

Многокритериальная оптимизация содержания проекта при заданных приоритетах для критериев

*Национальный технический университет
«Харьковский политехнический институт»*

Рассмотрена задача многокритериальной оптимизации содержания проекта с учетом ограничений при заданных альтернативных вариантах выполнения работ. Предполагается, что экспертами для критериев заданы приоритеты. Для решения задачи предложен вариант метода последовательных уступок.

Ключевые слова: содержание проекта, критерии, оптимизация, метод последовательных уступок

1. Введение

В работе [1] предложена математическая модель задачи оптимизации содержания проекта по пяти критериям: прибыль, время, стоимость, качество, риски. Предполагается, что содержание проекта задано в виде сетевой модели, в которой работы представлены в виде вершин, а связи – в виде направленных дуг. Процесс выполнения проекта разбит на этапы. На каждом этапе возможны альтернативные варианты выполнения отдельных работ или их комплексов. Предложенная модель является пятикритериальной, динамической, с булевыми переменными, алгоритмическими и аналитическими целевыми функциями, алгоритмическими и аналитическими ограничениями. Для решения рассматриваемой задачи в работе [2] предложен метод многокритериальной оптимизации содержания проекта при наличии ограничений и заданных альтернативных вариантах выполнения работ или их комплексов, представленных в виде сетевых моделей. Метод основан на применении обобщенного критерия в сочетании с методом неявного перебора и предназначен для решения задач оптимизации содержания проекта в условиях, когда любая работа последующего этапа в проекте не может быть начата, пока не будут закончены все работы предыдущего этапа.

Указание весов для критериев в многокритериальной задаче вызывает, как правило, большие затруднения у экспертов. Им проще проранжировать критерии по важности, не задавая конкретных весов для них.

2. Цель работы

Целью работы является создание метода решения задачи оптимизации содержания проекта по ряду критериев для ситуации, когда менеджерами заданы только приоритеты для критериев, но не определены их веса.

3. Решение задачи оптимизации содержания проекта при заданных приоритетах для критериев

Для решения рассматриваемой задачи может быть предложен вариант метода последовательных уступок [3]. Перейдем к изложению предлагаемого метода.

Вначале осуществляется качественный анализ относительной важности частных критериев задачи. В результате такого анализа критерии ранжируют от наиболее до наименее важного. Применительно к нашей задаче критерии в порядке убывания приоритетов расположим так: прибыль, стоимость, качество, риски и время. Вариант метода решения задачи рассмотрим по шагам.

1. Оптимизируем значение первого по важности критерия с учетом ограничений. Для этого решаем следующую задачу:

$$\sum_{t=1}^T \sum_{l=1}^L C_t^{(l)} D_t^{(l)} - \sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} w_{hj} x_{hj} + \sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} E_{hj} x_{hj} - \sum_{t=1}^T U_t = P' \rightarrow \max_{x_{hj}}; \quad (1)$$

$$S_h = S_{h-1} + K_h - \sum_{j=1}^{M_h} w_{hj} x_{hj}; \quad S_h \geq 0, \quad h = \overline{1, H}; \quad (2)$$

$$T_{pr} \leq T^{def}, \quad T_{pr} = \varphi_t(G, x_{hj}), \quad j = \overline{1, M_h}, \quad h = \overline{1, H}; \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^{M_h} x_{hj} = 1, \quad h = \overline{1, H}; \quad (4)$$

$$x_{hj} \in \{0, 1\}, \quad j = \overline{1, M_h}, \quad h = \overline{1, H}, \quad (5)$$

где T – длительность фазы эксплуатации или потребления продукта;

l – вид продукции, общее количество которых равно L ;

$C_t^{(l)}$ – стоимость продукции l -го вида в t -м году, $t = \overline{1, T}$;

$D_t^{(l)}$ – объём продаж продукции l -го вида в t -м году, $l = \overline{1, L}, t = \overline{1, T}$;

$$D_t^{(l)} = \begin{cases} A_t^{(l)}, & \text{если } A_t^{(l)} \leq B_t^{(l)}, \\ B_t^{(l)}, & \text{если } A_t^{(l)} > B_t^{(l)}; \end{cases}$$

$$A_t^{(l)} = \varphi_A(G, x_{hj}), \quad t = \overline{1, T};$$

$$x_{hj} \in \{0, 1\}, \quad j = \overline{1, M_h}, \quad h = \overline{1, H};$$

$B_t^{(l)}$ – прогнозируемый спрос на продукцию l -го вида в t -м году;

$A_t^{(l)}$ – производственная мощность по l -му виду продукции в t -м году;

M_h – количество вариантов выполнения операций на этапе h , $h = \overline{1, H}$;

h – номер этапа выполнения операций;

H – количество этапов в проекте;

x_{hj} – булева переменная, равная единице, если осуществляется j -й вариант выполнения операций на h -м этапе, и равная нулю в противном случае;

w_{hj} – стоимость выполнения операций j -го варианта сетевой модели на h -м этапе (может складываться из стоимостей нескольких операций);

S_h – остаток денежных средств после выполнения работ на h -м этапе;

K_h – объём денежных средств, выделяемых на h -м этапе;

E_{hj} – остаточная стоимость выбывающих основных фондов при осуществлении на h -м этапе j -го варианта выполнения работ по проекту;

U_t – текущие затраты, связанные с производством продукции;

$$U_t = \varphi_M(G, x_{hj}), t = \overline{1, T};$$

T_{pr} – время выполнения всех операций проекта на инвестиционной фазе;

G – сетевая модель операций проекта, включающая альтернативные варианты их выполнения, $G = \{A, Z, \tau, W\}$;

A – множество узлов сети,

$$A = \{a_{hij}\}, i = \overline{1, n_j}, h = \overline{1, H}, j = \overline{1, M_h},$$

где a_{hij} – i -я операция, осуществляемая на h -м этапе в j -м варианте (альтернативе) сетевой модели;

n_j – количество операций в j -м варианте сетевой модели;

Z – множество направленных дуг,

$$Z = \{z_{hij, pmf}\}, i = \overline{1, n_j}, m = \overline{1, n_f}, h, p = \overline{1, H}, j = \overline{1, M_h}, f = \overline{1, M_p},$$

где $z_{hij, pmf}$ – дуга, которая выходит из узла i на этапе h альтернативного варианта j и входит в узел m на этапе p альтернативного варианта f ; $i \neq m$ при $p = h$; $p \geq h$;

τ – множество сроков выполнения операций в узлах,

$$\tau = \{\tau_{hij}\}, i = \overline{1, n_j}, h = \overline{1, H}, j = \overline{1, M_h},$$

где τ_{hij} – срок выполнения i -й операции на h -м этапе для j -го варианта выполнения операций;

W – множество стоимостей выполнения операций сети,

$$W = \{w_{hij}\}, i = \overline{1, n_j}, h = \overline{1, H}, j = \overline{1, M_h},$$

где w_{hij} – стоимость выполнения i -й операции на h -м этапе для j -го варианта выполнения операций.

Ограничение (2) предполагает, что при осуществлении проекта не должно быть финансовых задолженностей после завершения каждого этапа.

Ограничение (3) означает, что время выполнения инвестиционной фазы проекта должно быть не больше значения T^{def} , которое заранее указано заказчиком.

Выражение (4) характеризует ограничение, согласно которому на каждом этапе h можно осуществить не более одного варианта выполнения работ.

В модели (1)–(5) могут быть и иные ограничения, например на расходование некоторых ресурсов, в том числе кадров, оборудования, сырья, материалов, комплектующих, на последовательность осуществления вариантов выполнения работ.

Если решение данной задачи получено, назовем его P_{max} , переходим к шагу 2. Если решения нет, исходная задача также решения не имеет.

2. Назначаем уступку Δ_p в долях от полученного значения критерия прибыль. Формируем ограничение следующего вида:

$$\left(\sum_{t=1}^T \sum_{l=1}^L C_t^{(l)} D_t^{(l)} - \sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} w_{hj} x_{hj} + \sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} E_{hj} x_{hj} - \sum_{t=1}^T U_t \right) \geq (1 - \Delta_p) P_{max}.$$

3. Оптимизируем значение второго по важности критерия – стоимость, учитывая ограничения и уступку по прибыли:

$$\sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} w_{hj} x_{hj} = F \rightarrow \min_{x_{hj}}; \quad (6)$$

$$S_h = S_{h-1} + K_h - \sum_{j=1}^M w_{hj} x_{hj}; \quad S_h \geq 0, \quad h = \overline{1, H}; \quad (7)$$

$$T_{pr} \leq T^{def}, \quad T_{pr} = \varphi_t(G, x_{hj}), \quad j = \overline{1, M_h}, \quad h = \overline{1, H}; \quad (8)$$

$$\left(\sum_{t=1}^T \sum_{l=1}^L C_t^{(l)} D_t^{(l)} - \sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} w_{hj} x_{hj} + \sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} E_{hj} x_{hj} - \sum_{t=1}^T U_t \right) \geq (1 - \Delta_p) P_{max}; \quad (9)$$

$$\sum_{j=1}^{M_h} x_{hj} = 1, \quad h = \overline{1, H}; \quad (10)$$

$$x_{hj} \in \{0, 1\}, \quad j = \overline{1, M_h}, \quad h = \overline{1, H}. \quad (11)$$

Значение целевой функции (6) равно единовременным затратам на осуществление проекта.

Если решение получено, обозначим его F_{min} . Если решения нет, возвращаемся к шагу 2 и увеличиваем уступку.

4. Назначаем уступку Δ_F для полученного значения критерия стоимость. Формируем ограничение

$$\left(\sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} w_{hj} x_{hj} \right) \leq (1 + \Delta_F) F_{min}.$$

5. Оптимизируем значение критерия качество с учетом ограничений и уступок по критериям прибыль и стоимость:

$$\sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} \sum_{r=1}^{R_h} b_r \psi_{hjr}^{norm} \cdot x_{hj} = Q \rightarrow \min_{x_{hj}}; \quad (12)$$

$$S_h = S_{h-1} + K_h - \sum_{j=1}^M w_{hj} x_{hj}; \quad S_h \geq 0, \quad h = \overline{1, H}; \quad (13)$$

$$T_{pr} \leq T^{def}, \quad T_{pr} = \varphi_t(G, x_{hj}), \quad j = \overline{1, M_h}, \quad h = \overline{1, H}; \quad (14)$$

$$\left(\sum_{t=1}^T \sum_{l=1}^L C_t^{(l)} D_t^{(l)} - \sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} w_{hj} x_{hj} + \sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} E_{hj} x_{hj} - \sum_{t=1}^T U_t \right) \geq (1 - \Delta_p) P_{max}; \quad (15)$$

$$\left(\sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} w_{hj} x_{hj} \right) \leq (1 + \Delta_F) F_{min}; \quad (16)$$

$$\sum_{j=1}^{M_h} x_{hj} = 1, \quad h = \overline{1, H}; \quad (17)$$

$$x_{hj} \in \{0, 1\}, \quad j = \overline{1, M_h}, \quad h = \overline{1, H}, \quad (18)$$

где b_r – вес r -го показателя качества, $0 \leq b_r \leq 1$, $\sum_{r=1}^{R_h} b_r = 1$;

ψ_{hjr}^{norm} – нормированное значение r -го показателя качества продукта, который получается после осуществления j -го варианта выполнения работ на h -м этапе проекта, $r = \overline{1, R_h}$,

$$\psi_{hjr}^{norm} = \frac{\psi_{max,r} - \psi_{hjr}}{\psi_{max,r} - \psi_{min,r}}, \quad \forall r \in I_{h1}, \quad (19)$$

$$\psi_{hjr}^{norm} = \frac{\psi_{hjr} - \psi_{min,r}}{\psi_{max,r} - \psi_{min,r}}, \quad \forall r \in I_{h2};$$

ψ_{hjr} – значение показателя качества r для j -го альтернативного варианта выполнения работ по проекту или их комплексов на этапе h ;

$\psi_{min,r}$ – минимально возможное значение r -го показателя качества;

$\psi_{max,r}$ – максимально возможное значение r -го показателя качества;

R_h – количество показателей качества продукта в результате выполнения этапа h ;

I_{h1} – множество номеров показателей качества продукта, которые необходимо максимизировать на h -й фазе;

I_{h2} – множество номеров показателей качества продукта, которые необходимо минимизировать на h -й фазе.

Значение целевой функции (12) представляет собой значение обобщенного показателя качества продукта проекта. Чем оно меньше, тем качество продукта выше.

Если решение получено, обозначим его Q_{min} . Если решения нет, возвращаемся к шагу 4 и увеличиваем значение уступки по критерию стоимость.

6. Назначаем уступку Δ_Q для найденного оптимального значения критерия качество. Формируем ограничение:

$$\left(\sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} \sum_{r=1}^{R_h} b_r \psi_{hjr}^{norm} \cdot x_{hj} \right) \leq (1 + \Delta_Q) Q_{min}.$$

7. Находим оптимальное значение по критерию риска с учетом ограничений и ранее сделанных уступок:

$$\sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} \sum_{i=1}^I P_{hji} \cdot V_{hji} \cdot x_{hj} = R_{neg} \rightarrow \min_{x_{hj}}; \quad (20)$$

$$S_h = S_{h-1} + K_h - \sum_{j=1}^M w_{hj} x_{hj}; \quad S_h \geq 0, \quad h = \overline{1, H}; \quad (21)$$

$$T_{pr} \leq T^{def}, \quad T_{pr} = \varphi_t(G, x_{hj}), \quad j = \overline{1, M_h}, \quad h = \overline{1, H}; \quad (22)$$

$$\left(\sum_{t=1}^T \sum_{l=1}^L C_t^{(l)} D_t^{(l)} - \sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} w_{hj} x_{hj} + \sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} E_{hj} x_{hj} - \sum_{t=1}^T U_t \right) \geq (1 - \Delta_p) P_{max}; \quad (23)$$

$$\left(\sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} w_{hj} x_{hj} \right) \leq (1 + \Delta_F) F_{min}; \quad (24)$$

$$\left(\sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} \sum_{r=1}^{R_h} b_r \psi_{hjr}^{norm} \cdot x_{hj} \right) \leq (1 + \Delta_Q) Q_{min}; \quad (25)$$

$$\sum_{j=1}^{M_h} x_{hj} = 1, \quad h = \overline{1, H}; \quad (26)$$

$$x_{hj} \in \{0, 1\}, \quad j = \overline{1, M_h}, \quad h = \overline{1, H}, \quad (27)$$

где P_{hji} – вероятность наступления i -го рисковогого события при осуществлении j -го варианта сетевой модели на h -м этапе проекта, $i = \overline{1, I}$;

V_{hji} – негативные последствия от наступления i -го рисковогого события при осуществлении j -го варианта сетевой модели на h -м этапе проекта, $i = \overline{1, I}$.

Значение целевой функции (20) является оценкой рисков, связанных с реализацией проекта.

Если решение получено, обозначим его R_{min} и перейдем к шагу 8. Если решения нет, возвращаемся к шагу 6 и увеличиваем значение уступки по критерию качество.

8. Назначаем значение уступки по критерию риска Δ_R и формируем ограничение:

$$\left(\sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} \sum_{i=1}^I P_{hji} \cdot V_{hji} \cdot x_{hj} \right) \leq (1 + \Delta_R) R_{min}.$$

9. Оптимизируем значение последнего критерия – время с учетом ограничений и уступок по остальным критериям:

$$T_{pr} = \varphi_t(G, x_{hj}) \rightarrow \min_{x_{hj}}, \quad j = \overline{1, M_h}, \quad h = \overline{1, H}; \quad (28)$$

$$S_h = S_{h-1} + K_h - \sum_{j=1}^M w_{hj} x_{hj}; \quad S_h \geq 0, \quad h = \overline{1, H}; \quad (29)$$

$$T_{pr} \leq T^{def}, \quad T_{pr} = \varphi_t(G, x_{hj}), \quad j = \overline{1, M_h}, \quad h = \overline{1, H}; \quad (30)$$

$$\left(\sum_{t=1}^T \sum_{l=1}^L C_t^{(l)} D_t^{(l)} - \sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} w_{hj} x_{hj} + \sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} E_{hj} x_{hj} - \sum_{t=1}^T U_t \right) \geq (1 - \Delta_p) P_{max}; \quad (31)$$

$$\left(\sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} w_{hj} x_{hj} \right) \leq (1 + \Delta_F) F_{min}; \quad (32)$$

$$\left(\sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} \sum_{r=1}^{R_h} b_r \psi_{hjr}^{norm} \cdot x_{hj} \right) \leq (1 + \Delta_Q) Q_{min}; \quad (33)$$

$$\left(\sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} \sum_{i=1}^I P_{hji} V_{hji} \cdot x_{hj} \right) \leq (1 + \Delta_R) R_{min}; \quad (34)$$

$$\sum_{j=1}^{M_h} x_{hj} = 1, \quad h = \overline{1, H}; \quad (35)$$

$$x_{hj} \in \{0, 1\}, \quad j = \overline{1, M_h}, \quad h = \overline{1, H}. \quad (36)$$

Значение целевой функции (28) $T_{pr} = \varphi_t(G, x_{hj})$ представляет собой время выполнения инвестиционной фазы проекта, которое рассчитывается с помощью метода критического пути или иного метода в сетевой модели $G = \{A, Z, \tau, W\}$.

Если данная задача имеет решение, оно может рассматриваться как решение исходной многокритериальной задачи с учетом уступок по ряду критериев. Если решения нет, возвращаемся на шаг 8 и увеличиваем значение уступки по критерию риски.

4. Выводы

В работе предложен вариант метода последовательных уступок для решения задачи оптимизации содержания проекта по пяти критериям: прибыль, время, стоимость, качество, риски при заданных приоритетах для критериев. Метод предназначен для решения задач оптимизации содержания проекта в условиях, когда любая работа последующего этапа в проекте не может быть начата, пока не будут закончены все работы предыдущего этапа.

Список литературы

1. Кононенко, И.В. Оптимизация содержания проекта по критериям прибыль, время, стоимость, качество, риски. [Текст] / И.В. Кононенко, М.Э. Колесник // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2012. – 1/10 (55). – С. 13–15.
2. Kononenko I., Fadeyev V., Kolisnyk M. Project scope optimization model and method on criteria profit, time, cost, quality, risk. Integrating Project Management Standards. Proceedings of the 26th IPMA World Congress, 29-31 October 2012, Conference Centre Creta Maris, Hersonissos, Crete, Greece, 2012. P. 286–292.
3. Соловьев, В.И. Методы оптимальных решений [Текст] : учеб. пособие / В.И. Соловьев. – М. : Финансовый университет, 2012. – 364 с.

Рецензент: декан факультета информатики и управления НТУ «ХПИ»
профессор, доктор технических наук И.П. Гамаюн

Поступила в редакцию 27.03.2013

Багатокритеріальна оптимізація змісту проекту при заданих пріоритетах для критеріїв

Розглянуто задачу багатокритеріальної оптимізації змісту проекту з урахуванням обмежень при заданих альтернативних варіантах виконання робіт. Передбачається, що експертами для критеріїв задано пріоритети. Для розв'язання задачі запропоновано варіант методу послідовних поступок.

Ключові слова: зміст проекту, критерії, оптимізація, метод послідовних поступок

Multi-criteria optimization of project content at the given priority to criteria

The problem of multi-criteria optimization of project content within the constraints specified in alternatives of the work is considered. It is assumed that the experts set priorities for the criteria. To solve the problem variant of the method of successive concessions is proposed.

Keywords: the content of the project, criteria, optimization, the method of successive concessions