

УДК 621.313

МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ РОЗПОДІЛУ ГУСТИНИ СТРУМІВ В ДИСКОВОМУ РОТОРІ ЕЛЕКТРОДИНАМІЧНОГО ГАЛЬМА

Г.А. Циганкова, кандидат технічних наук

Національний університет харчових технологій
01033 вул. Володимирська, 68, Київ

В статті розглядається дискове електродинамічне гальмо, яке може використовуватися для регулювання обертів ротора вітроенергетичних установок малої потужності. Завдяки простій конструкції і невеликим розмірам, гальмо зручно інтегрується в робочі органи вітроустановок. Прийнято, що стаціонарне неоднорідне магнітне поле збуджується постійним струмом кільцевої обмотки індуктора із зубцево-пазовою робочою поверхнею. Запропоновано методику розрахунку густини струму в роторі електродинамічного гальма дископодібної форми з повітряним робочим зазором при зубцево-пазовій конфігурації магнітопроводу статора з урахуванням товщини диску. Для розв'язання системи рівнянь в роторі і повітряному проміжку прийнято модель заміни індуктора з двосторонньою зубчатістю рівномірним проміжком, утвореним плоскими гладкими поверхнями індуктора, на яких розміщені уявні поверхневі струми, що й обумовлюють неоднорідність магнітного поля. Поверхневу щільність уявних струмів вибрано в залежності від гармонічного складу напруженості магнітного поля в робочому зазорі при нерухомому роторі. Систему рівнянь електромагнітного поля в електропровідному середовищі приведено до рівнянь відносно компонент гармонічної складової густини струму, записаних в циліндричній системі координат. Систему зведено до рівняння в частинних похідних другого порядку відносно радіальної компоненти густини струму. Отримано розв'язок цього рівняння – формулу для розрахунку густини струму в дисковому роторі в залежності від його розмірів по заданому початковому значенню гармонічної складової магнітної індукції в робочому зазорі при нерухомому роторі. Приведені співвідношення щодо розрахунку втрат по густині струмів дозволяють визначити електромагнітний момент. Оскільки частота обертання явно входить у вираз для електромагнітного моменту, то можна оцінити поведінку вітросилової установки, оснащеної таким гальмом, при раптовій зміні швидкості вітру. Знайдені аналітичні співвідношення щодо характеристик електромагнітного поля дають можливість провести їхній аналіз і вирішити питання розрахунку розмірів та розробки конструкції таких дископодібних пристроїв для практичного застосування у вітросилових енергетичних установках. Бібл. 10, рис. 3.

Ключові слова: електромагнітне поле, густина струму, електродинамічне гальмо.

THE METHODIC OF CALCULATING THE CURRENT DENSITY DISTRIBUTION IN THE DISK-SHAPED ROTOR OF ELECTRODYNAMIC BRAKE

G.A. Tsygankova, Candidate of Engineering Science

National University of Food Technology
01033, 68 Volodymyrska Street, Kyiv

The article deals with the disk electrodynamic brake, which can be used to control the rotation of the rotor of wind power plants of low power. Due to its simple construction and small dimensions, the brakes are conveniently integrated into the working bodies of the wind turbines. It is accepted that a stationary inhomogeneous magnetic field is excited by a direct current of a ring winding of an inductor with a rack-and-slot working surface. The methodic of calculating the current density in the disk-shaped rotor of electrodynamic brake with a working air-gap in the rack-and-slot configuration of the magnetic stator, taking into account the thickness of the disk is worked out. To solve the system of equations in the rotor and the air gap, a model for replacing an inductor with a double-toothed gap by a uniform interval formed by flat smooth surfaces of the inductor is adopted, on which the imaginary surface currents are located, that causes the inhomogeneity of the magnetic field. The superficial density of imaginary currents is chosen depending on the harmonic composition of the magnetic field strength in the working gap at a motionless rotor. The system of equations of the electromagnetic field in the electroconductive environment reduced to equations for component of harmonic component of current density, recorded in a cylindrical coordinate system. The system is reduced to the equation in partial derivatives of the second order relative to the radial component of the current density. The solution of this equation is obtained - the formula for calculating the current density in a disk rotor, depending on its size, according to a given initial value of the harmonic

© Г.А.Циганкова, 2018

component of the magnetic induction in the working gap at a motionless rotor. The given ratios for calculation of losses on the density of currents allow determining the electromagnetic moment. Since the frequency of rotation is explicit included in the expression for the electromagnetic moment, it is possible to estimate the behavior of a wind turbine unit equipped with such a braking device, with a sudden change in wind speed. The found analytical relations concerning characteristics of an electromagnetic field give an opportunity to conduct their analysis and solve the problem of calculating the size and design of such disc-shaped devices for practical application in wind power plants. References 10, figures 3.

Keywords: electromagnetic field, current density, electrodynamic brake.



Г. Циганкова
G. Tsygankova

Відомості про автора: доцент кафедри вищої математики імені проф. Можара В.І. Національного університету харчових технологій.

Освіта: Київський державний університет ім. Т.Г. Шевченка, механіко-математичний факультет.

Наукова сфера: застосування методів математичної фізики при дослідженні магнітних процесів в електропровідному середовищі.

Публікації: 53 наукові та науково-методичні праці.

ORCID: 0000-0002-1533-7090

Контакти: +38 (044) 289-27-85
e-mail: tsgk.anna@gmail.com

Author information: associate professor of the V.I. Mozhar Higher Mathematics Department of National University of Food Technology.

Education: Shevchenko Kyiv State University, Mechanics and Mathematics Department.

Research area: application of the methods of mathematical physics at research of magnetic processes in a conductive environment.

Publications: 53 scientific and scientific-methodological works.

ORCID: 0000-0002-1533-7090

Contacts: +38 (044) 289-27-85
e-mail: tsgk.anna@gmail.com

Перелік використаних позначень:

- | | | | |
|-------------------------------------|---|---|---|
| r | – радіус електропровідного дискового ротора; | $\dot{H}_{\partial p}$ | – гармонічна складова вектора напруженості магнітного поля, наведеного струмами в електропровідному середовищі; |
| d_{∂} | – товщина дискового ротора; | $\dot{H}_p, \dot{\delta}_p,$ | – гармонічні складова векторів напруженості магнітного поля, густини струму, магнітної індукції, напруженості електричного поля; |
| r_1 і r_2 | – менший і більший радіуси робочої зони диску відповідно; | \dot{B}_p, \dot{E}_p | – гармонічна складова напруженості електричного поля обертання; |
| $\frac{d_z}{2}$ | – відстань від диску до зубців магнітопроводу індуктора; | $\dot{E}_{обр}$ | – магнітна проникність середовища; |
| ω | – кутова швидкість обертання; | μ | – число пар полюсів, порядок робочої гармоніки; |
| B_c | – індукція стаціонарного магнітного поля в повітряному проміжку індуктора при нерухомому диску; | p | – комплексний коефіцієнт, що характеризує поверхневий ефект взаємодії змінного електромагнітного поля з електропровідним середовищем; |
| $d_{екв}$ | – еквівалентний зазор; | \dot{k} | – глибина проникнення змінного магнітного поля у матеріал диску; |
| B_r, B_{ϕ}, B_z | – компоненти вектора магнітної індукції по координатах r, ϕ, z ; | $u = \sqrt{\frac{2}{r\omega\sigma\mu}}$ | – гармонічна складова густини струму на бокових поверхнях диску; |
| H_r, H_{ϕ}, H_z | – компоненти вектора напруженості магнітного поля по координатах r, ϕ, z ; | $\dot{\delta}_{повр} = (\dot{\delta}_{повр\phi}, \dot{\delta}_{поврz})$ | – середнє значення густини струму по всій товщині диску. |
| $\delta_r, \delta_{\phi}, \delta_z$ | – компоненти вектора густини струму по координатах r, ϕ, z ; | $\dot{\delta}_{серр}$ | |
| $\dot{B}_{срз}$ | – гармонічна складова вектора магнітної індукції стаціонарного магнітного поля; | | |

Вступ. Розвиток відновлюваної енергетики з використанням енергії вітру для задоволення суспільних потреб в електроенергії, потребує вдосконалення наявних електротехнічних пристроїв. Одним із перспективних напрямків вдосконалення сучасних вітроустановок малої потужності є створення систем регулювання обертів ротора силової установки, в тому числі, з використанням електродинамічного гальма.

Відомий спосіб експлуатації вітроенергетичних установок, за допомогою якого можна підвищувати продуктивність вітросилової установки і одночасно обмежувати навантаження при підвищених швидкостях вітру. Для цього, починаючи з попередньо заданої швидкості вітру, робоча частота обертання ротора вітросилової установки обмежується гальмуванням. В якості гальмівного пристрою ротора вітросилової установки можна використовувати дископодібне електродинамічне гальмо, вбудоване в корпус установки. Крім того, для гасіння надлишкових моментів навантаження, які виникають при раптовій зміні швидкості вітру, передачу обертального моменту можна здійснювати за допомогою асинхронної муфти. В якості такої муфти можна використати дископодібне електродинамічне гальмо простої конструкції. Електромеханічні пристрої дископодібної форми зручно інтегруються в робочі органи багатьох машин і механізмів.

Вирішення питань розробки конструкції, розрахунку розмірів, характеристик та діапазону потужності дископодібного електродинамічного гальма для практичного застосування у вітросилових енергетичних установках вимагає вдосконалення наукових засобів моделювання процесів у провідному середовищі – роторі при його обертанні в стаціонарному неоднорідному магнітному полі. Стаціонарне неоднорідне магнітне поле збуджується постійним струмом кільцевої обмотки індуктора із зубцево-пазовою робочою поверхнею.

Електромагнітні процеси в складних облас-

тях електродинамічних дископодібних пристроїв не вивчені повною мірою. Розвиток сучасних комп'ютерних технологій і програмних засобів, а також зростання обчислювальної потужності комп'ютерної техніки, сприяє чисельному моделюванню електромагнітних процесів при відомих розмірах складних областей [1, 10]. Разом з цим, аналітичне моделювання [6], знаходження аналітичного рішення розподілу магнітної індукції та густини струмів, дозволяє аналізувати та оцінювати ефективність деформації стаціонарного магнітного поля, створеної конструктивними особливостями магнітної системи, та розраховувати розміри її елементів. Це сприяє створенню нових, більш ефективних пристроїв. Оскільки розподіл магнітного поля у робочому проміжку електродинамічного гальма суттєво впливає на його робочі параметри і характеристики, актуальним є проведення досліджень електромагнітного поля в повітряному проміжку і роторі, розподілу вихрових струмів в роторі та умов для створення гальмівного моменту. Можна відмітити наявність незначної кількості публікацій, присвячених дослідженню електромагнітного поля в дискових електропровідних середовищах. У відомих дослідженнях і публікаціях основна увага приділена дослідженню електромагнітних процесів у дисковому роторі із феромагнітного матеріалу з певними припущеннями [4], дискового електромагнітного гальма з радіальними розрізами в робочій зоні диску [3], пустотілого ротору [2].

Метою цієї роботи є знаходження аналітичного рішення розподілу густини струмів в електропровідному дисковому суцільному роторі електродинамічного гальма для подальшого його використання при проектуванні.

Постановка завдання. В статті розглядається електродинамічне гальмо з електропровідним ротором-диском радіусу r і товщиною d_a , що обертається в повітряному проміжку навколо осі z з кутовою швидкістю ω на відстані $d_s/2$ від зубців магнітопроводу індуктора (рис. 1).

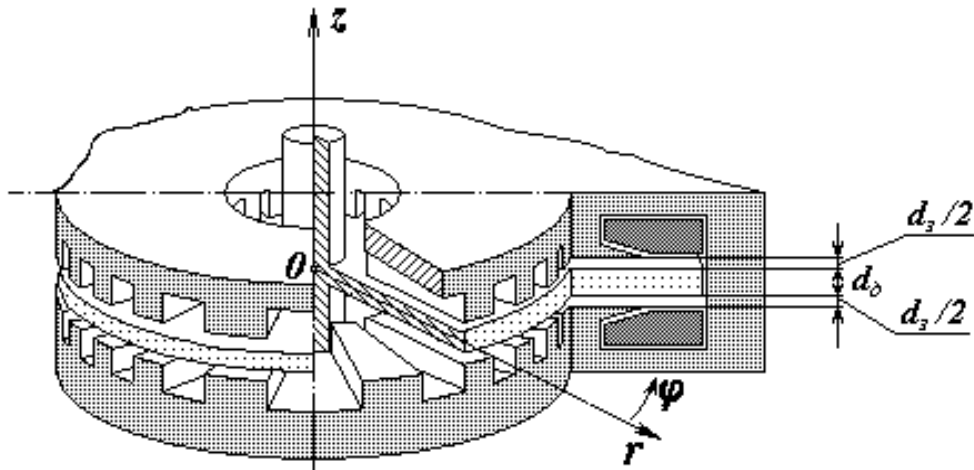


Рис. 1. Схема розташування елементів електродинамічного гальма.

Fig. 1. The plan of the elements of the electrodynamic brake.

Для досягнення поставленої мети приймаємо такі обмеження:

- електропровідний диск поділяємо на три зони: при $r < r_1$ і $r_2 < r < R$, (R – радіус диску), де відсутня неоднорідність магнітного поля, та робочу зону при $r_1 \leq r \leq r_2$, де магнітне поле неоднорідне; r_1 і r_2 – менший і більший радіуси робочої зони диску відповідно;
- параметри електропровідного середовища лінійні, користуємося принципом накладання;
- індукцію стаціонарного магнітного поля B_c в повітряному проміжку індуктора при нерухомому диску вважаємо заданою;
- еквівалентний зазор $d_{екв}$ вважаємо відомим; $d_{екв}$ визначається через магнітну проникність і інші параметри диску [2];
- магнітне поле неоднорідне, періодичне по кутовій координаті;
- компоненти векторів магнітної індукції B_r та напруженості магнітного поля H_r по координаті r відсутні;
- компоненти векторів напруженості електричного поля E_z та густини струму δ_z по координаті z відсутні.

Виклад основного матеріалу.

Електромагнітні процеси в обертовому електропровідному середовищі описуються системою

рівнянь Максвелла. Скористаємося символічною формою запису цієї системи для гармонічних складових електромагнітного поля з числом пар полюсів p . При цьому залежність від кутової координати враховується переходом до комплексних амплітуд.

$$rot \dot{H}_{\partial p} = \dot{\delta}_p \tag{1}$$

$$rot \dot{E}_p = -jp\omega \dot{B}_p \tag{2}$$

$$div \dot{B}_p = 0 \tag{3}$$

$$div \dot{\delta}_p = 0 \tag{4}$$

$$\dot{B}_p = \mu \dot{H}_p \tag{5}$$

$$\dot{B}_p = \dot{B}_{cp} + \mu \dot{H}_{\partial p} \tag{6}$$

$$\dot{\delta}_p = \sigma \dot{E}_p \tag{7}$$

$$\dot{E}_p = \dot{E}_{обp} + \dot{E}_{\partial p} \tag{8}$$

$$\dot{E}_{об} = \vec{V} \times \dot{B} \tag{9}$$

$$\vec{V} = \vec{\omega} \times \vec{r} \tag{10}$$

Для розв’язання системи рівнянь в роторі і повітряному проміжку прийемо модель, прототип якої викладений у [5]: замінимо нерівномірний проміжок (зубцево-пазову поверхню) рівномірним (плоскою поверхнею) з уявними поверхневими струмами, які і обумовлюють неоднорідність магнітного поля (рис.2).

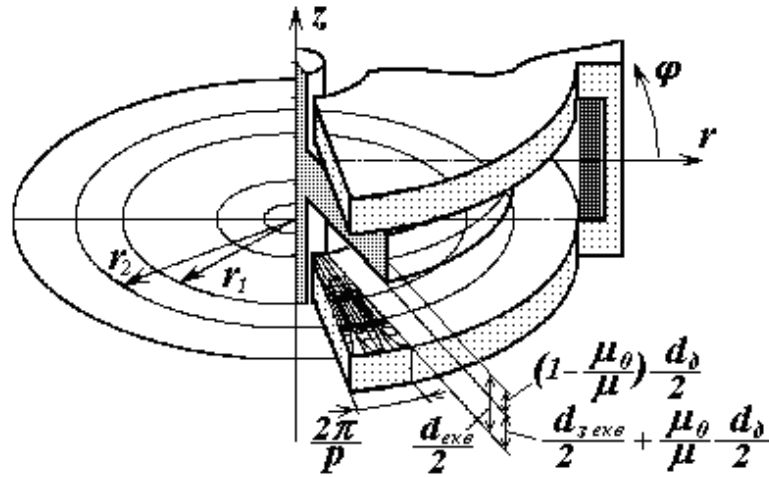


Рис. 2. Електромагнітна модель електродинамічного гальма.

Fig. 2. Electromagnetic model of electrodynamic brake.

Закон розподілу цих поверхневих струмів, які створюють неоднорідне магнітне поле, що адекватно відображає реальне, для зручності задаємо функціями Бесселя [7].

Зведемо систему рівнянь електромагнітного поля в електропровідному середовищі (1)–(10) до рівняння відносно густини струму в циліндричній системі координат r, φ, z . Струми в диску виникають під дією напруженості електричного поля, яке наводиться змінним магнітним полем (2), (6):

$$\text{rot} \dot{E}_p = -jp\omega (\dot{B}_{cpz} + \mu \dot{H}_{\varphi p}). \quad (11)$$

Напруженість електричного поля обертання можна виразити згідно з (3):

$$\begin{aligned} \dot{E}_{\text{обр}} &= (\dot{E}_{\text{обр}r}, 0, \dot{E}_{\text{обр}z}) = \\ &= \omega \cdot r (\dot{B}_{cpz} + \mu \dot{H}_{\varphi p}) \vec{e}_r - \omega \cdot r \mu \dot{H}_{\varphi p} \vec{e}_z, \end{aligned} \quad (12)$$

де \dot{B}_{cpz} – гармонічна складова вектора магнітної індукції стаціонарного магнітного поля; $\dot{H}_{\varphi p}$ –

гармонічна складова вектора напруженості магнітного поля, наведеного струмами в електропровідному середовищі; μ – магнітна проникність середовища; ω – кутова швидкість обертання, p – число пар полюсів, порядок робочої гармоніки.

Помножимо (11) на σ і врахувавши (7), отримаємо

$$\text{rot} \dot{\delta}_p = -jp\omega\sigma (\dot{B}_{cpz} + \mu \dot{H}_{\varphi p}). \quad (13)$$

Знайдемо ротор від (13) та врахувавши (1) отримаємо диференціальне рівняння відносно густини струму:

$$\begin{aligned} \text{rot rot} \dot{\delta}_p &= -jp\omega\sigma \text{rot} \dot{B}_{cpz} - jp\omega\sigma \text{rot} \dot{H}_{\varphi p} = \\ &= -jp\omega\sigma \text{rot} \dot{B}_{cpz} - jp\omega\sigma \mu \dot{\delta}_p \end{aligned} \quad (14)$$

Виразивши ліву частину рівняння (14) через компоненти вектора густини струму [2] та прирівнявши відповідні компоненти в лівій і правій частинах рівності, отримаємо таку систему рівнянь:

$$\left(\frac{p^2}{r^2} \dot{\delta}_{pr} + \frac{jp}{r^2} \dot{\delta}_{p\varphi} + \frac{jp}{r} \frac{\partial \dot{\delta}_{p\varphi}}{\partial r} - \frac{\partial^2 \dot{\delta}_{pr}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \dot{\delta}_{pz}}{\partial r \partial z} + jp\omega\sigma \mu \dot{\delta}_{pr} \right) = \frac{p^2 \omega \sigma}{r} \dot{B}_{cpz}, \quad (15)$$

$$\frac{1}{r^2} (\dot{\delta}_{p\varphi} - jp \dot{\delta}_{pr}) - \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \dot{\delta}_{p\varphi}}{\partial r} - jp \frac{\partial \dot{\delta}_{pr}}{\partial r} - jp \frac{\partial \dot{\delta}_{pz}}{\partial z} \right) - \frac{\partial^2 \dot{\delta}_{p\varphi}}{\partial r^2} - \frac{\partial^2 \dot{\delta}_{p\varphi}}{\partial z^2} + jp\omega\sigma \mu \dot{\delta}_{p\varphi} = jp\omega\sigma \frac{\partial \dot{B}_{cpz}}{\partial r}, \quad (16)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \dot{\delta}_{pr}}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{\delta}_{pz}}{\partial r} + \frac{\partial^2 \dot{\delta}_{pr}}{\partial r \partial z} - \frac{\partial^2 \dot{\delta}_{pz}}{\partial r^2} + \frac{p^2}{r^2} \dot{\delta}_{pz} + \frac{jp}{r} \frac{\partial \dot{\delta}_{p\varphi}}{\partial z} + jp\omega\sigma \mu \dot{\delta}_{pz} = 0. \quad (17)$$

Таким чином, отримуємо систему трьох рівнянь (15)–(17) відносно компонент $\dot{\delta}_{pr}, \dot{\delta}_{p\varphi}, \dot{\delta}_{pz}$ гармонічної складової густини стуму. Розв'язок цієї системи $\dot{\delta}_p$ будемо шукати у вигляді добутку двох функцій, одна з яких $\dot{F} = \dot{F}_1(e^{kz} + e^{-kz})$ безрозмірна і залежить лише від осової координати z , а друга $\dot{\delta}_{no\varphi r} = (\dot{\delta}_{no\varphi r}, \dot{\delta}_{no\varphi r\varphi}, \dot{\delta}_{no\varphi rz})$ має розмірність густини струму і залежить від радіальної координати:

$$\dot{\delta}_p = \dot{\delta}_{no\varphi r} \cdot \dot{F}_1(e^{kz} + e^{-kz}). \quad (18)$$

Тут k – комплексний коефіцієнт з розмірністю, зворотною довжині, отже kz є безрозмірною величиною – характеризує поверхневий ефект взаємодії змінного електромагнітного поля з електропровідним середовищем; $k = \frac{1+j}{u}$, де $u = \sqrt{\frac{2}{p\omega\sigma\mu}}$ – глибина проникнення змінного магнітного поля у матеріал диску; $\dot{\delta}_{no\varphi r}$ – комплексна амплітуда гармонічної складової з числом пар полюсів p густини струму на боковій поверхні диску.

Можна вважати, що $\dot{\delta}_{no\varphi rz} = 0$. Це впливає із рівняння (17) після деяких математичних перетворень і врахування (18). Тоді виходячи з умови неперервності струму, кутова компонента густини струму виразиться так:

$$\dot{\delta}_{no\varphi r\varphi} = \frac{j}{p} \left(\dot{\delta}_{no\varphi r} + r \frac{\partial \dot{\delta}_{no\varphi r}}{\partial r} \right).$$

За цих умов, рівняння (15) приводиться до рівняння виключно відносно $\dot{\delta}_{no\varphi r}$:

$$\begin{aligned} & \frac{p^2}{r^2} \dot{\delta}_{no\varphi r} - \frac{1}{r^2} \left(\dot{\delta}_{no\varphi r} + r \frac{\partial \dot{\delta}_{no\varphi r}}{\partial r} \right) - \\ & - \frac{1}{r} \left(2 \frac{\partial \dot{\delta}_{no\varphi r}}{\partial r} + r \frac{\partial \dot{\delta}_{no\varphi r}}{\partial r^2} \right) - k^2 \dot{\delta}_{no\varphi r} + \\ & + j p \omega \sigma \mu \dot{\delta}_{no\varphi r} = \frac{p^2 \omega \sigma}{r} \dot{B}_{cpz} \end{aligned}$$

або

$$\begin{aligned} & - \frac{\partial^2 \dot{\delta}_{no\varphi r}}{\partial r^2} - \frac{3}{r} \frac{\partial \dot{\delta}_{no\varphi r}}{\partial r} + \\ & + \left(\frac{p^2 - 1}{r^2} - k^2 + j p \omega \sigma \mu \right) \dot{\delta}_{no\varphi r} = \\ & = \frac{p^2 \omega \sigma \dot{B}_{cpz}}{r}. \end{aligned} \quad (19)$$

Врахуємо, що $k^2 = j p \omega \sigma \mu$, тоді рівняння (19) набуде вигляду:

$$\begin{aligned} & - \frac{\partial^2 \dot{\delta}_{no\varphi r}}{\partial r^2} - \frac{3}{r} \frac{\partial \dot{\delta}_{no\varphi r}}{\partial r} + \\ & + \frac{p^2 - 1}{r^2} \dot{\delta}_{no\varphi r} = \frac{p^2 \omega \sigma \dot{B}_{cpz}}{r}. \end{aligned} \quad (20)$$

Рівняння (20) є рівнянням в частинних похідних другого порядку з правою частиною, розв'язком якого буде сума загального розв'язку $\bar{\delta}_{no\varphi r}$ відповідного однорідного та частинного розв'язку $\delta_{no\varphi r}^*$ неоднорідного рівняння. Розглянемо спочатку однорідне рівняння, що відповідає (20):

$$\frac{\partial^2 \dot{\delta}_{no\varphi r}}{\partial r^2} + \frac{3}{r} \frac{\partial \dot{\delta}_{no\varphi r}}{\partial r} + \frac{1-p^2}{r^2} \dot{\delta}_{no\varphi r} = 0.$$

Воно описує поле при $\dot{B}_{cpz} = 0$, тобто в областях $r < r_1$ і $r > r_2$ за межами робочої зони та обумовлене лише струмами ротора в робочій зоні. Коренями характеристичного рівняння, відповідного цьому однорідному, будуть $\lambda = -1 \pm p$. А загальний розв'язок однорідного рівняння має вигляд: $\bar{\delta}_{no\varphi r} = \dot{C}_1 r^{-1+p} + \dot{C}_2 r^{-1-p}$.

Частинний розв'язок $\delta_{no\varphi r}^*$ неоднорідного рівняння (20) знайдемо на основі аналізу фізичних процесів в електропровідному середовищі. Вигляд частинного розв'язку не залежить від значень радіусу r_1 і r_2 . При його знаходженні будемо вважати, що $r_1 \rightarrow 0; r_2 \rightarrow \infty$. Знайдемо спочатку закон розподілу густини струму по всій товщині диску, середнє значення густини струму по товщині диску. Потім, користуючись законом повного струму, знайдемо напруженість магнітного поля на поверхні диску в повітряному зазорі

та диску, і густину струму на бокових поверхнях диску $\dot{\delta}_{\text{ноєр}}$ через знайдені величини напруженості і середнього значення густини струму $\dot{\delta}_{\text{сєрр}}$. Враховуючи (18), середнє значення густини струму $\dot{\delta}_{\text{сєрр}}$ по всій товщині диску знаходимо:

$$\dot{\delta}_{\text{сєрр}} = \frac{\dot{\delta}_{\text{ноєр}}^*}{d_\delta} \int_{-d_\delta/2}^{d_\delta/2} \dot{F}_1 (e^{kz} + e^{-kz}) dz. \quad (21)$$

Коефіцієнт \dot{F}_1 знаходимо з умови рівності $\dot{\delta}_p = \dot{\delta}_{\text{ноєр}}$ густини струму на обох бокових поверхнях диска, тобто при $z = \pm d_\delta/2$. Тоді функція розподілу густини струму по осьовій координаті

наті приймає значення $\dot{F} = 1$.

$$F\left(\frac{d_\delta}{2}\right) = \dot{F}_1 \cdot \left(e^{k \frac{d_\delta}{2}} + e^{-k \frac{d_\delta}{2}} \right) = 1 \Rightarrow$$

$$\dot{F}_1 = \frac{1}{e^{k \frac{d_\delta}{2}} + e^{-k \frac{d_\delta}{2}}} = \frac{e^{-k \frac{d_\delta}{2}}}{1 + e^{-kd_\delta}} \quad (22)$$

$$\text{Тоді } \dot{\delta}_{\text{сєрр}} = \frac{\dot{\delta}_{\text{ноєр}}^*}{d_\delta} \cdot \frac{2 \cdot (1 - e^{-kd_\delta})}{k \cdot (1 + e^{-kd_\delta})}. \quad (23)$$

Підставивши значення k в (23), отримаємо середнє значення густини струму по всій товщині диску:

$$\dot{\delta}_{\text{сєрр}} = \frac{\dot{\delta}_{\text{ноєр}}^*}{d_\delta} \cdot \frac{\left(\left(1 + 2e^{-\frac{d_\delta}{u}} \sin\left(\frac{d_\delta}{u}\right) - e^{-2\frac{d_\delta}{u}} \right) - j \left(1 - 2e^{-\frac{d_\delta}{u}} \sin\left(\frac{d_\delta}{u}\right) - e^{-2\frac{d_\delta}{u}} \right) \right)}{\left(1 + e^{-\frac{d_\delta}{u}} \cos\frac{d_\delta}{u} \right)^2 + e^{-2\frac{d_\delta}{u}} \sin^2 \frac{d_\delta}{u}}. \quad (24)$$

Знайдемо тепер густину струму $\dot{\delta}_{\text{ноєр}}^*$ на бокових поверхнях диску, використовуючи закон повного струму та нехтуючи розсіюванням магнітного поля в повітряному зазорі.

В точці з координатою φ (рис. 3) напруженість магнітного поля в повітряному зазорі на поверхні диску становить $H_{\partial pz3}(\varphi)$, а в точці $\varphi + \partial\varphi - H_{\partial pz3}(\varphi + \partial\varphi)$. На ділянці $r\partial\varphi$ повний струм в радіальному напрямку складає $\delta_{\text{сєрр}} \cdot d_\delta \cdot r\partial\varphi$. Тоді, із закону повного струму

$$\delta_{\text{сєрр}} \cdot d_\delta \cdot r\partial\varphi = d_{\text{екв}} (H_{\partial pz3}(\varphi + \partial\varphi) - H_{\partial pz3}(\varphi)) \quad (25)$$

А оскільки $(H_{\partial pz3}(\varphi + \partial\varphi) - H_{\partial pz3}(\varphi)) = \partial H_{\partial pz3}$, то $\delta_{\text{сєрр}} \cdot d_\delta = d_{\text{екв}} \frac{\partial H_{\partial pz3}}{r\partial\varphi}$, або в символічній формі

$$\dot{\delta}_{\text{сєрр}} \cdot d_\delta = \frac{j p d_{\text{екв}}}{r} \dot{H}_{\partial pz3}. \quad (26)$$

Звідси

$$\dot{H}_{\partial pz3} = -j \frac{d_\delta}{d_{\text{екв}}} \frac{r}{p} \dot{\delta}_{\text{сєрр}}. \quad (27)$$

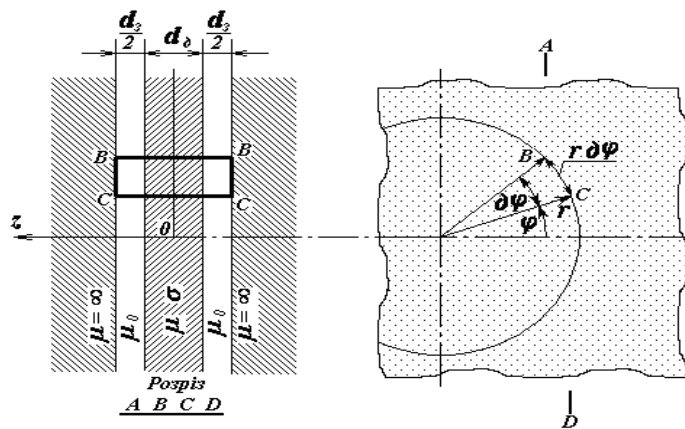


Рис. 3. Модель для розрахунку густини струму на бокових поверхнях дискового ротора.

Fig. 3. Model for calculating the current density at the lateral surfaces of the disk rotor.

Врахувавши, що при $z = \pm \frac{d_0}{2}$ на межі розподілу середовищ з різною магнітною проникністю $\mu_0 \dot{H}_{\partial pz} = \mu \dot{H}_{\partial pz}$, та (7) і (12) отримаємо зв'язок між комплексною амплітудою радіальної компоненти густини струму на бокових поверхнях диску і комплексною амплітудою середньої густини струму по всій товщині диску:

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_{ноєрр}^* &= \sigma \omega r (\dot{B}_{\partial pz} + \mu_0 \dot{H}_{\partial pz}) = \\ &= \omega \sigma r \dot{B}_{\partial pz} - j \omega \sigma \mu_0 r \frac{d_0}{d_{екв}} \frac{r}{p} \dot{\delta}_{сєррр}. \end{aligned} \quad (28)$$

Підставивши (24) в (28), отримаємо:

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_{ноєрр}^* &= \sigma \omega r \dot{B}_{\partial pz} - j \mu_0 \sigma \omega r \frac{d_0}{d_{екв}} \frac{r}{p} \frac{\dot{\delta}_{ноєрр}^* u}{d_0} \times \\ &\times \left(\frac{\left(1 + 2e^{-\frac{d_0}{u}} \sin\left(\frac{d_0}{u}\right) - e^{-2\frac{d_0}{u}} \right) - j \left(1 - 2e^{-\frac{d_0}{u}} \sin\left(\frac{d_0}{u}\right) - e^{-2\frac{d_0}{u}} \right)}{1 + 2e^{-\frac{d_0}{u}} \cos\frac{d_0}{u} + e^{-2\frac{d_0}{u}}} \right). \end{aligned} \quad (29)$$

Із (29), зробивши позначення:

$$\begin{aligned} Q &= \frac{\mu_0 \sigma \omega}{p} \frac{u}{d_{екв}} = \frac{2\mu_0}{p^2 \mu u d_{екв}}, \\ s &= \frac{\left(1 - 2e^{-\frac{d_0}{u}} \sin\left(\frac{d_0}{u}\right) - e^{-2\frac{d_0}{u}} \right)}{1 + 2e^{-\frac{d_0}{u}} \cos\frac{d_0}{u} + e^{-2\frac{d_0}{u}}}, \\ m &= \frac{\left(1 + 2e^{-\frac{d_0}{u}} \sin\left(\frac{d_0}{u}\right) - e^{-2\frac{d_0}{u}} \right)}{1 + 2e^{-\frac{d_0}{u}} \cos\frac{d_0}{u} + e^{-2\frac{d_0}{u}}}, \end{aligned}$$

остаточно знаходимо радіальну компоненту густини струму на бокових поверхнях диску – частинний розв'язок рівняння (20):

$$\dot{\delta}_{ноєрр}^* = \frac{\sigma \omega \dot{B}_{\partial pz} r}{1 + Q(s + jm)r^2}. \quad (30)$$

Таким чином, загальний розв'язок неоднорідного диференціального рівняння (20) має вигляд:

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_{ноєрр} &= \bar{\delta}_{ноєрр} + \dot{\delta}_{ноєрр}^* = \\ &= \dot{C}_1 r^{-1+p} + \dot{C}_2 r^{-1-p} + \frac{\sigma \omega \dot{B}_{\partial pz} r}{1 + Q(s + jm)r^2}. \end{aligned} \quad (31)$$

Розв'язок (31) справедливий для всіх значень радіусу r , але при $r < r_1$ $\dot{B}_{\partial pz} = 0$ і, оскільки при $r \rightarrow 0$ $\delta_{ноєрр} \rightarrow 0$, то в цій зоні $\dot{\delta}_{ноєрр} = \dot{C}_3 r^{p-1}$.

$$\text{Тоді } \dot{\delta}_{ноєрр\phi} = \frac{j}{p} \frac{\partial}{\partial r} (r \dot{\delta}_{ноєрр}) = j \dot{C}_3 r^{p-1}.$$

При $r > r_2$ $\dot{B}_{\partial pz} = 0$, тому густина струму $\dot{\delta}_{ноєрр} = \dot{C}_4 r^{-(p+1)} + \dot{C}_5 r^{p-1}$,

$$\text{а } \dot{\delta}_{ноєрр\phi} = \frac{j}{p} \frac{\partial}{\partial r} (r \dot{\delta}_{ноєрр}) = -j (\dot{C}_4 r^{-(p+1)} - \dot{C}_5 r^{p-1}).$$

В робочій зоні при $r_1 < r < r_2$ радіальна компонента густини струму має вид (31), а кутова

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_{ноєрр\phi} &= \frac{j}{p} \frac{\partial}{\partial r} (r \dot{\delta}_{ноєрр}) = \\ &= \frac{j}{p} \frac{2\sigma \omega \dot{B}_{\partial pz} r}{(1 + Q(s + jm)r^2)^2} + j \dot{C}_1 r^{p-1} - j \dot{C}_2 r^{-(p+1)}. \end{aligned} \quad (32)$$

Невідомі сталі $\dot{C}_1 - \dot{C}_5$ знаходяться, виходячи із граничних умов на межах робочої зони:

$$\begin{aligned} \delta_r|_{r \rightarrow r_1 - 0} &= \delta_r|_{r \rightarrow r_1 + 0}, \quad \delta_r|_{r \rightarrow r_2 - 0} = \delta_r|_{r \rightarrow r_2 + 0}, \\ \delta_r|_{r=R} &= 0, \end{aligned}$$

$$E_\phi|_{r \rightarrow r_1 - 0} = E_\phi|_{r \rightarrow r_1 + 0}, \quad E_\phi|_{r \rightarrow r_2 - 0} = E_\phi|_{r \rightarrow r_2 + 0}.$$

$$\begin{aligned} \dot{C}_1 &= \frac{1}{2} (\dot{A}_1 - \dot{B}_1) r_1^{p+2} R^{-2p} - \\ &- \frac{1}{2} (\dot{A}_2 - \dot{B}_2) r_2^{p+2} R^{-2p} - \frac{1}{2} (\dot{A}_2 + \dot{B}_2) r_2^{-p+2}, \\ \dot{C}_2 &= -\frac{1}{2} (\dot{A}_1 - \dot{B}_1) r_1^{p+2}, \end{aligned}$$

$$\dot{C}_3 = \dot{C}_1 + \dot{C}_2 r_1^{-2p} + \dot{A}_1 r_1^{-p+2},$$

$$\dot{C}_4 = \dot{C}_2 + \frac{1}{2} (\dot{A}_2 - \dot{B}_2) r_2^{p+2}, \quad \dot{C}_5 = \dot{C}_4 R^{-2p},$$

$$\text{де } \dot{A}_1 = \frac{\sigma \omega \dot{B}_{\partial pz}}{(1 + Q(s + jm)r_1^2)}, \quad \dot{A}_2 = \frac{\sigma \omega \dot{B}_{\partial pz}}{1 + Q(s + jm)r_2^2},$$

$$\dot{B}_1 = \frac{1}{p} \frac{2\sigma \omega \dot{B}_{\partial pz}}{(1 + Q(s + jm)r_1^2)^2} = \frac{2}{p} \frac{\dot{A}_1}{(1 + Q(s + jm)r_1^2)},$$

$$\dot{B}_2 = \frac{1}{P} \frac{2\sigma\omega\dot{B}_{\text{ср.}}}{(1+Q(s+jm)r_2^2)^2} = \frac{2}{P} \frac{\dot{A}_2}{(1+Q(s+jm)r_2^2)}.$$

Висновки. Використання аналітичних співвідношень для характеристик електромагнітного поля дає можливість провести їхній аналіз у залежності від розмірів та інших параметрів магнітної системи електродинамічного дископодібного пристрою. Отримані формули (31), (32) розрахунку компонент густини струмів в дисковому роторі дозволяють визначити гальмівний електромагнітний момент електродинамічного дископодібного гальма, виходячи із потужності втрат, що спрощує розрахунки. Отриманий аналітичний вираз опосередковано підтверджується співставленням розрахунку електромагнітного моменту та його експериментальним визначенням [8,9] і рекомендується для використання при проектуванні подібних електротехнічних пристроїв, які можуть знайти застосування у вітросилових установках для гальмування чи гасіння коливань при зміні швидкості вітру.

1. Васьковський Ю.М. Польовий аналіз електричних машин. / Ю.М. Васьковський. – К.: НТУУ «КПІ», 2007. – 192 с.

2. Заблодский Н.Н. Определение коэффициента воздушного зазора для полого ротора сквозной структуры в полифункциональных электромеханических преобразователях. / Н.Н. Заблодский, В.Ю. Грицюк, Н.В. Лукьянов // Электротехника і Електромеханіка. – 2013. – №1. – С. 30–34.

3. Мухин М.А. Высокоэффективный электродинамический элемент системы управления с дисковой вторичной системой: дис... канд. техн. наук: 05.13.05 / Уфимск. Гос. Авиаци. Техн. универ., Уфа, 1999.

4. Никитин Б.О. Потери в массивном роторе и вращающиеся моменты в асинхронных двигателях с печатной обмоткой статора / Б.О. Никитин // Исследование электромагнитных процессов электромеханических систем. Проблемы технической электродинамики. – К: Наук. думка, 1965. – С. 142–154.

5. Полищук В.И. Устройство защиты обмотки ротора синхронного генератора от двойных на землю и витковых замыканий / В.И. Полищук, А.Н. Новожилов, М.П. Воликова // Электричество. – 2012. – №6. – С. 54–59.

6. Титко А.И. Метод расчета вихревых токов в проводящих телах / А.И. Титко, В.Л. Чечурин // Изв. АН СССР, Энергетика и транспорт. – 1989. – №6. – С. 69–74.

7. Циганкова Г.А. Электромагнитная модель электродинамического гальма из зубцево-пазовой конфигурацией зазора индуктора / Г.А. Циганкова // Праці Інституту електродинаміки НАН України – 2013. – вип. 34. – С. 41–45.

8. Циганкова Г.А. Практичні аспекти дослідження електродинамічного гальма / Г.А. Циганкова // Інтеграційна система освіти, науки і виробництва в сучасному інформаційному просторі: матеріали міжнар. наук.-практ. інтернет-конф., 29–30 квітня 2014 р.: тези доп. – Тернопіль, 2014. – С. 127–128.

9. Циганкова Г.А. Электромагнитный момент дископодобного электродинамического гальма / Г.А. Циганкова // Фізичні процеси та поля технічних і біологічних об'єктів: матеріали XIII Міжнар. наук.-техн. конф., 7–9 листоп. 2014 р.: тези доп. – Кременчук, 2014. – С. 66–67.

10. Andrew S. Holmes, Member, IEEE, Guodong Hong and Keith R. Pullen. Axial-Flux Permanent Magnet Machines for Micropower Generation, Journal of microelectromechanical systems, vol. 14, No.1, Feb. 2005, pp. 54–62.

МЕТОДИКА РАСЧЕТА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОТНОСТИ ТОКА В ДИСКОВОМ РОТОРЕ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКОГО ТОРМОЗА

А.А. Цыганкова, кандидат технических наук

Национальный университет пищевых технологий
01033 ул. Владимирская, 68, Киев

Разработана методика расчета плотности тока в роторе электродинамического тормоза дископодобной формы с воздушным рабочим зазором при зубчато-пазовой конфигурации магнитопровода статора с учетом толщины диска. Система уравнений электромагнитного поля в электропроводящей среде приведена к уравнению второго порядка в частных производных относительно радиальной компоненты плотности тока. Получено решение этого уравнения – формулу для расчета плотности тока в дисковом роторе в зависимости от его размеров. Библ. 10, рис. 3.

Ключевые слова: электромагнитное поле, плотность тока, электродинамический тормоз.

REFERENCES

1. Vas'kovskiy Yu.M. (2007). Pol'ovyy analiz elektrychnykh mashyn [Field analysis of electric machines]. Kyiv, NTUU KPI, 192 p. (in Ukr)

2. Zablodskiy N.N., Hrytsiuk V.Yu, Luk'ianov N.V. (2013). Opredelenye koeffytsyenta vozdushnoho zazora dlia poloho rotora skvozhnoy struktury v polyfunktsyonal'nykh elektromekhanicheskyykh preobrazovatelyakh [Determination of the air gap ratio for a hollow rotor of a through-structure in multifunctional electromechanical converters]. Elektrotehnika i Elektromekhanika, Electrical Engineering and Electromechanics, no.1, pp. 30–34. (in Rus)

3. Mukhin M.A. (1999). Vysokoeffektyvnyy elektrodynamicheskyy element systemy upravleniya s dyskovoy vtorichnoy sistemoy [High-performance electrodynamic element of the control system with a disk secondary system]. Candidate's thesis. Ufa [in Russian].

4. Nykityn B.O. (1965). Potery v massyvnom rotore y vraschaischyey momenty v asynkhronnykh dvyhateliakh s

печатnoj obmotkoj statora [Losses in a massive rotor and torques in asynchronous motors with a printed stator winding]. Yssledovanye elektromahnytykh protsessov elektromekhanicheskykh system. Problemy tekhnicheskoy elektrodynamiky – The study of electromagnetic processes of electromechanical systems. Technical Electrodynamics Problems. Kyiv, Nauk. Dumka, pp.142–154. (in Rus)

5. Polyschuk V.Y., Novozhylov A.N., Volykova M.P. (2012). Ustrojstvo zaschyty obmotky rotora synkhronnoho heneratora ot dvojnykh na zemliu y vytkovykh zamykanyj [Protection device of synchronous generator winding rotor of the double earth fault and interturn]. Elektrychestvo, Electricity, no.6, pp. 54–59. (in Rus)

6. Tytko A.Y., Chechuryn V.L. (1989). Metod rascheta vykhrevykh tokov v provodiaschykh telakh [Method of calculation of eddy currents in the conductive bodies]. Yzv. AN SSSR, Enerhetyka y transport [News of Academy of Sciences of the USSR, Energy and Transport], no.6, pp. 69–74. (in Rus)

7. Tsygankova G.A. (2013). Elektromahnitna model elektrodynamichnoho halma iz zubtsevo-pazovoju konfigurationsiieu zazoru induktora [Electromagnetic model of electrodynamics brake with a rack-and-slot configurations of the gap of inductor]. Pratsi Instytutu elektrodynamiky NAN Ukrainy, Works of the Institute of Electrodynamics of the National Academy of Sciences of Ukraine, v. 34, pp. 41–45. (in Ukr)

8. Tsygankova G.A. (2014). Praktychni aspekty doslidzhennia elektrodynamichnoho halma [Practical aspects of research electrodynamic brake]. Intehratsijna sistema osvity, nauky i vyrobnytstva v suchasnomu informatsijnomu prostori: materialy mizhnar. nauk.-prakt. internet-konf., tezy dop. [Integration system of education, science and production in the modern information space: materials international. science-practice Internet Conf., 29–30 kvitn. 2014, theses of additional], Ternopil, p. 127–128. (in Ukr)

9. Tsygankova G.A. (2014). Elektromahnitnyj moment dyskopodibnoho elektrodynamichnoho halma [Electromagnetic moment of a disk-shaped electrodynamic brake]. Fizychni protsesy ta polia tekhnichnykh i biolohichnykh ob'ektiv, materialy XIII Mizhnar. nauk.- tekhn. konf., 7–9 lystop. 2014, tezy dop. [Physical Processes and Fields of Technical and Biological Objects. Materials of the 13th International. Sciences. Tech. Conf., 7–9 Nov. 2014, Theses Add.]. Kremenchuk, pp. 66–67. (in Ukr)

10. Andrew S. Holmes, Member, IEEE, Guodong Hong and Keith R. Pullen. (2005). Axial-Flux Permanent Magnet Machines for Micropower Generation, Journal of microelectromechanical systems, vol. 14, No.1, Feb. 2005, pp. 54–62. (in Eng)

SYNOPSIS

Disk-shaped electromechanical devices, that easily integrate into the working parts of many machines and mechanisms, spread more and more in current conditions. Electrodynamic brake situated in a body of the plant can be used as a braking device of the rotor of the wind power plant. A creation of the electrodynamic braking devices demands the development of scientific means of modelling the processes in the conductive environment, which is the rotor rotating in a heterogeneous

magnetic field. The aim of this work is finding the analytic solution for a distribution of current density in the conductive solid disk rotor of the electrodynamic brake. The article deals with the electrodynamic brake with a conductive disk rotor of radius r and of thickness d_p rotating around the axis z in the air gap with an angular velocity ω at the distance $d_s/2$ from the cogs of the magnetic inductor. The electrically conductive disk is conditionally divided into three zones to reach the set aim: $r < r_1$ and $r_2 < r < R$, (R – radius of the disk), where the magnetic field inhomogeneity is absent, and the working zone $r_1 \leq r \leq r_2$, where the magnetic field is heterogeneous (r_1 and r_2 – the smaller and the bigger radius of the disk's working zone in accordance); the induction of a stationary magnetic field B_c in the air gap of the inductor with the fixed disk is considered to be given, and the equivalent gap d_{equiv} is considered to be known; the magnetic field is considered to be heterogeneous and periodic in the angular coordinate; the components of magnetic induction vectors B_r and the magnetic field voltage H_r in the coordinate r , and the components of the electric field voltage vectors E_z and the current density δ_z in the coordinate z are considered to be absent. There is a renowned model accepted for solving the Maxwell equations in the rotor and in the air gap. The core of this model is the replacement of an uneven air gap (with a cog-groovy surface) by the even one (with a flat surface) with equivalent surface currents, which cause the homogeneity of the magnetic field. The law of the distribution of the surface currents creating the homogeneous magnetic field, which adequately reflects the reality, is given by the functions of Bessel for a convenience. The system of equations in the symbolic form of the electromagnetic field in an electrically conductive environment is reduced to equation in relation to the current density in a cylindrical coordinate system r, ϕ, z , and then it is reduced to the system of three equations in relation to the components $\delta_{pr}, \delta_{p\phi}, \delta_{pz}$ of the harmonic component of current density. The system is reduced to the equation in relation to one element of the harmonic component of current density $\delta_{\text{noepz}} = 0$ with an assumption δ_{noepz} . Partial and general solutions of this equation for all values of the radius r are found. Derived formulas for calculating the current density component in the disk rotor of an electrodynamic brake permit to determine the braking electromagnetic torque of the electrodynamic disk brake on the assumption of expenditure power, and are indirectly confirmed by a comparison of the electromagnetic torque's calculation and its value obtained experimentally.

РЕФЕРАТ

У сучасних умовах все більшого поширення набувають електромеханічні пристрої дископодібної форми, які зручно інтегруються в робочі органи багатьох машин і механізмів. В якості гальмівного пристрою ротора вітросилової установки можна використовувати електродинамічне гальмо, вбудоване в корпус установки. Створення електродинамічних

гальмівних пристроїв вимагає розробки наукових засобів моделювання процесів у провідному середовищі – роторі, що обертається у неоднорідному магнітному полі. Метою цієї роботи є знаходження аналітичного рішення розподілу густини струмів в електропровідному дисковому суцільному роторі електродинамічного гальма. В статті розглядається електродинамічне гальмо з електропровідним ротором-диском радіусу r і товщиною d_δ , що обертається в повітряному проміжку навколо осі z з кутовою швидкістю ω на відстані $d_s/2$ від зубців магнітопроводу індуктора. Для досягнення поставленої мети електропровідний диск умовно поділено на три зони: $r < r_1$ і $r_2 < r < R$, (R – радіус диску), де відсутня неоднорідність магнітного поля, та робочу зону при $r_1 \leq r \leq r_2$, де магнітне поле неоднорідне (r_1 і r_2 – менший і більший радіуси робочої зони диску відповідно); індукцію стаціонарного магнітного поля B_c в повітряному проміжку індуктора при нерухомому диску вважаємо заданою, еквівалентний зазор $d_{екв}$ – відомим; магнітне поле неоднорідним, періодичним по кутовій координаті; компоненти векторів магнітної індукції B_r та напруженості магнітного поля H_r по координаті r відсутні і компоненти векторів напруженості електричного поля E_z та густини струму δ_z по координаті z відсутні. Для розв'язання системи рів-

нянь Максвелла в роторі і повітряному проміжку прийнято відому модель, яка полягає в заміні нерівномірного проміжку (зубцево-пазової поверхні) рівномірним (плоскою поверхнею) з уявними поверхневими струмами, які і обумовлюють неоднорідність магнітного поля. Закон розподілу цих поверхневих струмів, які створюють неоднорідне магнітне поле, що адекватно відображає реальне, задається для зручності функціями Бесселя. Систему рівнянь в символічній формі електромагнітного поля в електропровідному середовищі зведено до рівняння відносно густини струму в циліндричній системі координат r, ϕ, z , а далі до системи трьох рівнянь відносно компонент $\delta_{pr}, \delta_{p\phi}, \delta_{pz}$ гармонічної складової густини струму. З припущенням $\delta_{поверх} = 0$, систему зведено до рівняння відносно однієї компоненти гармонічної складової густини струму $\delta_{поверх}$. Знайдено частинний і загальний розв'язки цього рівняння для всіх значень радіусу r . Отримані формули розрахунку компонент густини струмів в дисковому роторі електродинамічного гальма дозволяють визначити гальмівний електромагнітний момент електродинамічного дископодібного гальма, виходячи із потужності втрат, і опосередковано підтверджуються співставленням розрахунку електромагнітного моменту та його значеннями, отриманими експериментально.

Стаття надійшла до редакції 10.09.18

Остаточна версія 07.10.18