критерий оптимизации должен отвечать следующим основным требованиям: он должен быть представительным, критичным к исследуемым параметрам, по возможности простым, а также единственным [17, 18].

Выбор целевой функции определяется постановкой задачи, то есть оптимизируемой характеристикой.

Методы оптимизации базируются на численных методах нахождения экстремумов целей функции. Многообразие численных методов оптимизации обусловливает второй аспект задачи оптимизации: выбор метода и алгоритма оптимизации по заданному критерию. Выбор того или иного метода определяется практической необходимостью, эффективностью метода в конкретной ситуации.

В настоящее время все многочисленные методы оптимизации можно классифицировать по трем группам: методы, использующие только значения функций (называемые прямыми методами или методами нулевого порядка); методы, использующие, кроме того, первые производные (методы первого порядка); методы, которые дополнительно к этому требуют знания вторых производных (методы второго порядка).

Методы нулевого порядка, использующие только значения целевой функции для определения релаксационной последовательности векторов $\bar{X}_0, \bar{X}_1, ... \bar{X}_n,$ удовлетворяющих условию $\Phi(\bar{X}_0) > \Phi(\bar{X}_1) > ... > \Phi(\bar{X}_n)$, позволяют эффективнее решать задачи оптимизации при относительно большом количестве варьируемых параметров. Среди методов нулевого порядка широкое распространение получил метод Пауэлла и его различные модификации, метод Дэвиса, Сванна, Кэмпи [17].

При оптимальном синтезе для устранения выхода варьируемого параметра за пределы области определения целевой функции вводится штрафная функция $\rho(x)$. Метод штрафных функций относится к весьма мощным вычислительным средствам теории оптимизации. Идея метода состоит в том, что исходная задача минимизации функции при наличии ограничения сводится к последовательному решению задач минимизации без ограничений, причем решения безусловных задач образуют последовательность, сходящуюся к решению исходной задачи. Таким образом, когда x_K нарушает одно или несколько ограничений, на целевую функцию накладывается некоторый штраф, увеличивающий ее значение. Например, если варьируемые параметры изменяются в интервале $0 \le x_K \le b_{\max}$, то штрафная функция может иметь вид:

$$\rho(x) = f(x) = \begin{Bmatrix} 0; 0 \le x_K < b_{\max} \\ x_K \\ (b_{\max} - x_K)^2; x \ge 0. \end{Bmatrix}$$

Сравнительные исследования прямых методов оптимизации по тестовым задачам показали эффективность метода Пауэлла, в то время как при большом числе переменных лучшие результаты дает метод Дэвиса. Однако модифицированный метод Пауэлла имеет преимущества по сравнению с другими методами и отличается большей скоростью [17].

Выбор целевой функции и метода оптимизации взаимообусловлены. Исходя из требований, предъявляемых к целевой функции, в качестве критерия оптимизации при синтезе сигнала произвольной формы целесообразно выбрать нормированную величину квадратичного уклонения [18, 20]. В этом случае величина квадратичного уклонения однозначно соответствует величине коэффициента искажения K_u [2, 18, 19]. Целесообразность выбора коэффициента K_u в качестве критерия оптимизации при синтезе сигнала обусловливается, кроме того, тем, что данный коэффициент содержит информацию об относительном содержании высших гармоник в спектре сигнала. Это обстоятельство необходимо учитывать в процессе оптимизации. Однако обычная математическая формулировка этого критерия в виде бесконечных рядов Фурье нерациональна, т.к. приводит к неоправданному увеличению объема вычислений и, соответственно, большим затратам машинного времени.

В качестве математического обеспечения для оптимального синтеза принципиально возможно использование ортогональной системы функций Хаара, а также системы функций Уолша, которые представляют собой линейные комбинации функций Хаара [21]. Это объясняется более быстрой сходимостью этих систем функций по сравнению с системой функций Фурье. Однако наличие весьма мощного математического аппарата Фурье, в частности, достаточно простых и хорошо известных методов по улучшению сходимости рядов Фурье, обусловливает предпочтительное использование данной системы по сравнению с другими ортогональными системами функций [19, 20]. Кроме того, использование метода гармонического синтеза и возможности приведения рядов Фурье к замкнутому (каноническому) виду обеспечивает не только высокую точность аппроксимации, но и значительно сокращает объём вычислительных процедур при оптимизации [22].

С учетом изложенного, целевая функция при синтезе сигнала, аппроксимированного кусочно-непрерывной функцией, будет иметь вид:

$$\Phi(X, y) = k_u^2 + \rho(x),$$

где $\rho(x)$ – штрафная функция.

Значительный интерес представляет вопрос о целесообразности использования оптимизационного подхода при построении и структурно-алгоритмической оптимизации структур ключевых инвариантных ПС. Формирование выходного сигнала в них осуществляется путем суммирования напряжений, полученных в результате пофазной амплитудно-импульсной модуляции n-фазной системы переменных напряжений частоты f_1, n-фазной системы эквивалентных коммутационных функций частоты f_m, т.е. имеет место реализация принципов АИМ второго рода.

Таким образом, задача оптимального синтеза выходного сигнала по существу сводится к оптимальному синтезу эквивалентной коммутационной функции. Оптимизация модулирующего воздействия возможна при использовании методов и средств ШИМ, однако использование АИМ модулирующего воздействия более эффективно [1, 2].

При условии кусочно-непрерывной эквивалентной коммутационной функции Q_i, характеризуемой амплитудами b_i и угловыми координатами α_i, оптимальный синтез функции сводится к определению параметров b_i реального модулирующего воздействия, обеспечивающих минимальное значение коэффициента K_u при заданных, например, значениях угловых координат α_i.

Известно, что выходной сигнал ПС при АИМ 2-го рода, напряжении сети U_{1i} и эквивалентном модулирующем воздействии Q_{1i} можно представить в виде:

$$U_{вых} = \sum_{i=1}^{n} U_{1i} Q_i,$$

а выражение для K_u имеет вид (для случая трехфазного напряжения питания):

$$K_u = \left. \left\{ \begin{array}{l} \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\sin(6n-1)\frac{\pi}{2}}{6n-1} \sum_{i=1}^{N} b_i \cos(6n-1) d_i \right]^2 + \\ \displaystyle + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\sin(6n+1)\frac{\pi}{2}}{6n+1} \sum_{i=1}^{N} b_i \cos \alpha_i \right]^2 \end{array} \right\}^{\frac{1}{2}} \middle/ \sum_{i=1}^{N} (b_i \cos \alpha_i). \right. \qquad (6)$$

Однако использование этого выражения в виде бесконечного функционального ряда в качестве целевой функции при решении задачи оптимального синтезирования формы модулирующего воздействия оптимизационными методами неэффективно, т.к. требует больших затрат времени при проведении оптимизационных процедур.

Потому возникает необходимость суммирования данного ряда, т.е. приведения к замкнутому виду [22]. Следует отметить, что суммирование ряда и представление числа в виде суммы ряда необходимо рассматривать как две стороны одного процесса: сопоставления различных форм представления одного и того же числа. При этом целью такого сопоставления в зависимости от ситуации может быть как разложение заданного числа в ряд, так и суммирование заданного ряда. В случае сходящихся рядов процесс нахождения сумм часто оказывается удобным расчленить на два этапа [10, 20]. Во-первых, данный ряд следует преобразовать в другой, вспомогательный ряд, сумма которого известна и поддается эффективному вычислению. Во-вторых, по сумме вспомогательного ряда найти сумму исходного ряда (преобразование рядов по Эйлеру, по Куммеру).

Скорость сходимости рядов Фурье к соответствующим функциям существенно зависит от степени гладкости этих функций, т.е. от существования во всем интервале разложения производных вплоть до достаточно высоких порядков. Тем не менее существует необходимость представления недостаточно гладких функций суммами их рядов Фурье. Это может быть достигнуто в результате улучшения сходимости рядов Фурье, которое принадлежит А.Н.Крылову и состоит, во-первых, в выделении из функции некоторой ее части, которая, ввиду своей негладкости, плохо влияет на сходимость ряда Фурье, но представима в замкнутом виде и, во-вторых, в суммировании оставшейся хорошо сходящейся части.

Подобные преобразования применимы в основном для сходящихся рядов, в то время как целевая функция может выражаться и расходящимся рядом. В этом случае исходный ряд необходимо подвергнуть дополнительным преобразованиям (по Пуассону-Абело, по Чезаро) с целью получения его замкнутого вида, что довольно трудоемко [19, 20].

Исходя их вышеизложенного, представляет интерес разработка методики приведения функциональных рядов к замкнутому виду независимо от их сходимости.

Возведя в квадрат выражения под знаками сумм в (6), нетрудно заметить, что все многообразие приводимых к замкнутому виду рядов сводится в конкретном случае к трем следующим типам рядов:

$$\mathcal{F}_1^{\pm}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(6n\pm1)^2}, \tag{7}$$

$$\mathcal{F}_2^{\pm}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos(6n\pm1)d}{(6n\pm1)^2}, \tag{8}$$

$$\mathcal{F}_3^{\pm}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos(6n\pm1)d\cos(6n\pm1)\beta}{(6n\pm1)^2}. \tag{9}$$

Рассмотрим первую из этих сумм рядов (7):

$$\mathcal{F}_1^{\pm}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(6n\pm1)^2}=$$

$$=\frac{1}{36}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(6n+\frac{1}{6})^2}=\alpha^2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+\alpha)^2},$$

где λ – параметр, учитывающий, по сути, число фаз питающей сети.

Воспользуемся разложением в ряд Тейлора в соответствии с выражением:

$$f(\lambda)=f(0)+f^{'}(0)\lambda+\frac{f^{'}(0)}{2!}\lambda^2+...+\frac{f^{e}(0)}{e!}\lambda^{e}..., \tag{10}$$

где

$$f^{'}(\lambda)=(-2)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+\lambda)^3},$$

$$f^{''}(\lambda)=(-1)^2\cdot3!\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+\lambda)^4} \text{ и т.д.,}$$

применяемым для $(\ell+I)$ раз дифференцируемой функции.

Тогда получим:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+\lambda)^2}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}-2\lambda\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^3}+3\lambda^2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^4}+...$$

или в общем виде:

$$\mathcal{F}_1^+ = \lambda^2 \sum_{k=2}^{\infty} (-1)^k (k-1) \lambda^{k-2} \zeta(k), \qquad (11)$$

где

$\zeta(k) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^k}$ – функции Римана, определяемые при помощи чисел Бернулли и задаваемые таблично [21].

Ограничившись некоторым числом членов L в разложении Тейлора, выражение (11) можно записать в виде:

$$\mathcal{F}_1^+ \approx \mathcal{F}_{1L}^+ = \lambda^2 \sum_{k=2}^{L} (-1)^k (k-1) \lambda^{k-2} \zeta(k). \qquad (12)$$

В соответствии с признаком Лейбница [21] полученный знакопеременный ряд является сходящимся, ибо выполняются все условия, которым должен удовлетворять ряд: знакочередуемость членов ряда, монотонность и сходимость к нулю их абсолютных величин.

Исходя из следствия признака Лейбница, можно оценить погрешность приведенного преобразования при $\lambda = I/6$:

$$\gamma = \frac{\left|\mathcal{F}_1^+ - \mathcal{F}_{1L}^+\right|}{\mathcal{F}_1^+} < \frac{L \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{L-1} \cdot \zeta(l+1)}{36 \mathcal{F}_1^+} \approx$$
$$\approx \frac{L}{10} \left(\frac{1}{6}\right)^{L-2} \cdot \zeta(L+1).$$

Тогда при L=6 относительная погрешность будет составлять около 0,05%, что вполне приемлемо для практических целей.

Таким образом, окончательное выражение (12) будет иметь следующий вид:

$$\mathcal{F}_1^+ = \lambda^2 [\zeta(2) - 2\lambda\zeta(3) + 3\lambda\zeta(4) - 4\lambda\zeta(5) + 5\zeta(6)].$$

Аналогично можно записать для $\mathcal{F}_L^-$:

$$\mathcal{F}_{1L}^- = \lambda^2 [\zeta(2) + 2\lambda\zeta(3) + 3\lambda\zeta(4) + 4\lambda\zeta(5) + 5\zeta(6)].$$

При исследовании представленной преобразовательной системы с многократной модуляцией особое значение имеет аналитическое исследование выходного напряжения.

Если составляющие функции $Q(t)$ удовлетворяют условиям Дирихле, они могут быть аппроксимированы кусочно-постоянной функцией по критерию минимума квадратичного уклонения и представлены тригонометрическим рядом Фурье. Для случая симметрии 3-го рода имеем:

$$\overline{F}(t) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1} \sum_{l=1}^{N} [g_l \cos(2l-1)\alpha_l] \right\} \times$$
$$\times \cos(2n-1)\Omega t,$$

$$\overline{f}(t) = \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \frac{(-1)^{k-1}}{2k-1} \sum_{l=1}^{N} [g_l' \cos(2l-1)\alpha_l'] \right\} \times$$
$$\times \cos(2k-1)\omega t,$$

где g_i, γ_i – амплитудные и угловые параметры аппроксимации.

Воспользуемся формулой Эйлера и преобразуем тригонометрический ряд Фурье в комплексную форму. Тогда выражение для коммутационной функции примет вид:

$$\overline{Q}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} C_{(2k-1)} e^{j(2k-1)\omega t} \Big/ \sum_{n=1}^{\infty} C_{(2n-1)} e^{j(2n-1)\Omega t}, \qquad (13)$$

где i, j – разные мнимые единицы, соответствующие различным частотам ω и Ω.

Таким образом, коммутационная функция в общем виде представима произведением как минимум двух различных по частоте функций:

$$Q(t) = a(\omega t) \cdot b(\Omega t). \qquad (14)$$

Приведенные соображения наглядно иллюстрируют серьёзные затруднения, возникающие при использовании традиционных методов аналитического исследования применительно к преобразовательным системам с многократной модуляцией.

В качестве математического аппарата для исследования таких систем может быть использован аппарат гиперкомплексного исчисления, позволяющий с единых методологических позиций рассматривать технические системы с многократной модуляцией [23].

Рассмотрим более детально выражение для коммутационной функции (12), которое приводится к виду:

$$Ce^{i\alpha} e^{j\beta} = C(\cos\alpha + i\sin\alpha)(\cos\beta + j\sin\beta) =$$
$$= C\cos\alpha\cos\beta + iC\sin\alpha\cos\beta + jiC\sin\alpha\sin\beta =$$
$$= a + i_1 b + i_2 c + i_3 d.$$

В результате получено гиперкомплексное число четвертого порядка. Однако количество классов изоморфизмов ГЧС четвёртого порядка достаточно велико (бикомплексные числа, комплекс Клейна, кватернионы), поэтому для выбора ГЧС необходима постановка дополнительных условий. Такими условиями, очевидно, могут быть коммутативность и ассоциативность ГЧС.

В этом случае ГЧС сводится к системе бикомплексных чисел – коммутативной системе с единичным базисным элементом и тремя мнимыми единицами [24], закон композиции которой представлен таблицей 1. Отметим, что i_1, i_2 – мнимые единицы, для которых $i_1^2 = i_2^2 = -1$, однако $i_1 \neq \pm i_2$, а $i_3 = i_1 \times i_2$, причем $i_3^2 = 1$, $i_3 \neq \pm 1$. Бикомплексные числа могут быть получены коммутативным удвоением поля комплексных чисел комплексными числами.

Таблица 1

	1	i_1	i_2	i_3
1	1	i_1	i_2	i_3
i_1	i_1	-1	i_3	$-i_2$
i_2	i_2	i_3	-1	i_1
i_3	i_3	$-i_2$	i_1	+1

Рассмотрим приложение метода бикомплексного исчисления к исследованию мультиоперационных преобразовательных систем с многократной модуляцией.

Итак, осуществив комплексное преобразование для составляющих функций выражения (14), получим:

$$\left.\begin{aligned} a(t) &\risingdotseq \dot{A}_m = a_m \cos\alpha_m + i a_m \sin\alpha_m \\ b(t) &\risingdotseq \dot{B}_k = b_k \cos\beta_k + j b_k \sin\beta_k, \end{aligned}\right\} \qquad (15)$$

где m, k – номера гармоник для Ω и ω.

$$\left.\begin{aligned} a_m \sin\alpha_m &= \frac{\Omega}{\pi}\int_0^{2\pi/\Omega} a(t)\cos m\Omega t dt = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} a(\varphi/\Omega)\cos m\varphi d\varphi; \\ a_m \cos\alpha_m &= \frac{\Omega}{\pi}\int_0^{2\pi/\Omega} a(t)\sin m\Omega t dt = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} a(\varphi/\Omega)\sin m\varphi d\varphi; \\ b_k \sin\beta_k &= \frac{\omega}{\pi}\int_0^{2\pi/\omega} b(t)\cos k\omega t dt = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} b(\lambda/\omega)\cos k\lambda d\lambda; \\ b_k \cos\beta_k &= \frac{\omega}{\pi}\int_0^{2\pi/\omega} b(t)\sin k\omega t dt = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} b(\lambda/\omega)\sin k\lambda d\lambda, \end{aligned}\right\} \qquad (16)$$

где $\varphi = \Omega t, \quad \lambda = \omega t.$

Подставив (16) в (15), после перемножения $\dot{A}_m$ и $\dot{B}_k$ с учётом формулы Эйлера получим интегральное преобразование – бикомплексное преобразование:

$$\begin{aligned} \mathring{Q}_{mk} &= \dot{A}_m \dot{B}_k = \\ &= ij\frac{1}{\pi^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} a(\varphi/\Omega)\times b(\lambda/\omega)e^{-im\varphi}e^{-jk\lambda}d\varphi d\lambda. \end{aligned} \qquad (17)$$

Полученное преобразование является прямым бикомплексным преобразованием. Обратное бикомплексное преобразование введём следующим образом:

$$Q(t) = Q(\varphi/\Omega, \lambda/\omega) = \frac{1}{4ij}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\mathring{Q}_{mk}\, e^{im\varphi}e^{ik\lambda}.$$

С учётом (7) получим полное бикомплексное преобразование в интегральной форме:

$$Q(t) = \frac{1}{4\pi^2}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{im\varphi+ik\lambda} \times$$

$$\times \int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} a(\varphi/\Omega)b(\lambda/\omega)e^{-(im\varphi+ik\lambda)}d\varphi d\lambda.$$

Бикомплексное преобразование можем обозначить оператором $\Gamma_{m,k}[Q(t)] = \overset{\circ}{Q}_{m,k}$ или $\overset{\circ}{Q}_{m,k} \doteqdot Q(t)$, т.е. вводится понятие оригинала и изображения функции.

Некоторые бикомплексные изображения функций, полученные в соответствии с (17), представлены в таблице 2.

Таблица 2

Оригинал	Изображение
$C \cdot \sin(\omega t + \beta)$	$2Cie^{j\beta}; m = 0, k = 1$ $0; m \neq 0, k \neq 1$
$C \cdot \sin(\omega t + \alpha)$	$2Cje^{j\alpha}; m = 1, k = 0$ $0; m \neq 1, k \neq 0$
$C \cdot \sin(\Omega t + \alpha) \cdot \sin(\omega t + \beta)$	$2Ce^{i\alpha}e^{j\beta}; m = k = 0$ $0; m \neq 1, k \neq 1$

Изображение $Ae^{i\alpha}e^{j\beta}$ назовём бикомплексной амплитудой гипергармонической функции $A\sin(\Omega t + \alpha) \cdot \sin(\omega t + \beta)$, а величину $i\Omega + j\omega$ – бикомплексной частотой. Роль этих величин при исследовании систем с многократной модуляцией аналогична роли комплексных амплитуды и частоты при расчёте электрических цепей с гармоническими напряжениями и токами.

Аналогичные понятия вводятся и для m, k – гипергармонических составляющих функций $Q(t)$. Предложенный метод бикомплексного исчисления может найти широкое применение при исследовании мультиоперационных структурно-инвариантных преобразовательных систем с многократной модуляцией, причем на макроструктурном уровне.

Выводы. Адаптивное координатно-параметрическое управление, использующее релейные составляющие в алгоритмах управления, способно значительно расширить возможности управления существенно нестационарными объектами. Разработаны алгоритмы преобразования и принципы организации инвариантных ПП требуемой формы, включая постоянные заданной величины и полярности, при произвольной форме напряжения питания. При этом функциональная организация ПП, предусматривающая высокочастотное преобразование электроэнергии, позволяет принципиально устранить необходимость промежуточного получения постоянного напряжения, что дает возможность существенно улучшить технико-экономические показатели ПП. Кроме того, разработан ряд структур ПП, возможность и целесообразность использования которых в аппаратуре различного функционального назначения обусловлены высоким качеством выходного напряжения требуемой формы при произвольной форме напряжения питания и отсутствии выходных энергетических фильтров; широким диапазоном регулирования величины и частоты выходного напряжения, включая низкие и инфранизкие частоты, причем без искажения его формы; возможностью выполнения силового тракта ПП по схеме как с суммированием в общем узле, так и с суммированием в общем контуре; управлением структурами ПП на программном уровне за счет реализации соответствующих алгоритмов преобразования цифровым программируемым контроллером; улучшенными массогабаритными показателями; многооперационностью разработанных структур ПП, что обеспечивает их унификацию.

Разработанные структуры ПП, используемые в автономных СЭС, позволяют программно получить любой требуемый алгоритм управления и обеспечивают ограниченное сочетание возможностей силового тракта ПП и преимуществ цифрового управления.

1. Перетворювальна техніка. Підручник. Ч.2 / *Гончаров Ю.П., Будьонний О.В., Морозов В.Г., Панасенко М.В., Ромашко В.Я., Руденко В.С.* / За ред. В.С. Руденка. – Харків : Фоліо, 2000. – 360 с.

2. *Кобзев А.В., Михальченко Г.Я., Музыченко Н.М.* Модуляционные источники питания РЭА. – Томск : Радио и связь, 1990. – 335 с.

3. *Кадель В.И.* Силовые электронные системы автономных объектов. Теория и практика автоматизированной динамической оптимизации. – М. : Радио и связь, 1990. – 224с.

4. *Баранов Л.А.* Квантование по уровню и временная дискретизация в цифровых системах управления. М. : Энергоатомиздат, 1990. – 304 с.

5. *Алиев Р.А.* Принцип инвариантности и его применение для проектирования промышленных систем управления. – М. : Энергоатомиздат, 1985. – 128 с.

6. *Смирнов В.С., Самков О.В., Булгач Т.В., Олійник В.В.* Теоретичні аспекти аналізу стійкості інваріантних підсилювально-перетворювальних систем з fuzzy-регуляторами // Вісн. Державного університету інформаційно-комунікаційних технологій. – 2007. – Спец. вип. – С. 102-107.

7. *Смирнов В.С., Трубицын К.В.* Принципы построения инвариантных преобразователей с многократной модуляцией // Вестн. ХГПУ. Проблемы автоматизированного электропривода. Теория и практика. – 1999. – Вып.61. – С. 290-291.

8. *Смирнов В.С., Самков А.В., Булгач Т.В.* Организация инвариантных усилительно-преобразовательных систем с прогнозированием для аппаратных средств телекоммуникационного оборудования // Науково-виробничий журнал Адміністрації зв'язку та радіочастот України "ЗВ'ЯЗОК". – 2009. – Вип. 4 (88). – С. 47-51.

9. *Менский Б.М.* Принцип инвариантности в автоматическом регулировании и управлении. – М. : Машиностроение, 1972. – 248 с.

10. *Павлов В.В.* Инвариантность и автономность нелинейных систем управления. – К. : Наук. думка, 1971. – 271 с.

11. *Буков В.Н.* Адаптивные прогнозирующие системы управления полетом. – М. : Наука, 1987. – 232 с.

12. *Петров Б.Н., Рутковский В.Ю., Земляков С.Д.* Адаптивное координатно-параметрическое управление нестационарными объектами. – М. : Наука, 1980. – 244 с.

13. Адаптивные системы автоматического управления / *В.Н. Антонов, А.М. Пришвин, В.А. Терехов, А.Э. Янчевский* / Под ред. В.Б. Яковлева. Л. : Изд-во Ленингр. ун-та, 1984. – 204 с.

14. Интеллектуальные системы автоматического управления / Под ред. *И.М. Макарова, В.М. Лохина.* – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2001. – 576 с.

15. *Александров Є.Є., Козлов Е.П., Кузнецов Б.І.* Автоматичне керування рухомими об'єктами і технологічними процесами: Підручник у 3-х томах. Т.1. Теорія автоматичного керування / За заг. ред.. Александрова Є.Є. – Харків : НТУ «ХПІ», 2002. – 490 с.

16. *Арсеньев Г.Н., Зайцев Г.Ф.* Радиоавтоматика: учебник для вузов по направлению «Радиотехника». В 2-х ч. Ч.II: Теория дискретных и оптимальных систем автоматического управления РЭС. – М. : Радиотехника, 2008. – 476 с.

17. *Аоки М.* Введение в методы оптимизации. – М. : Наука, 1977. – 344 с.

18. *Директор С., Рорер Р.* Введение в теорию систем. – М. : Мир, 1974. – 464 с.

19. *Воробьев Н.Н.* Теория рядов. – 4-е изд., перераб. и доп. – М. : Наука, 1979. – 408 с.

20. *Толстов Г.П.* Ряды Фурье. – 3-е изд. – М. : Наука, 1980. – 384 с.

21. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М. : Наука, 1978. – 831 с.

22. *Заездный А.М.* Гармонический синтез в радиотехнике и электросвязи. – 2-е изд., перераб. и доп. – Л. : Энергия, Ленинградское отд-ние, 1972. – 528 с.

23. *Кантор И.Л., Солодовников А.С.* Гиперкомплексные числа. – М. : Наука, 1973. – 144 с.

24. *Онищенко С.М.* Применение гиперкомплексных чисел в теории инерциальной навигации. – К. : Наук.думка, 1983. – 208 с.

25. Патент 2020709 РФ, МКИ 5Н02М 5/27. Программируемый преобразователь /В.И.Сенько, В.С. Смирнов, К.В. Трубицин, А.А. Мозоляко, А.П. Калиниченко. – Опубл. 30.09.94, Бюл. №18.

REFERENCES

1. Peretvoryuvalna tehnika. Pidruchnik. Part2 / *Goncharov Y.U, Budonny O.V Morozov V.G Panasenko M.V Romashko V.Y, V.S Rudenko* / In the red. V.S Rudenka. – Kharkiv : Folio, 2000. – 360 s.

2. *Kobzev A.V Mihalchenko G.Y, Muzichenko N.M.* Modulation sources REA. – power Tomsk: Radio and communication, 1990. – 335 s.

3. *Cadel V.I.* Power electronic systems of autonomous objects. Theory and practice of automated dynamic optimizatsii. – M. : Radio and Communications, 1990. – 224 p.

4. *L.A Baranov* The quantization level and temporal sampling in digital control systems. M. : Energoatomisdat, 1990. – 304 c.

5. *R.A Aliev* The invariance principle and its application for the design of industrial control systems. – M. : Energoatomisdat, 1985. – 128 c.

6. *Smirnov V.S, Samkov O.V Bulgach T.V, Oliynik V.V.* Teoretichni aspects analizu stiykosti invariantnih pidsilyuvalno-peretvoryuvalnih systems s fuzzy-regulators // Visn. Sovereign universitetu informatsiyno-komunikatsiynih tehnologiy. – 2007. – Special. vip. – S. 102-107.

7. *V.S Smirnov, K.V Trubitcin* Principles of construction of invariant converters with multiple modulation // Vestn. KhSPU. Problems of automated electric. Theory and praktika. – 1999. – Vyp.61. – S. 290-291.

8. *Smirnov V.S, Samkov A.V., T.V. Bulgach* Organization invariant intensive-converting systems to the prediction for hardware telecommunications equipment // Naukova-virobnichy magazine Administratsiï zv'yazku that radiochastot Ukraine "phone reception". – 2009. – Vip. 4 (88) . – S. 47-51.

9. *Mena B.M.* The principle of invariance in automatic control and upravlenii. – M. : Engineering, 1972. – 248 s.

10. *Pavlov V.V.* Invariance and autonomy of nonlinear systems upravleniya. – K. : Science. Dumka, 1971. – 271 s.

11. *Bukov V.N.* Adaptive predictive control system poletom. – M. : Nauka, 1987. – 232 c.

12. *Petrov B.N., Rutkowski V.Y., Zemlyakov S.D.* Adaptive coordinate-parametric control unsteady obektami. – M. : Nauka, Moscow. – 1980. – 244 s.

13. Adaptive automatic control system / *V.N. Antonov, AM Prishvin, V.A. Terekhov, A.E. Yanchevskii* / Ed. V.B Yakovlev. L. : Publishing House of Leningrad. University Press, 1984. – 204 c.

14. Intelligent automatic control system / Ed. THEM. *Makarov V.M. Lohina*. – M. : FIZMATLIT, 2001. – 576 s.

15. *Alexandrov E.E., Kozlov E.P. Kuznetsov B.I.* Automaticity moving objects management and tehnological process:

Pidruchnik in 3 volumes. V.1. Teoriya automaticity keruvannya / For zag. ed .. Alexandrov E.E., – Kharkiv : NTU "KhPI" 2002. – 490 s.

16. *Arsenyev G.N., Zaitsev G.F.* Radioautomatics: a textbook for high schools in the direction of "Radio". In 2 hours, part II:. The theory of discrete optimal and automatic control systems RES. – M. : Radio engineering, 2008. – 476 s.

17. *Aoki, M.* Introduction to optimization techniques. – M. : Nauka, 1977. – 344 s.

18. *Director, S., R. Rohrer* Introduction to sistem. – M. : Mir, 1974. – 464 s.

19. *N.N. Vorobiev* Theory ryadov. – 4 th ed., Revised. and dop. – M. : Nauka, Moscow. – 1979. – 408 c.

20. *G.P. Tolstov* Fourier series. – 3rd izd. – M. : Nauka, Moscow. – 1980. – 384 s.

21. *Korn G., Korn T.* Handbook of mathematics for scientists and inzhenerov. – M. : Nauka, Moscow. – 1978. – 831 s.

22. *Zaezdny A.M.* Harmonic synthesis in radio and elektrosvyazi. – 2nd ed., Rev. and dop. – L. : Energy, Leningrad depset, 1972. – 528 s.

23. *I.L. Kantor, A.S. Solodovnikov* Hypercomplex chisla. – M. : Nauka, 1973. – 144 s.

24. *S.M. Onishchenko* The use of hyper complex numbers in the inertial navigation theory. – K. : Nauk.dumka, 1983. – 208 p.

25. Patent 2,020,709 RF MKI 5N02M 5/27. Programmable converter /V.I.Senko, V.S. Smirnov, K.V. Trubitsin, A.A. Mozolyako, A.P. Kalinichenko. – Publ. 09.30.94, Bul. №18.

В.С.Смирнов, докт.техн.наук, **Н.В.Беленок, Е.В.Іваніченко** (Державний університет телекомунікацій, Київ)

Теоретичні основи організації структурно-інваріантних перетворювальних систем автономних об’єктів для відновлюваної енергетики

Сформульовано положення про структурну інваріантність УПС, яке передбачає інваріантність структурної організації УПС по відношенню до його функціонального призначення у вигляді необхідних і достатніх умов, причому достатньою умовою є наявність багаторазової, щонайменше, дворазової модуляції вхідного впливу при одночасному поєднанні функцій формування, регулювання вихідного сигналу і компенсації координатно-параметричних збурень у єдиному функціональному вузлі. Виконання умови структурної інваріантності дозволило реалізувати положення про симетрування нелінійних каналів передачі загального збурення на програмному рівні відповідно до алгоритму перетворення "модуляція – демодуляція". Бібл. 25, табл. 2, рис. 3.

Ключові слова: *автономні об’єкти, теорія інваріантності, відновлювана енергетика, бікомплексне обчислення.*

Smirnov V., Ph.D., **Belenok N., Ivanichenko E.** (State University of Telecommunications, Kiev)

Theoretical fundamentals of structural-invariant systems of autonomous objects converting to renewable energy

Given the view of structural invariance of the strengthening converting systems (SCS), which provides for the invariance of the structural organization of the SCS with respect to its functional purpose, in the form of necessary and sufficient conditions, with sufficient condition is the presence of multiple, at least two times the modulation input action while combining formation, regulation of output signal compensation and coordinate-parametric perturbations in a single functional unit. Implementation of structural invariance condition allowed to realize the position of balancing the nonlinear transmission channel of general indignation at the program level in accordance with the algorithm of conversion "modulation – demodulation". References 25, tables 2, figures 3.

Keywords: *self-contained objects, the theory of invariance, renewable energy, bicomplex calculus.*

SYNOPSES

Adaptive coordinate-parametric control using relay components in the control algorithms that can significantly extend the management capabilities substantially non-stationary objects. Designed transformation algorithms and principles of invariant PP desired shape, including a permanent set value and polarity, if any form of supply voltage. In this case the functional organization of the PP, which provides high-frequency power conversion, allows essentially eliminate the need for intermediate receiving a constant voltage, which makes it possible to significantly improve technical and economic performance of PP. In addition, a number of structures of PP, feasibility of using the equipment in which various functional purpose due to: high quality output voltage at a desired shape any form of supply voltage and output power without filters; a wide range of frequency and adjusting the output voltage, including subsonic and low frequencies, without distorting its shape; the ability of the power path PP scheme both in the general summation node and a summing circuit in general; PP control structures at the program level through the implementation of appropriate algorithms convert a digital programmable controller; improved weight and overall dimensions; multistage structures designed PCB that allows their unification.

Стаття надійшла до редакції 20.07.16
Остаточна версія 29.09.16