

Алгоритм построения трехмерной адаптированной сетки для задач аэродинамики, решаемых методом конечных элементов

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»

Описан алгоритм построения трехмерной адаптированной сетки, структура которой представлена в виде дерева. В рассмотренном алгоритме для согласования сетки с поверхностью тела выполнена ее деформация. Конечный элемент в адаптированной сетке представляет собой тетраэдр, тем самым обеспечивая согласованность между узлами конечных элементов различного уровня адаптации.

Ключевые слова: адаптированная сетка, конечный элемент, ячейка, потенциальное течение, алгоритм, треугольный элемент.

Одним из важных этапов численного решения трехмерных задач механики является этап построения расчетной сетки. В процессе дискретизации расчетной области наиболее популярные конечно-разностные пакеты (ANSYS, NETGEN) чаще всего требуют от пользователя профессионального опыта и умений. При этом алгоритм дискретизации расчетной области должен быть максимально автоматизирован.

Для некоторых типов задач автоматическое построение сеток можно осуществлять непосредственным разбиением дискретной области на элементы, но в большинстве случаев более удобен другой подход, заключающийся в построении предварительной кубической сетки и ее последующей деформации. Такой подход обладает очень хорошим потенциалом для создания алгоритмов автоматической дискретизации расчетной области.

Дискретизацию расчетной области рассмотрим в виде трех этапов: построение предварительной кубической сетки, ее разбиение на конечные элементы и деформация сетки с конечными элементами.

На первом этапе необходимо обеспечить существенное увеличение точности внутри расчетной области и экономичности алгоритма. Как показывают численные и аналитические исследования [1 – 3] алгоритмы построения адаптивных сеток удовлетворяют этим требованиям. Использование адаптивных неструктурированных кубических сеток при решении задач механики позволяет решать эти задачи в областях сложной формы. Основной задачей этих алгоритмов является обеспечить сгущение сетки в подобластях требующих повышенного разрешения.

На этом этапе исходная физическая область представляется в виде кубической расчетной области, которая изначально равномерно (или неравномерно) измельчается по трем базисным направлениям трехмерного пространства. Полученная кубическая ячейка в структуре сетки представляет собой ячейку «родителя», которая может содержать восемь кубических ячеек «потомков». Структура такой сетки представляет собой дерево, изображенное на рис. 1.

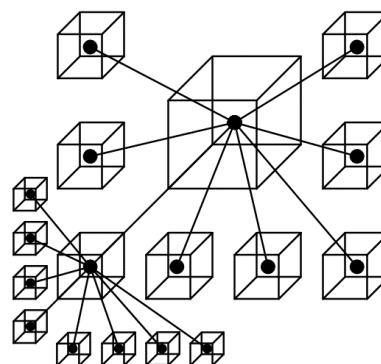


Рис. 1. Структура дискретизации кубической сетки в виде дерева

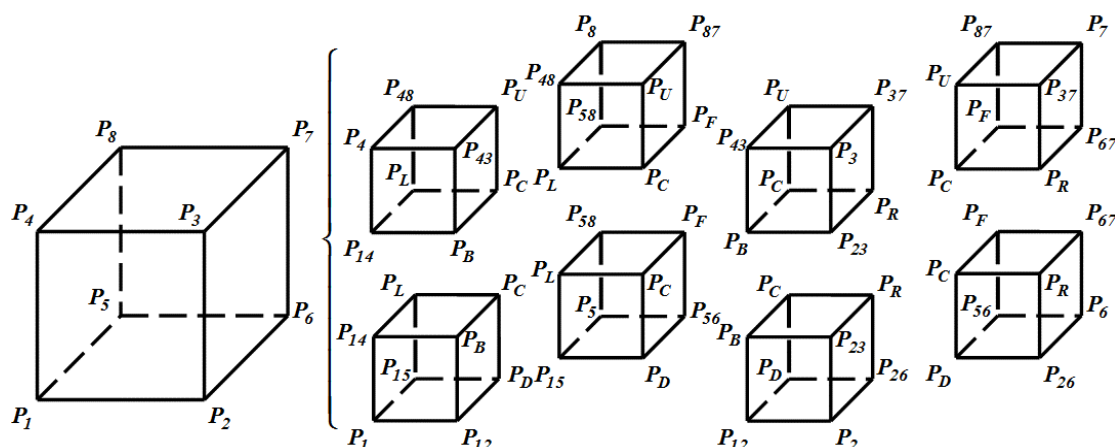


Рис. 2. Схема разбиения кубической ячейки «родителя» на восемь кубических ячеек «потомков»

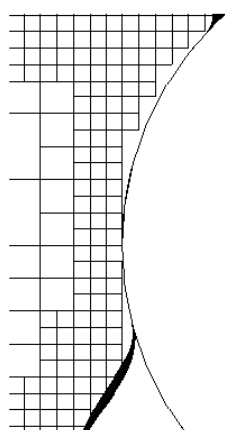


Рис. 3. Адаптивная сетка вблизи поверхности фюзеляжа

В результате разбиения кубической ячейки «родителя» формируется восемь одинаковых по размеру кубических ячеек «потомков». При этом необходимо учитывать новые вершины ячеек «потомков» расположенных на середине сторон и граней «родительской» ячейки, показанных на рис. 2.

Процесс создания кубической адаптивной сетки реализуется пошагово по уровням адаптации. На первом уровне адаптации те ячейки, которые содержат элементы рассматриваемой поверхности тела (летательного аппарата) и при этом не имеют «потомков», разбиваются по схеме, приведенной на рис. 2. После того как были адаптированы все «родительские» ячейки рассматриваемого уровня переходят к следующему уровню адаптации. Этот процесс повторяется до последнего принятого

уровня адаптации. На рис. 3 – 4 представлены примеры результата адаптации кубической сетки вблизи поверхности самолета.

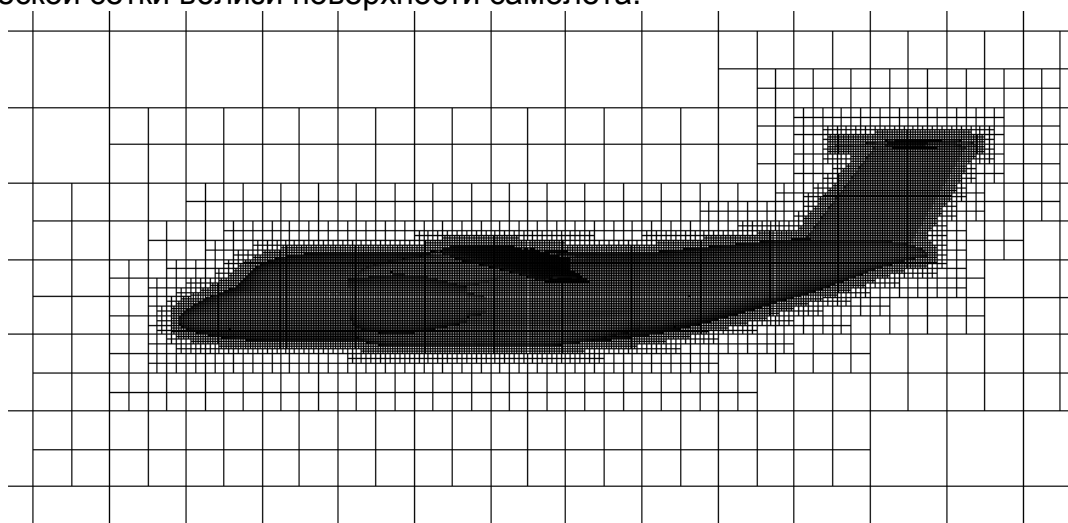


Рис. 4. Результат первого этапа адаптации кубической сетки

Как видно из рис. 4 кубические элементы сетки могут иметь соседние элементы различных размеров. В случае использования такой сетки в качестве расчетной, т.е. кубическая ячейка является конечным элементом, возникает проблема согласования ее узлов. На втором этапе дополнительная дискретизация ячейки до элементов типа тетраэдров позволяет согласовать узлы расчетной сетки между собой.

Каждый кубический элемент содержит шесть сторон, на каждой из которых могут быть образованы тетраэдры двумя способами. На рис. 5 показан случай разбиения на тетраэдры двух смежных кубических ячеек, одинаковых размеров и имеющих одну общую сторону. В этом случае, на смежной стороне обеих ячеек образуется по четыре тетраэдра.

Используемый алгоритм адаптации исходной сетки позволяет обеспечить единственный второй случай смежных кубических ячеек, в котором с одной стороны крупная ячейка, а с другой стороны четыре меньших на один уровень адаптации ячейки. В этом случае каждая из четырех ячеек со смежной стороны делится на четыре тетраэдра, а большая ячейка со смежной стороны делится на шестнадцать тетраэдров, как приведено на рис. 6.

На рис. 3 видно, что после первого этапа адаптации кубическая сетка не сохраняет особенностей поверхности рассматриваемого тела, что приводит к значительному искажению искомых параметров течения вблизи поверхности тела.

На третьем этапе создания расчетной сетки выполняется согласование вершин ячеек с поверхностью тела. Предварительно поверхность тела, состоящая из треугольных элементов, измельчается таким образом, чтобы длина периметра треугольного элемента была меньше длины диагонали кубического элемента последнего уровня адаптации. При этом треугольные элементы, имеющие меньший размер периметра не разбиваются.

В данной работе треугольные элементы поверхности тела разбиваются по аналогии с алгоритмом триангуляции, предложенным в работе [4]. Но ввиду того, что треугольные элементы в основном не равносторонние и вытянутые, разбиение наибольшей стороны треугольника выполняется с использованием медианы как показано на рис. 7. На рис. 8 показаны треугольные элементы поверхности тела до и после разбиения, причем некоторые исходные поверхности образованы треугольниками, периметр которых меньше, чем длина диагонали кубического элемента. Отсюда можно увидеть, что треугольные элементы становятся более равномерными, но недостатком такого разбиения является отсутствие восстановления гладкости поверхности. Данная сетка также может

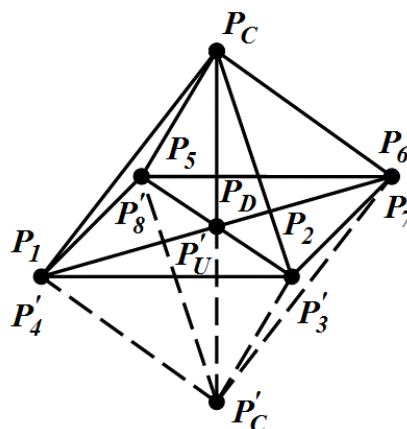


Рис.5. Случай дискретизации одинаковых по размеру смежных кубических ячеек вдоль общей стороны

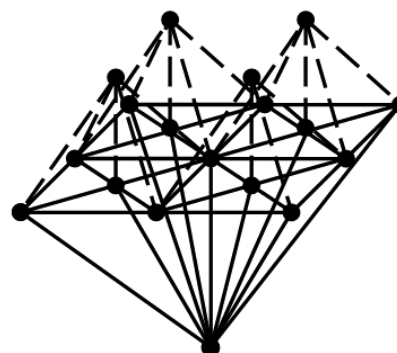


Рис. 6. Случай дискретизации разных по размеру смежных кубических ячеек вдоль общей стороны

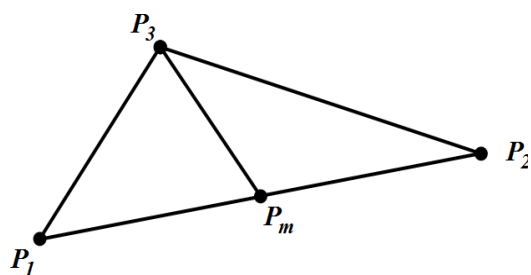


Рис. 7. Разбиение треугольного элемента с использованием медианы

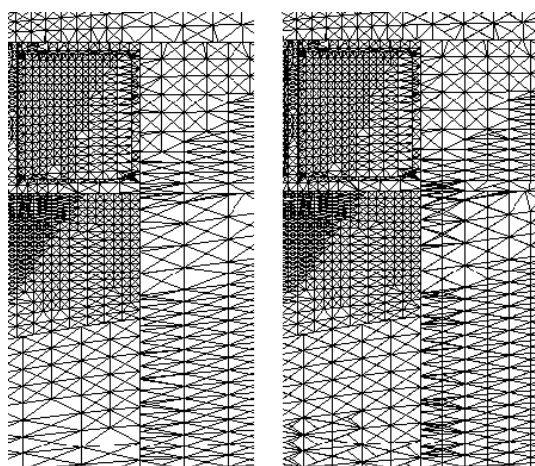


Рис. 8. Сравнение сетки поверхности тела до и после разбиения

Результаты деформирования адаптивной сетки для рассматриваемого тела приведены на рис. 10 – 11.

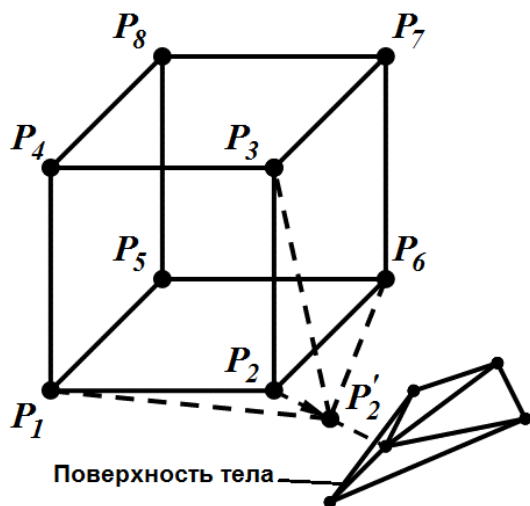


Рис. 9. Схема деформации кубической ячейки вблизи поверхности тела

использоваться для графического представления результатов на поверхности тела.

После окончания триангуляции поверхности тела [5] выполняется последний этап создания расчетной сетки, заключающийся в деформации вершин кубической сетки вблизи поверхности. При этом выполняется поиск наиболее близко расположенного узла поверхности тела относительно деформируемой вершины кубической сетки. Сама деформация реализуется пошагово путем частичного смещения вершины в направлении узла (рис. 9). При этом должно обязательно выполняться условие не образования конечных элементов с нулевым или отрицательным объемом. Так как величина отношения объемов конечного элемента после деформации к его объему до деформации существенно влияет на скорость сходимости системы, то рекомендуется принимать предельное минимальное значение этого отношения не меньше 10%. Пошаговая деформация обеспечивает исключение случаев образования конечных элементов с отрицательным или нулевым объемом.

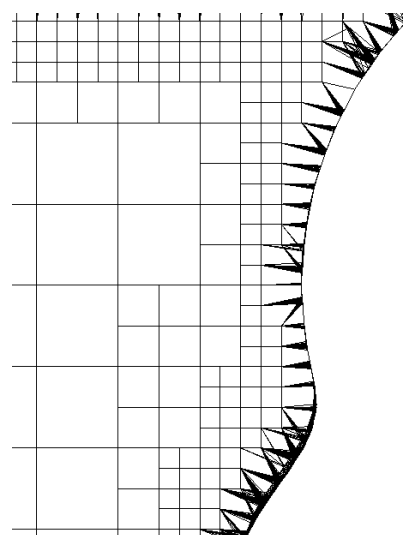


Рис. 10. Деформированная сетка вблизи поверхности фюзеляжа

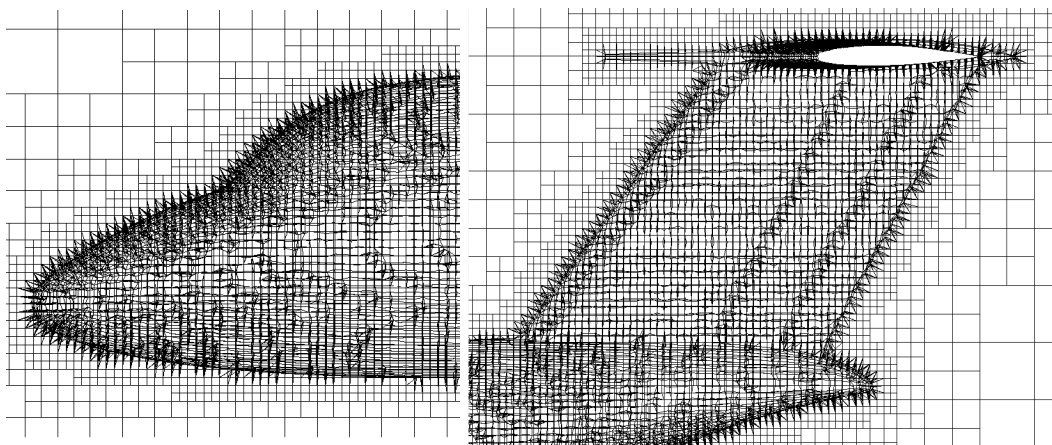


Рис. 11. Деформированная сетка вблизи поверхности самолета

Работоспособность описанного алгоритма создания нерегулярной адаптированной сетки верифицирована на задаче потенциального обтекания летательного аппарата. Данная задача решена методом конечных элементов. Результаты расчетов приведены на рис. 12 – 13.

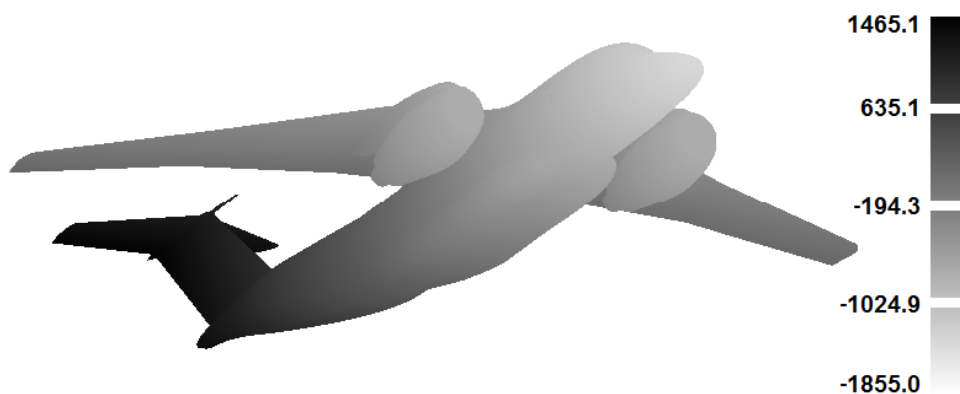


Рис. 12. Распределение потенциала скорости вдоль поверхности самолета



Рис. 13. Распределение модуля скорости вдоль поверхности самолета

Стоит заметить, что в некоторых пакетах (FlowVision) возникают трудности с построением сетки для тел Т-образной формы. Как показали расчеты (см. рис.13), указанных трудностей при использовании предложенного алгоритма построения сетки не выявлено.

Таким образом, разработана технология построения нерегулярной адаптированной трехмерной сетки в основе, которой выступает конечный элемент

в виде тетраэдра. В дальнейшем предполагается использование данного алгоритма при изучении вязких течений.

Список литературы

1. Лисейкин В.Д. Обзор методов построения структурных адаптивных сеток [Текст] / В.Д. Лисейкин // Журнал вычислительной математики и математической физики. Новосибирск. Том 36, №1. 1996. – С. 3 – 41.
2. Лебедев, А.С. Разработка методов построения адаптивных сеток [Текст] / А.С. Лебедев, В.Д. Лисейкин, Г.С. Хакимзянов // Вычислительные технологии. Том 7. №3. 2002. – С. 29 – 43.
3. Чернышенко, А.Ю. Г. Технология построения адаптируемых многогранных сеток и численное решение эллиптических уравнений 2-го порядка в трехмерных областях и на поверхностях [Текст] / А.Ю. Чернышенко. Институт вычислительной математики РАН. Москва. 2013. – 125 с.
4. Ищенко, А.В. Алгоритм построения двумерных вложенных сеток [Текст] / А.В. Ищенко, И.В. Киреев // Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics. 2009, 2(1). – С. 83 – 90.
5. Крашаница Ю.А. Метод триангуляции в численной реализации пространственных краевых задач динамики вязкой жидкости [Текст] / Ю.А. Крашаница, М.Т. Нго // ВІСТІ Академії інженерних наук України. Машинобудування та прогресивні технології. Спеціальний випуск, No 1(38)/2009 - С.158-161.

Рецензент: д.т.н., проф. Амброжевич А.В., Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», г. Харьков

Поступила в редакцию 20.11.2014

Алгоритм побудови тривимірної адаптованої сітки для задач аеродинаміки, розв'язуваних методом скінчених елементів

Описано алгоритм побудови тривимірної адаптованої сітки, структура якої представлена у виді дерева. У наведеному алгоритмі для узгодження сітки з поверхнею тіла виконана її деформація. Скінчений елемент в адаптованій сітці являє собою тетраедр, тим самим забезпечуючи погодженість між вузлами кінцевих елементів різного рівня адаптації.

Ключові слова: адаптована сітка, скінчений елемент, комірка, потенціальна течія, алгоритм, трикутний елемент.

Algorithm of construction of the three-dimensional adapted grid for the problems of aerodynamics solved by a finite element method

Described is algorithm of construction of the three-dimensional adapted grid which structure is shown a view of a tree. In the considered algorithm for coordination of a grid with a surface of a body executed its deformation. The finite element in the adapted grid represents a tetrahedron, thus ensuring coherence between units of finite elements of a various level of adaptation.

Keywords: adapted grid, finite element, mesh, potential flow, algorithm, triangular element.