

## Обобщенный подход к допусковому контролю

*Украинская инженерно-педагогическая академия*

Предложена система контроля, направленная на получение деталей с близкими к оптимальному размерами. Годность размера имеет числовое значение, которое уменьшается от максимального до единицы, по мере отдаления действительного размера от оптимального. Предложен и проверен математический аппарат для аналитического построения функции убыли годности размеров. Предлагаемый подход применен к расчету размерных цепей с заданным уровнем годности.

**Ключевые слова:** допуск, качество, размер, контроль, технология, размерная цепь.

### 1. Введение

В машиностроении используется допусковый контроль годности размеров. Он подразумевает, что размеры, находящиеся в определенных пределах, называемых допуском, считаются одинаково годными, и их качество не различается. Это упрощает технологию контроля и сборки, но имеет существенные недостатки. Во-первых, это не соответствует условиям эксплуатации, при которых существует некоторое наилучшее значение размера, которое будем называть оптимальным размером. Во-вторых, это не стимулирует на уровне цеха изготавливать детали с возможно более узким диапазоном значений действительного размера. В существующей системе единственный путь улучшения качества – это уменьшить допуск размера. Такой кардинальный шаг не всегда оправдан, поскольку систематические и случайные погрешности изготовления не позволяют беспредельно уменьшать допуск.

Предлагается система контроля, в которой размеры имеют не дискретное 0 или 1, а непрерывное значение годности, уменьшающееся по мере отклонения от оптимального размера. При этом в зависимости от диапазона значений размера детали могут быть разделены на сорта, имеющие разное значение годности размеров и разное значение продажной цены. Оплата труда рабочих может быть также дифференцирована в зависимости от доли изделий каждого сорта. Это позволит стимулировать производство непрерывно улучшать качество, а также расширить сбыт продукции за счет дифференцированного подхода к покупателям с разными финансовыми возможностями.

Использование функции годности размеров и функции плотности распределения годности размеров предложено в [1]. В [2] был показан подход к расчету размерных цепей с гарантированным значением годности замыкающего звена. Однако в качестве функции годности использовалось сочетание простых функций – парабол и прямой, обобщенного решения не было получено. В наиболее общем виде описание математического аппарата функции убыли годности изложено в [3].

Цель исследования состоит в теоретическом обосновании и проверке формул, позволяющих в общем виде аналитически строить функции убыли годности размеров, и применении этого подхода к расчету размерных цепей.

## 2. Основное содержание и результаты работы

### 2.1. Функция убыли годности размеров

Для количественной оценки цены отклонения действительного размера  $x$  от оптимального  $ko$  предлагается использовать функцию убыли годности размеров  $K(x)$ , которая нормирует величину годности размеров на всей числовой оси:

$$K(x) = \begin{cases} 1 - \left( \frac{x - ko}{ei - ko} \right)^{\frac{1}{\beta}}, & x \leq ko, \\ 1 - \left( \frac{x - ko}{es - ko} \right)^{\frac{1}{\beta}}, & x \geq ko, \end{cases} \quad (1)$$

где  $ei$  и  $es$  - предельно допустимые значения размеров с неотрицательной годностью;  $\beta$  - показатель формы убыли годности размеров при отклонении от оптимального размера.

Функция  $K(x)$  имеет такие свойства:

1.  $K(ko) = 1$ .  
2.  $K(ei) = K(es) = 0$ , где  $ei$  и  $es$  могут быть границы стандартного поля допуска.

3. В пределах допустимых значений функция изменяется в диапазоне  $[0, 1]$  так, что одному значению функции соответствуют два значения аргумента, находящихся по разные стороны от  $ko$ .

4. Она отрицательна за пределами допустимых значений.

Чем дальше находится действительный размер от оптимального, в котором значение равно единице, тем меньше годность. Вычитание второго слагаемого

(например,  $\left( \frac{x - ko}{ei - ko} \right)^{\frac{1}{\beta}}$  для левой половины функции) из единицы уменьшает

значение функции, от чего функция убыли годности размеров и получила свое название.

Влияние показателя формы убыли годности размеров  $\beta$  на функцию убыли годности размеров проиллюстрируем на примере размера  $\varnothing 90F8 \begin{smallmatrix} +0,09 \\ +0,036 \end{smallmatrix}$ . Имеем соответственно  $ei = 90,036$ ,  $es = 90,09$ . Оптимальный размер пусть будет несколько смещенным относительно середины поля допуска и равен  $ko = 90,055$  мм. Графики функции убыли годности размеров показаны на рис. 1 для случаев  $\beta_1 = 2$ ,  $\beta_2 = 1$ ,  $\beta_3 = 0,5$  и  $\beta_4 = 0,05$ .

Для  $\beta > 1$  даже небольшое отклонение от оптимального размера дает значительное уменьшение годности, а функция убыли годности вогнута. Для  $\beta = 1$  она линейна, для  $\beta < 1$  функция убыли годности размеров выпукла. При  $\beta \rightarrow 0$  имеем традиционный допусковый контроль, при котором в пределах поля допуска  $[ei, es]$  годность размера  $K(x) = 1$  за его пределами отрицательна.

Таким образом, при уменьшении  $\beta$  уменьшается цена отклонения от оптимального размера. Практическое значение имеет диапазон  $0 \leq \beta \leq 1$ . При  $0 \leq \beta < 0,25$  функция характеризует известный технологический прием: использование технологического запаса точности, при котором диапазон размеров с

оптимальностью  $K(x) = 1$  сужается от допустимых значений  $[ei, es]$  к желательным значениям  $[ki, ks]$  (рис. 1).

Функция убыли годности размеров с заданным  $\beta$  может использоваться для организации оплаты труда по принципу отклонений действительных размеров от оптимального. В этом случае измеряются действительные размеры, и рабочему полагается оплата за каждую изготовленную деталь, пропорциональная значению функции убыли годности  $K(x)$ . При  $K(x) < 0$  оплата отрицательна, т.е. рабочий штрафует. Этот подход может быть признан целесообразным для ответственных деталей, ведь при тщательной настройке оборудования рабочие, как правило, могут получать размеры в суженном интервале внутри поля допуска.

Использование функции убыли годности размеров  $K(x)$  позволяет применить подход деления деталей на сорта по критерию близости действительных размеров к оптимальному. В качестве примера на рис. 1 показано разделение размеров детали на два сорта. К сорту I со значением годности  $K > 0,7$  относятся детали с размерами от  $x_{H1}$  до  $x_{B1}$ . К сорту II со значением годности  $0 < K < 0,7$  относятся детали с другими размерами в пределах допуска  $[ei, es]$ . При увеличении выбранного граничного значения годности  $K$  диапазон размеров сорта I  $[x_{H1}, x_{B1}]$  сужается, соответственно увеличивая диапазоны размеров деталей сорта II. Размеры можно делить и на большее количество сортов, но большее их количество нецелесообразно. По-видимому, для практических случаев достаточно использовать 2 – 3 сорта.

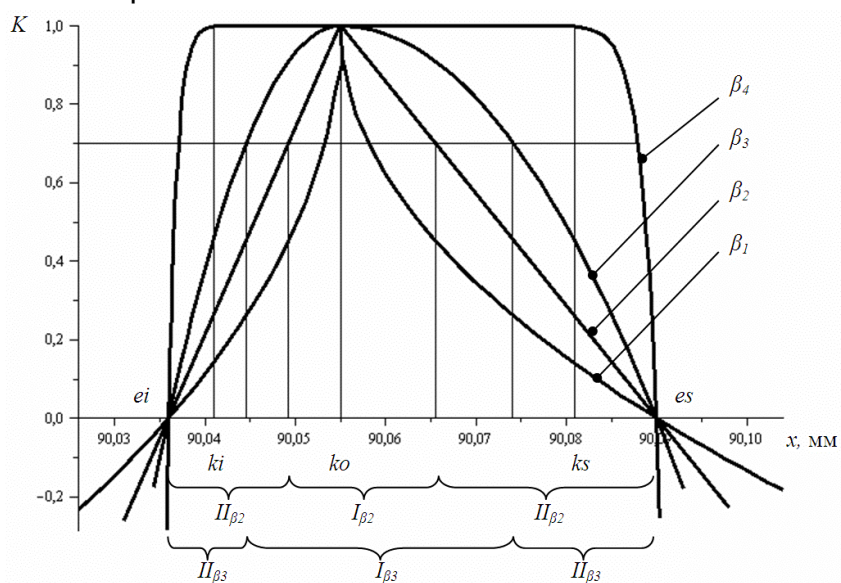


Рис. 1. Функция убыли годности для различных показателей формы  $\beta$

При одинаковом значении годности  $K$  диапазон значений размеров определенного сорта сокращается с уменьшением показателя  $\beta$ . Для приведенного выше примера и  $K = 0,7$  предельные значения размеров деталей первого сорта приведены в табл. 1, на рис. 1 изображены границы сортов для  $\beta_2$  и  $\beta_3$ .

Есть параметры качества, для которых наилучшим является нулевой уровень: погрешности геометрии формы, шероховатость. В этом случае оптимальный уровень  $ko = 0$  и физический смысл имеет только правая половина функции убыли годности. Соответственно выражение (1) упрощается к виду

Таблица 1.  
Предельные значения  
размеров первого сорта

	$\beta$	$x_{н1}$ , мм	$x_{с1}$ , мм
1	2	90,053	90,058
2	1	90,049	90,066
3	0,5	90,045	90,074
4	0,05	90,037	90,088

$$K(x) = 1 - \left( \frac{x}{es} \right)^{\frac{1}{\beta}}, \quad (2)$$

где  $es$  имеет смысл предельно допустимого уровня параметра качества.

Использование обобщенного подхода к построению функции годности, описываемое формулами (1) и (2), не всегда оправдано. Часто можно использовать более простые виды функций.

Использование линейной функции убыли годности, для которой  $\beta = 1$ , значительно упрощает математическую задачу расчета значения годности действительного размера. В этом случае значение годности размера определяется по формуле

$$K(x) = \begin{cases} (x - ei) / (ko - ei), & x \leq ko, \\ (x - es) / (ko - es), & x \geq ko. \end{cases} \quad (3)$$

При заданном значении годности  $K$  можно определить соответствующие ему значения размеров:

$$x(K) = \begin{cases} ei + K(ko - ei), & x \leq ko, \\ es + K(ko - es), & x \geq ko. \end{cases} \quad (4)$$

В формулах (3) и (4)  $ko \neq ei \neq es$ .

Использование параболы в качестве функции убыли годности дает кривую, по внешнему виду похожую на нормированную кривую стоимости получения деталей с определенным диапазоном размеров. По этой причине, а также из-за математической простоты, парабола в качестве функции годности найдет широкое применение. Парабола симметрична, поэтому недостатком использования ее в качестве функции годности будет невозможность смещать значения оптимального размера относительно центра допустимых размеров, т.е. всегда  $ko = (ei + es) / 2$ . Значение годности действительного размера, по причине симметричности решения для левой и правой половин можно записать одним уравнением

$$K(x) = 1 - \left( \frac{2x - es - ei}{es - ei} \right)^2. \quad (4)$$

Значение двух размеров, соответствующие заданной годности  $K$ , определяется по формуле

$$x(K) = ko \pm \frac{es - ei}{2} \sqrt{1 - K}. \quad (5)$$

## 2.2. Расчет размерных цепей

Для изделий повышенного качества необходимо гарантировать минимальное значение годности замыкающего звена размерной цепи. Идея предлагаемого расчета размерных цепей состоит в том, что если все размеры, входящие в размерную цепь, имеют заданный гарантированный уровень годности, то и замыкающее звено гарантировано получает уровень годности не ниже. Для

общего для размерной цепи уровня годности необходимо определить диапазоны размеров каждого сорта годности.

При проектном расчете размерной цепи, задавшись минимальным уровнем годности исходного звена, определяют диапазоны размеров составляющих звеньев, из которых изделие заданного сорта будет собрано. При проверочном расчете размерной цепи, имея диапазоны размеров данной сортности для всех составляющих звеньев, получают диапазон замыкающего размера. Расчет размерных цепей с заданным уровнем годности можно проводить как методом максимум-минимум, так и теоретико-вероятностным.

На функции убыли годности размеров, принадлежащих одной размерной цепи, накладывается ограничения. При использовании как теоретико-вероятностного, так и максимум-минимум методов расчета размерных цепей, функции убыли годности у всех звеньев размерной цепи должны иметь одинаковый вид, показатель формы убыли годности размеров  $\beta$  должен быть одинаковым.

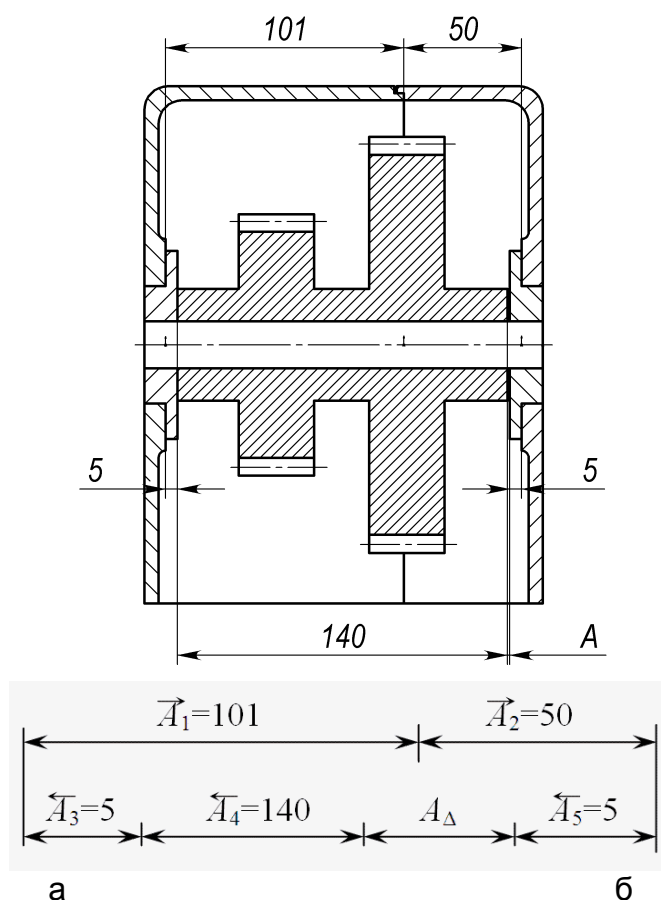


Рис. 2. Размерная цепь

Выполним проектный расчет размерной цепи для примера, приведенного в [4, рис. 2а]. Размерная цепь состоит из замыкающего  $A_\Delta$  и пяти составляющих звеньев и изображена на рис. 2, б). Звенья  $A_1$  и  $A_2$  являются увеличивающими, звенья  $A_3$ ,  $A_4$  и  $A_5$  – уменьшающими.

Полученные при расчете методом максимум-минимум предельные отклонения звеньев приведены в табл. 2, столбцы 3 и 4. При этом точность всех звеньев, кроме звена  $A_4$ , соответствует 11 качеству. Полученные при расчете теоретико-вероятностным методом предельные отклонения звеньев приведены в

столбцах 7 и 8 табл.2. При этом точность всех звеньев, кроме звена  $A_4$ , соответствует 12 качеству.

Примем в качестве функции убыли годности параболу (4), значения которой равны нулю в точках предельных отклонений звеньев. Для изделий I сорта зададимся значением годности  $K \geq 0,7$ . Полученные по формуле (5) предельные значения размеров для деталей I сорта приведены в столбцах 5 и 6 для метода расчета размерной цепи методом максимума-минимума, в столбцах 9 и 10 теоретико-вероятностным. Соответственно изделия, собранные из деталей со значениями годности размеров  $K \geq 0,7$ , будем считать изделиями I сорта, а собранные из оставшихся деталей, – изделиями II сорта. Проверочные расчеты для размерной цепи из деталей первого сорта как для метода максимум-минимум, так и для теоретико-вероятностного, выполняются.

Собирая сборочные единицы из деталей определенного сорта, можно говорить, что изделие соответствует определенному сорту. Разделять детали на сорта можно в таком порядке. Сперва отобрать детали с действительными размерами, соответствующими первому сорту, затем – второму, и так далее – до последнего.

Предлагаемые в данной работе положения, касающиеся функции годности, проиллюстрированы на примере размерной годности. Вместе с тем следует подчеркнуть, что они могут применяться и для других показателей процессов обработки и сборки, значения которых можно расположить на непрерывной числовой оси: характеристик материалов, температуры нагрева под сборку, усилий затяжки и запрессовки, шероховатости, погрешности геометрии формы.

Таблица 2.

Предельные отклонения размеров звеньев

№ звена	Номинал. размер, мм	Предельное отклонение, min-max, мм		Предельное отклонение, min-max, мм, I сорт		Предельное отклонение, теоретико-вероятн, мм		Предельное отклонение, теорет-вероят, мм, I сорт	
		нижн.	верхн.	нижн.	верхн.	нижн.	верхн.	нижн.	верхн.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	101	0	0,22	0,05	0,17	0	0,35	0,079	0,271
2	50	0	0,16	0,036	0,124	0	0,25	0,057	0,193
3	5	-0,075	0	-0,058	-0,017	-0,12	0	-0,093	-0,027
4	140	-0,16	0	-0,124	-0,036	-0,18	0	-0,065	0,215
5	5	-0,075	0	-0,058	-0,017	-0,12	0	-0,093	-0,027
$\Delta$	1	0	0,69	0,156	0,534	0	0,69	0,156	0,534

### 3. Выводы

1. Предложена система контроля, в которой действительные размеры имеют значение годности, непрерывно улучшающееся от  $-\infty$  до 1 по мере приближения к оптимальному размеру.

2. Система контроля более общая, чем существующая стандартная система допусков, и включает ее в виде частного случая.

3. Для количественной оценки годности предложена функция убыли годности, желательность близости действительных размеров к оптимальному задается показателем формы убыли годности размеров.

4. Задаваясь диапазоном значений годности, возможно разделять детали на сорта по критерию точности размеров.

5. Подход может быть использован как для расчета размерных цепей методом максимум-минимум, так и теоретико-вероятностным.

### Список литературы

1. Куприянов, А.В. Контроль оптимальности размеров [Текст] / А.В. Куприянов // Вісник НТУ «ХПІ». Збір. наук. пр. Тематичний випуск: Технології в машинобудуванні. – Х.: НТУ «ХПІ». – 2010. – № 24. – С. 9–15.
2. Куприянов, А.В. Расчет размерных цепей с гарантированным значением годности замыкающего звена [Текст] / А.В. Куприянов // Вісник НТУ «ХПІ». Збір. наук. пр. Тематичний випуск: Технології в машинобудуванні. – Х.: НТУ «ХПІ». – 2010. – № 25. – С. 110–114.
3. Куприянов, А.В. Функция убыли годности размеров [Текст] / А.В. Куприянов, Н.Ю. Ламнауэр // Прогресивні технології і системи машинобудування: Міжнар. збір. наук. пр. – Д.: ДонНТУ. – 2011. – Вип. 41. – С. 176–182.
4. Якушев, А.И. Взаимозаменяемость, стандартизация и технические измерения: учеб. для втузов [Текст] / А.И. Якушев, Л.Н. Воронцов, Н.М. Федотов. 6-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1986. – 352 с., рис. 11.4.

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Н.К. Резниченко,  
Украинская инженерно-педагогическая академия, Харьков

Поступила в редакцию 07.06.2013

### Узагальнений підхід до допускового контролю

Запропоновано систему контролю, спрямована на отримання деталей з близькими до оптимального розмірами. Придатність розміру має числове значення, яке зменшується від максимального до одиниці, по мірі віддалення дійсного розміру від оптимального. Запропоновано та перевірений математичний апарат для аналітичного побудови функції убутку придатності розмірів. Пропонований підхід застосовано до розрахунку розмірних ланцюгів з заданим рівнем придатності.

**Ключові слова:** допуск, якість, розмір, контроль, технологія, розмірна ланцюг.

### A generalized approach to the limit test

The system of control aimed at obtaining parts with close to optimal size. The suitability of the size of a numeric value, which decreases from the maximum to one, the further the actual size of the optimum. Proposed and tested mathematical tool for the analytical function construction wastage life size. The proposed approach is applied to the calculation of the size of chains with a given level of life.

**Keywords:** tolerance, quality, size, control, technology, dimensional chain.