УДК 629.764

А. В. Ганчина, В. Г. Сухоребрый

Корневой метод оптимизации параметров системы стабилизации ракет-носителей по критерию «вероятность устойчивости»

Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ»

Предложена методика оптимизации основных параметров системы стабилизации ракет-носителей по критерию «вероятность устойчивости» с помощью корневых методов. Проектная оценка вероятности устойчивости определена методом статистического моделирования с погрешностью не более 0,3 % при доверительной вероятности более 0,99. В качестве критерия устойчивости приняты знаки вещественных частей корней характеристического уравнения системы. Показано, что оптимизация основных параметров системы существенно снижает проектную оценку вероятности потери устойчивости. Установлено, что современные вычислительные ресурсы позволяют использовать корневые методы при вероятностном проектировании систем стабилизации.
Ключевые слова: ракета-носитель, система стабилизации, вероятность устойчивости, область устойчивости, статистическое моделирование, вероятностное проектирование, корневые методы.

Постановка проблемы

Исторически сложилось так, что в силу высокой вычислительной ресурсоемкости в период бурного развития теории и практики автоматического регулирования корневые методы не нашли применения. Поэтому при решении прикладных задач широко использовались и используются частотные методы во всех своих модификациях и моделирование переходных процессов. Проектирование систем стабилизации ракет-носителей (РН) не является исключением[1, 2].

Тем не менее, корневые методы также развивались, хотя попытки их использования при решении прикладных задач натыкались на ограничение вычислительных ресурсов [3]. Современное состояние вычислительной техники позволяет дополнить арсенал методов проектирования систем регулирования корневыми методами. Настоящая работа является попыткой применения корневых методов при оптимизации параметров системы стабилизации РН с учетом действия случайных параметрических возмущений.

Объект и цель исследования

Объектом исследования является система стабилизации РН, динамика которой описывается линейной системой дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами.

$$\begin{cases} \ddot{\psi} = a'_{\psi z}\dot{z} + a'_{\psi\psi}\dot{\psi} + a_{\psi\psi}\psi + a_{\psi\delta}\delta; \\ \ddot{z} = a'_{zz}\dot{z} + a'_{z\psi}\dot{\psi} + a_{z\psi}\psi + a_{z\delta}\delta; \\ \ddot{q} = \varepsilon_q\dot{q} + a_{qq}q + a_{q\delta}\delta; \\ \psi_g = \psi + a_{\delta q}q; \\ T_2\ddot{\delta} + T_1\dot{\delta} + \delta = K_\phi\psi_g + K_\phi T_d\dot{\psi}_g - K_{\dot{Z}}\dot{z} - K_z z, \end{cases} \tag{1}$$

где ψ — координата, характеризующая вращение ракеты вокруг центра масс (угол рыскания); δ — угол отклонения управляющих органов; z — координата, характеризующая перемещение центра масс ракеты; $a_{ij} = a_{ij}(t)$ — функции независимой переменной t, выражающие закон изменения параметров ракеты; T_1, T_2 — постоянные времени автомата стабилизации (АС); K_ψ — коэффициент усиления по каналу рыскания, $K_{\dot{\psi}} = T_d K_\psi$; T_d — постоянная времени дифференцирования; ψ_g — угол рыскания, измеряемый датчиком угла (если упругие колебания корпуса РН не учитываются, то $\psi_g = \psi$); $K_{\dot{z}}$ — коэффициент усиления по скорости отклонения центра масс.

Номинальные значения и случайные разбросы параметров, соответствующие времени полета t = 70 с первой ступени РН «Циклон-3», представленные научно-производственным предприятием «Хартрон-Аркос», приведены в табл. 1.

Закон распределения случайных разбросов всех коэффициентов – нормальный.

Среднее квадратическое отклонение (с.к.о.) для любого параметра a_i находят по формуле

$$\sigma_i = \frac{a_i^0 \Delta_i}{300}, \tag{2}$$

где a_i^0 - номинальное значение параметра, которое принимается в качестве математического ожидания (м.о.).

Цель исследования – оптимизировать основные параметры системы стабилизации T_d и K_ψ с помощью корневых методов.

Таблица 1

Параметр	*Разброс, %*	*Номинальное значение*
$a_{z\psi}$	*5*	*-36,09*
$a_{z\delta}$	*5*	*-1,441*
$a_{\psi\psi}$	*30*	*1,8113*
$a_{\psi\delta}$	*10*	*-0,295*
a_{qq}	*40*	*-233,7707*
$a_{q\delta}$	*10*	*-2,42*
$a_{\delta q}$	*20*	*-0,42*
T_1	*40*	*0,1*
T_2	*40*	*0,01*
T_d	*20*	*0,5*
$K_z^{'}$	*40*	*0,009*
K_ψ	*30*	*10*

Методика исследования

Методика исследований включает в себя:

1. Построение номинальных границ области устойчивости.
2. Построение вероятностных границ области устойчивости с помощью метода моментов.
3. Построение вероятностных границ области устойчивости с помощью метода квантилей.
4. Построение для пунктов 2, 3 линий равноудаленных в вероятностном смысле точек относительно верхней и нижней границ.
5. Определение для пунктов 2, 3 оптимальной в смысле вероятности устойчивости точки (K_ψ, T_d).

Построение номинальных границ

Методика построения выглядит так:

1. Задать конечное число фиксированных значений параметра K_ψ.

2. Для каждого из заданных значений K_ψ с заданным шагом менять T_d (остальные параметры имеют номинальные значения) и следить за вещественными частями корней (ВЧК). Если хотя бы одна ВЧК положительна, точку находят в области неустойчивости. Изменяя T_d, следует добиться, чтобы все ВЧК стали отрицательными. Граничные точки определяются с заданной точностью.

Построение вероятностных границ

Под вероятностными границами области устойчивости будем понимать линии м.о., полученные с использованием статистического моделирования и построенные на плоскости (K_ψ, T_d).

Последовательность действий:

1. Задать конечное число фиксированных значений параметра K_ψ.
2. Для заданных в пункте 1 значений K_ψ на верхней и нижней номинальных границах найти соответствующие значения T_d.
3. Рассматривая найденные значения T_d как функции случайных параметров системы стабилизации, провести для них статистическое моделирование.
4. Полученный статистический материал использовать для построения двух типов вероятностных границ, используя методы моментов и квантилей.

Метод моментов

Полагаем, что закон распределения T_d - нормальный. Это означает, что для случайной величины T_d нужно найти два параметра распределения м. о. - m_T и с.к.о. - σ_T. Это необходимо сделать для нижней и верхней границ. Формулы для их определения [4]:

$$m_T = \sum_{j=1}^{N} \frac{T_d^j}{N}; \quad \sigma_T = \sqrt{\sum_{j=1}^{N} \frac{(T_d^j - m_T)^2}{N}}. \tag{2}$$

Обозначим для нижней границы параметры распределения как m_T^H и σ_T^H, а для верхней - m_T^B и σ_T^B. Тогда в данном сечении «равноудаленное» значение T_d определится по формуле

$$T_d^p = \frac{m_T^B \sigma_T^H + m_T^H \sigma_T^B}{\sigma_T^B + \sigma_T^H}. \tag{3}$$

Вероятность устойчивости по отношению к верхней и нижней границам одинаково (из этого условия получено выражение (3)). В рассматриваемом сечении по K_ψ эту вероятность определяем с помощью таблицы функции Гаусса, используя значение безразмерного аргумента

$$U_d = \frac{T_d^p - m_T^H}{\sigma_T^H}. \tag{4}$$

Метод квантилей

Как и ранее, полагаем, что закон распределения T_d - нормальный и для случайной величины T_d необходимо найти два параметра распределения м. о. - m_T и с.к.о. - σ_T. Это нужно сделать и для нижней и для верхней границ.

Для нижней границы последовательность действий такая:

1. Статистический материал $T_d^j, j=\overline{1,N}$ упорядочить по возрастанию.
2. Задать значения двух вероятностей для квантилей α и β.
3. Найти соответствующие значения квантилей T_α и T_β: $T_\alpha = T_d^k$, где k – номер элемента, упорядоченного по возрастанию статистического материала: $k = N\alpha$ (округляется до целого отбрасыванием дробной части). Аналогично определяется T_β.
4. Для вероятностей α и β по таблице Гаусса найти соответствующие значения безразмерных аргументов U_α и U_β.
5. Составить систему уравнений

$$U_\alpha = \frac{T_\alpha - m_T^H}{\sigma_T^H},$$

$$U_\beta = \frac{T_\beta - m_T^H}{\sigma_T^H}$$

и решить эту систему относительно неизвестных параметров m_T^H и σ_T^H.

Для верхней границы последовательность действий такая:

1. Статистический материал $T_d^j, j=\overline{1,N}$ упорядочить по убыванию.

2. Задать значения двух вероятностей для квантилей α и β.

3. Найти соответствующие значения квантилей T_α и T_β: $T_\alpha = T_d^k$, где k – номер элемента упорядоченного по убыванию статистического материала: $k = N\alpha$ (округляется до целого отбрасыванием дробной части). Аналогично опрделяется T_β.

4. Для вероятностей α и β по таблице Гаусса найти соответствующие значения безразмерных аргументов U_α и U_β.

5. Составить систему уравнений

$$U_\alpha = \frac{m_T^B - T_\alpha}{\sigma_T^B},$$

$$U_\beta = \frac{m_T^B - T_\beta}{\sigma_T^B}$$

и решить эту систему относительно неизвестных параметров m_T^B и σ_T^B.

«Равноудаленные» значения T_d в каждом сечении определить по формуле (3), а вероятность устойчивости - с помощью формулы (4).

Выбор оптимальной рабочей точки (K_{ψ}, T_d ***)***

Совокупность всех «равноудаленных» точек T_d^p образует «равноудаленную» линию. На этой линии лежит оптимальная рабочая точка, она соответствует максимальной вероятности устойчивости.

Результаты исследования

Для исследуемого объекта построены (рис. 1):

- верхняя вероятностная граница области устойчивости, полученная методом моментов;

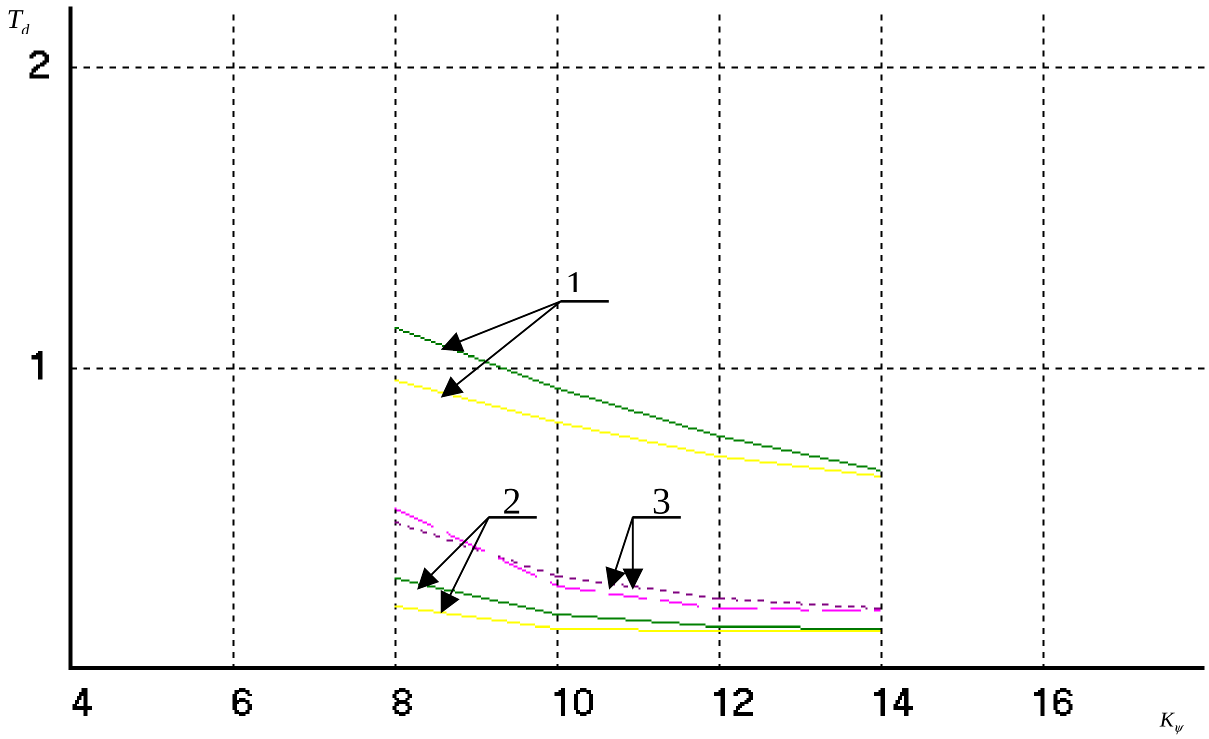

Рис. 1: 1- верхние вероятностные границы; 2 – нижние вероятностные границы; 3 – «равноудаленные» линии

- верхняя вероятностная граница области устойчивости, полученная методом квантилей;

- нижняя вероятностная граница области устойчивости, полученная методом моментов;

- нижняя вероятностная граница области устойчивости, полученная методом квантилей;

- «равноудаленные» линии, полученные методами моментов и квантилей.

Анализ рис. 1 показывает, что вероятностные границы, построенные с помощью различных методов, имеют небольшое отличие, что свидетельствует о приемлемости предположения о нормальном распределении граничных значений постоянной времени T_d. Следует отметить, что вероятностные границы весьма несущественно отличаются от номинальных. Что касается «равноудаленных» линий, то они практически совпадают. Поэтому оптимальная рабочая точка как для метода моментов, так и для метода квантилей получилась одной и той же. Эта точка имеет координаты K_ψ = 12, T_d = 0,2 при исходной рабочей точке с координатами K_ψ = 10, T_d = 0,5.

Вероятность потери устойчивости для исходной и оптимальной рабочих точек оценена методом статистического моделирования с погрешностью не более 0,3 % при доверительной вероятности более 0,99. Эта вероятность такая:

- для исходной рабочей точки Q_y = 0,105;
- для оптимизированной рабочей точки Q_y = 0,088.

Таким образом, оптимизация параметров системы стабилизации позволила снизить вероятность потери устойчивости почти на 20 %.

Выводы

1. Современные вычислительные ресурсы позволяют эффективно использовать корневые методы при вероятностном проектировании систем стабилизации ракет-носителей.
2. Оптимизация основных параметров системы стабилизации по критерию «вероятность устойчивости» позволяет существенно снизить проектную оценку вероятности потери устойчивости ракеты-носителя.

Список литературы

1. Айзенберг Я.Е. Проектирование систем стабилизации носителей космических аппаратов [Текст]/ Я.Е. Айзенберг, В.Г. Сухоребрый. - М.: Машиностроение, 1986. – 220 с.

2. Ракета как объект управления [Текст] учебник / И.М. Игдалов, Л.Д. Кучма, Н.В. Поляков, Ю.Д. Шептун; под ред. акад. С.Н. Конюхова. – Д.: АРТ-ПРЕСС, 2004. – 544 с.

3. Михайличенко А.М. Устойчивость управляемых систем со случайными параметрами [Текст]/ А.М. Михайличенко, Н.А. Пустовойтов, В.Г. Сухоребрый – К.: Наук. думка, 1981. – 160 с.

4.Вентцель, Е.С. Теория вероятностей [Текст]/ Е.С. Вентцель - М.: Наука, 1969. – 576 с.

Рецензент: д.т.н., проф., зав. каф. А. Г. Гребеников Национальный аэрокосмический университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков

Поступила в редакцию 04.01.14.

Кореневий метод оптимізації параметрів системи стабілізації ракет -носіїв за критерієм « імовірність стійкості»

Запропоновано методику оптимізації основних параметрів системи стабілізації ракет-носіїв за критерієм «ймовірність стійкості» за допомогою кореневих методів . Проектну оцінку ймовірності стійкості визначено методом статистичного моделювання з похибкою не більше 0,3 % при довірчій імовірності більше 0,99 . Як критерій стійкості прийнято знаки речових частин коренів характеристичного рівняння системи . Показано , що оптимізація основних параметрів системи істотно знижує проектну оцінку ймовірності втрати стійкості . Встановлено , що сучасні обчислювальні ресурси дозволяють використовувати кореневі методи при імовірнісному проектуванні систем стабілізації.

Ключові слова: ракета-носій, система стабілізації, ймовірність стійкості, область стійкості, статистичне моделювання, імовінісне проектування, кореневі методи

Root method for optimizing the parameters of the system stabilization rockets by "the probability of stability

A method for optimizing the main parameters of the stabilization system boosters by the "probability of stability " by the root methods. Project assessment of the likelihood of stability is defined by statistical simulation with an error of not more than 0.3 % at a confidence level of more than 0.99 . As a stability criterion adopted signs of the real parts of the roots of the characteristic equation of the system. It is shown that the optimization of the main parameters of the system significantly reduces the projected estimate of the probability of loss of stability . Found that modern computational resources allow the use of probabilistic methods in the root system design stabilization

Keywords: booster, stabilization system, the probability of stability, the stability region, statistical modeling, probabilistic design, root methods .