

УДК 551.51-7

А.Ю.Собченко (Одесский государственный экологический университет, Одесса)

Исследование двумерной стохастической модели ветра регионов Украины

Рассмотрена двумерная стохастическая модель ветра. Исследованы моменты модели и коэффициент корреляции зональной и меридиональной составляющих вектора скорости ветра для пяти регионов Украины. Показаны регионы с существенным коэффициентом корреляции составляющих вектора ветра. Дано климатологическое обоснование полученных результатов. Библ. 4, табл. 1, рис. 1.

Ключевые слова: двумерное нормальное распределение, дисперсия, коэффициент корреляции, вектор скорости ветра, эллипс рассеивания.

Orcid: 0000-0002-0635-3603

Вступление. Разработка стохастических моделей ветра, как правило, ограничивается исследованиями скалярных распределений вероятности величины (модуля) [1] и направления вектора ветра [2]. Такой подход при очевидных преимуществах (инструментальной точности аппроксимации массивов данных измерений, известной легкости интерпретации результатов) не учитывает взаимного влияния компонент, в частности, зональной и меридиональной составляющих вектора ветра.

Постановка задачи. Настоящая работа посвящена исследованию двумерной стохастической модели вектора ветра применительно к данным пяти регионов Украины.

Рассмотрим ветер как двумерный случайный вектор, характеризуемый величиной (модулем) скорости и направлением в полярных или, что эквивалентно, зональной и меридиональной составляющими в декартовых координатах. Предположим, что плотность распределения подчиняется двумерному нормальному закону [3]:

$$\varphi(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\rho^2}} \times e^{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left(\frac{(x-\bar{x})^2}{\sigma_x^2} - \frac{2\rho(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sigma_x\sigma_y} + \frac{(y-\bar{y})^2}{\sigma_y^2}\right)}, \quad (1)$$

где x, \bar{x}, σ_x – величина, математическое ожидание, среднеквадратическое отклонение зональной

составляющей вектора скорости ветра; y, \bar{y}, σ_y – величина, математическое ожидание, среднеквадратическое отклонение меридиональной составляющей вектора скорости ветра; ρ – коэффициент корреляции зональной и меридиональной составляющих вектора ветра.

Из (1) следует, что построение двумерной модели сводится к определению значений математических ожиданий, среднеквадратических отклонений и коэффициента корреляции исследуемых компонент. Двумерное нормальное распределение (1) унимодально, с максимумом в точке $x = \bar{x}$, $y = \bar{y}$ и симметрично относительно плоскостей, проходящих через оси эллипсов рассеивания [4] семейства:

$$\frac{(x-\bar{x})^2}{\sigma_x^2} - \frac{2\rho(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sigma_x\sigma_y} + \frac{(y-\bar{y})^2}{\sigma_y^2} = \lambda^2, \quad (2)$$

где λ – параметр, определяющий вероятность [4] попадания вектора скорости ветра в область, ограниченную проекцией эллипсов (2) на координатную плоскость:

$$P(\lambda) = 1 - e^{-\frac{\lambda^2}{2(1-\rho)}}. \quad (3)$$

В отсутствие корреляции зональной и меридиональной компонент ($\rho = 0$) выражение (2) сводится к формуле эллипса канонического вида,

его главные оси параллельны координатным. Если при этом дисперсии компонент совпадают, эллипсы вырождаются в окружности, соответственно, распределение (1) становится круговым нормальным. Заметим, что асимметрия относительно вертикальной оси плотности распределения сохраняется при формальном равенстве дисперсий компонент вектора ветра для ненулевой величины коэффициента корреляции.

Количественными характеристиками зависимости зональной и меридиональной компонент служат [4] угол α поворота главной оси эллипса рассеяния относительно координатной (4) и параметр эллиптичности L :

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\rho\sigma_x\sigma_y}{\sigma_x^2 - \sigma_y^2}, \quad (4)$$

$$L = \frac{2\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\rho^2}}{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}. \quad (5)$$

Массив данных представлен информацией АМСГ Одесса, Киев (Борисполь), Кривой Рог, Симферополь и Львов и содержит осредненные получасовые данные приземного слоя о векторе ветра в полярных координатах за период с 2001 по 2014 гг. В ходе обработки информация преобразована в декартову систему координат и аппроксимирована двумерной нормальной плотностью вероятности (1) по критерию минимума среднеквадратической ошибки.

Результаты аппроксимации представлены в таблице 1, содержащей оценки моментов распределения и коэффициента корреляции компонент вектора ветра, а также численные характеристики эллипсов рассеяния для каждого региона.

Графическая интерпретация полученных результатов представлена на рис. 1, где точками показаны проекции на координатную плоскость исходных данных исследуемых регионов, а непрерывными линиями – семейства эллипсов рассеяния соответствующих плотностей распределения для значений вероятностей (3) 0,99, 0,95, 0,70.

Таблица 1. Статистические характеристики составляющих вектора ветра

	Одесса	Киев	Кривой рог	Симферополь	Львов
\bar{u} , м/с	0,567	0,0012	0,552	- 0,117	- 0,375
\bar{v} , м/с	- 0,208	0,388	- 0,174	- 0,896	0,191
σ_x , м/с	3,85	3,10	3,18	3,35	2,21
σ_y , м/с	2,92	2,83	3,19	4,16	3,01
σ_x^2 , м ² /с ²	14,83	9,63	10,15	11,19	4,88
σ_y^2 , м ² /с ²	8,54	8,03	10,19	17,29	9,06
ρ	- 0,05	0,06	- 0,03	- 0,54	0,29
L	0,96	0,99	1,00	0,82	0,92
$\operatorname{tg} 2\beta$	- 0,18	0,63	15,15	2,45	-1,01
β , °	355	16	43	34	337

Из таблицы следует:

– различие среднеквадратических отклонений зональной и меридиональной компонент вектора ветра для районов Киев и Кривой Рог невелико при почти нулевом коэффициенте корреляции, соответственно, плотности распределения

вероятностей вектора ветра (рис. 1b, рис. 1с) близки к круговым нормальным;

– заметное различие среднеквадратических отклонений компонент вектора для района Одесса сопровождается почти нулевым коэффициентом корреляции, соответственно, плотность рас-

ределения эллиптически, что подтверждает рис. 1а;

– существенные различия среднеквадратических отклонений компонент вектора для районов Симферополь и Львов сопровождаются высокими значениями коэффициента корреляции

разных знаков; соответствующие плотности распределения (рис. 1d и рис. 1e) эллиптически, при этом главные оси эллипсов рассеяния ориентированы сообразно знаку коэффициента корреляции.

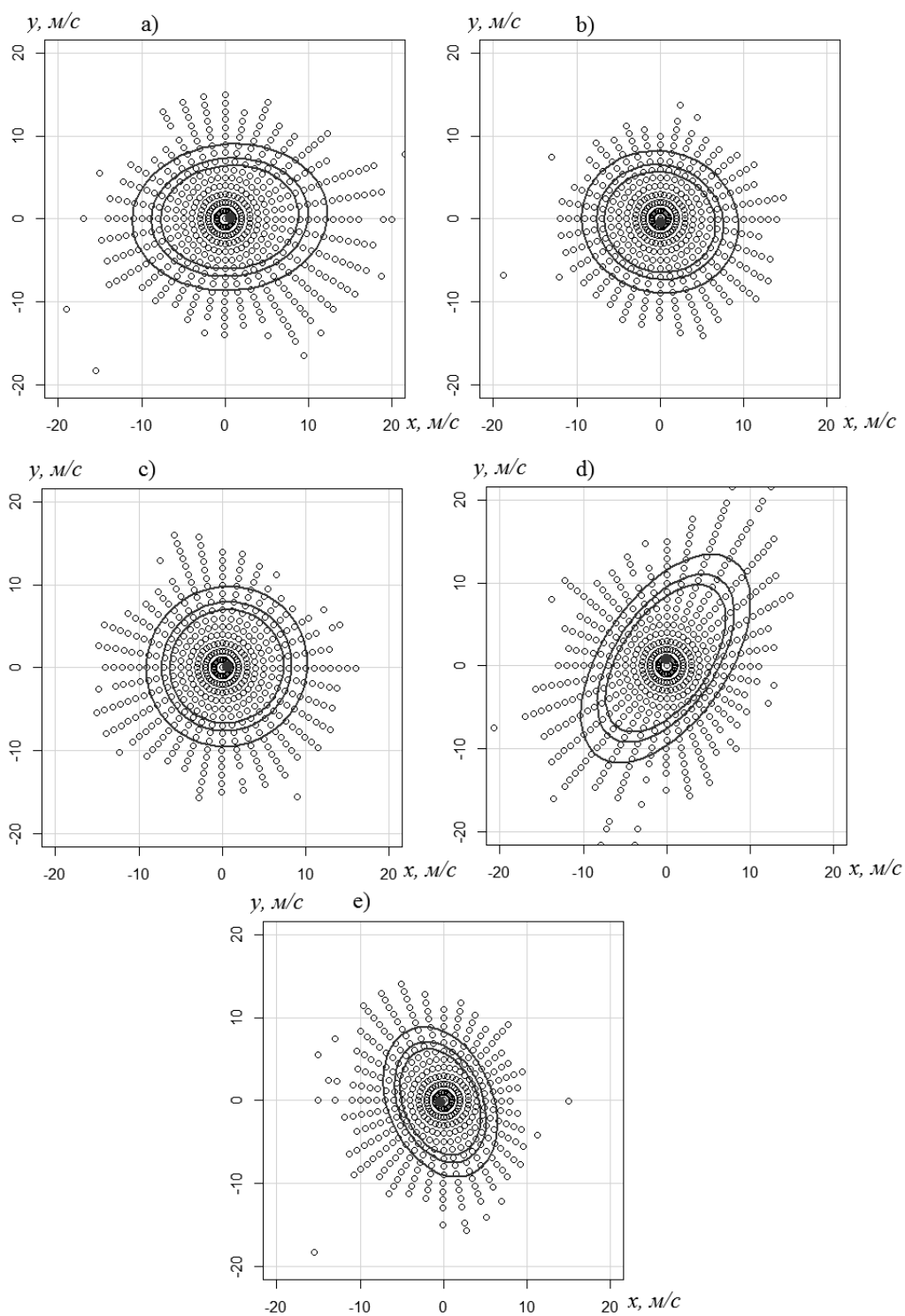


Рис. 1. Эллипсы равных вероятностей для АМСГ Одесса (а), Киев (б), Кривой Рог (с), Симферополь (д), Львов (е).

Выводы. Совпадение направлений главных осей эллипсов рассеяния с географическими осями горных массивов (Крымские горы для района Симферополь, Карпаты для района Львов) определяет пути преобладающего тепломассопереноса и направлений соответствующих ветровых потоков.

Наличие горного массива есть необходимое условие существенной корреляции компонент вектора ветра синоптического масштаба.

Наличие водного массива не является необходимым условием корреляции компонент ветра, но обеспечивает эллиптичность плотности распределения, связанную с существенной разницей дисперсий компонент (дисперсия есть эквивалент средней мощности процесса).

Актуальным представляется сравнительный анализ полученных результатов (стохастической модели) с данными применения "стандартной" климатологической (детерминированной) модели.

1. Kollu, R., Rayapudi, S.R., Narasimham, S. et al. Mixture probability distribution functions to model wind speed distributions. *Int J Energy Environ Eng* (2012) 3: 27. doi:10.1186/2251-6832-3-27.
2. Капля Е.В. Параметрическое обобщение логистического закона распределения в статистическом анализе динамики направления ветра. *Альтернативная энергетика и экология (ISJAEE)*. 2015;(17-18):42-47. DOI:10.15518/isjaee.2015.17-18.005.
3. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – М., Высш.шк., 2003.– 479 с.
4. Гутерман И. Г. Распределение ветра над северным полушарием / И. Г. Гутерман. – Л. : Гидрометеоздат, 1965. – 252 с.

REFERENCES

1. Kollu, R., Rayapudi, S.R., Narasimham, S. et al. Mixture probability distribution functions to model wind speed distributions. *Int J Energy Environ Eng* (2012) 3: 27. doi:10.1186/2251-6832-3-27.
2. Kaplya E.V. The parametric generalization of the logistic distribution in the statistical analysis of the dynamics of wind direction. *Alternative Energy and Ecology (ISJAEE)*. 2015;(17-18):42-47. DOI:10.15518/isjaee.2015.17-18.005.
3. Gmurman V. E. Theory of Probability and Mathematical Statistics. – М., High school., 2003.– 479 p.
4. Guterma I. G. Wind distribution over the Northern Hemisphere. – L., Hydrometeorological publishing, 1965. – 252 p.

А.Ю.Собченко (Одеський державний екологічний університет, Одеса)

Дослідження двовимірної стохастичної моделі вітру регіонів України

Розглянуто двовимірну стохастичну модель вітру. Досліджено моменти моделі та коефіцієнт кореляції зональної та меридіональної складових вектора швидкості вітру для п'яти регіонів України. Показані регіони з істотним коефіцієнтом кореляції складових вектора вітру. Дано кліматологічне обґрунтування отриманих результатів. Бібл. 4, табл. 1, рис. 1.

Ключові слова: двовимірний нормальний розподіл, дисперсія, коефіцієнт кореляції, вектор швидкості вітру, еліпс розсіювання.

Sobchenko A., Junior Researcher (Odessa State Environmental University, Odessa)

Study of two-dimensional stochastic wind model as applied to certain regions of Ukraine

Two-dimensional stochastic wind model is considered in this paper. The moments of the model and correlation coefficient for zonal and meridional wind components of wind velocity vector as applied to five regions of Ukraine were studied. Regions characterized by a significant correlation coefficient for wind vector components were demonstrated. Climatological validation of the obtained results was provided. References 4, table 1, figures 1.

Keywords: bivariate normal distribution, dispersion, correlation coefficient vector of wind speed, dispersion ellipse.

SYNOPSIS

The paper is dedicated to the study of multi-dimensional stochastic model on the hypothesis that wind velocity vector may be characterized by the bivariate normal distribution featuring correlatable zonal and meridional components. Half-hourly wind speed and wind direction readings obtained from five Ukrainian Aeronautical Meteorological Stations (civil) as initial data. Estimates of the moments of distribution, correlation coefficient for wind vector components, and numerical characteristics of the concentration ellipse were obtained as applied to each studied region. The concentration ellipses were described as applied to each Aeronautical Meteorological Station (civil) with a probability of 99%, 95%, and 70%. The matching of the directions of the principal axes of the concentration ellipses and the directions of rock massifs in Lviv and Simferopol regions was confirmed. It is shown that the presence of rock massifs is a necessary condition for significant correlation of the components of wind velocity vector, while the presence of coastline provides the ellipticity of distribution density without any significant correlation.

Стаття надійшла до редакції 26.05.17

Остаточна версія 29.08.17