

## Динамические характеристики неуравновешенного ротора на гидростатодинамических подшипниках сдвоенного типа

*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского  
«Харьковский авиационный институт»*

Показана необходимость исследования динамики неуравновешенных роторов на гидростатодинамических подшипниках сдвоенного типа. Приведены математические зависимости, позволяющие определять амплитудно-частотные характеристики ротора на рассматриваемых подшипниках. Применены нелинейные уравнения движения ротора внутри подшипника, которые дают возможность анализировать резонансные зоны и границы устойчивости движения ротора на подшипниках сдвоенного типа. Выполнен анализ амплитудно-частотных характеристик ротора при различных значениях его неуравновешенности. Получены расчетным способом критические скорости и границы неустойчивой работы ротора на подшипниках сдвоенного типа. Проанализированы амплитуды колебаний в резонансной зоне при различных значениях неуравновешенности ротора.

**Ключевые слова:** динамические характеристики, неуравновешенность ротора, амплитудно-частотные характеристики, гидростатодинамический подшипник, резонансная зона, граница устойчивости.

Надежность работы машин во многом зависит от работоспособности подшипников, на которых установлены их роторы. Под действием переменных внешних сил в роторах могут возникать продольные, поперечные и крутильные колебания. Наиболее часто встречающимися и опасными являются поперечные колебания. Причина их возникновения – остаточная неуравновешенность ротора, которая всегда присутствует, даже после его балансировки. Поэтому исследование динамических характеристик неуравновешенных роторов представляет собой весьма актуальную задачу, так как без динамической оценки современные машины не могут быть признаны работоспособными в полной мере.

Существуют различные методики определения динамических характеристик роторов на гидростатодинамических подшипниках.

В данной работе при исследовании динамических характеристик используются амплитудно-частотные характеристики, которые представляют собой зависимость амплитуд колебаний ротора от его угловой скорости. Эта характеристика позволяет выявить области резонанса и границы неустойчивости ротора на гидростатодинамических подшипниках сдвоенного типа.

В основе определения амплитудно-частотных характеристик ротора лежит функция распределения давления в слое рабочей жидкости, на основании которой определяют гидродинамические силы в подшипнике, а далее решают нелинейные уравнения движения ротора внутри подшипника. Функцию распределения давления находят из совместного решения уравнений Рейнольдса и баланса расходов.

Запишем баланс расходов из условия равенства расходов по контуру  $i$ -й камеры и расхода через входные компенсирующие устройства для наружной и внутренней рабочих поверхностей подшипника, схема которого приведена в работе [1]:

$$Q_{exl} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_{V1}; \quad (1)$$

$$Q_{ex2} = Q_{I1} + Q_{I2} + Q_{I3} + Q_{I4} + Q_{V2}, \quad (2)$$

где  $Q_{ex1}$  и  $Q_{ex2}$  – расходы через входные компенсирующие устройства, соответственно для камер на наружной и внутренней рабочих поверхностях подшипника. Для жиклеров эти расходы записывают в следующем виде:

$$Q_{ex1} = \psi_{ex} \cdot \pi \cdot r_{ж1}^2 \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_{ex} - P_{k1,i})}; \quad (3)$$

$$Q_{ex2} = \psi_{ex} \cdot \pi \cdot r_{ж2}^2 \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_{ex} - P_{k2,i})}, \quad (4)$$

где  $\psi_{ex}$  – коэффициент входа, равный 0,62...0,82;

$r_{ж1}$  и  $r_{ж2}$  – радиусы жиклеров, установленных на входе в камеры;

$\rho$  – плотность рабочей жидкости;

$P_{ex}$  – давление питания от насоса на входе в камеры перед жиклером;

$P_{k1,i}$  и  $P_{k2,i}$  – давления в  $i$ -х камерах, расположенных на наружной и внутренней рабочих поверхностях подшипника.

Расходы по контуру  $i$ -й камеры с учетом переносного и градиентного течения рабочей жидкости для наружной и внутренней рабочих поверхностей подшипника запишем в следующем виде:

$$Q_1 = -\frac{\omega \cdot R_1 \cdot h_{1,i} \cdot \ell_{k1}}{2} + \frac{h_{1,i}^3 (P_{k1,i} - P_{k1,i-1}) \cdot \ell_{k1}}{12\mu \cdot \ell_{mk1}};$$

$$Q_2 = \frac{\omega \cdot R_1 \cdot h_{1,i+2} \cdot \ell_{k1}}{2} + \frac{h_{1,i+2}^3 (P_{k1,i} - P_{k1,i+1}) \cdot \ell_{k1}}{12\mu \cdot \ell_{mk1}};$$

$$Q_3 = Q_4 = \frac{h_{1,i+1}^3 (P_{k1,i} - P_{сл}) \cdot b_{k1}}{12\mu \cdot \ell_{n1}}; \quad (5)$$

$$Q_{V1} = b_{k1} \cdot \ell_{k1} \cdot V_m;$$

$$Q_{I1} = -\frac{\omega \cdot R_2 \cdot h_{2,i} \cdot \ell_{k2}}{2} + \frac{h_{2,i}^3 (P_{k2,i} - P_{k2,i-1}) \cdot \ell_{k2}}{12\mu \cdot \ell_{mk2}};$$

$$Q_{I2} = \frac{\omega \cdot R_2 \cdot h_{2,i+2} \cdot \ell_{k2}}{2} + \frac{h_{2,i+2}^3 (P_{k2,i} - P_{k2,i+1}) \cdot \ell_{k2}}{12\mu \cdot \ell_{mk2}};$$

$$Q_{I3} = Q_{I4} = \frac{h_{2,i+1}^3 (P_{k2,i} - P_{сл}) \cdot b_{k2}}{12\mu \cdot \ell_{n2}};$$

$$Q_{V2} = b_{k2} \cdot \ell_{k2} \cdot V_m,$$

где  $h_{1,i}$  и  $h_{2,i}$  – зазоры в подшипнике, соответственно, на наружной и внутренней рабочих поверхностях;  
 $\mu$  – динамическая вязкость рабочей жидкости;  
 $\omega$  – угловая скорость вращения диска с валом;  
 $R_1$  и  $R_2$  – радиусы наружной и внутренней поверхностей подшипника;  
 $\ell_{k1}$  и  $\ell_{k2}$  – длина камер наружной и внутренней поверхностей подшипника;  
 $\ell_{mk1}$  и  $\ell_{mk2}$  – длина межкамерных перемычек подшипника;  
 $P_{сл}$  – давление рабочей жидкости на сливе из подшипника;  
 $b_{k1}$  и  $b_{k2}$  – ширина камер наружной и внутренней поверхностей подшипника;  
 $Q_{V1}$  и  $Q_{V2}$  – расходы рабочей жидкости, обусловленные движением вала с диском;  
 $V_m$  – скорость движения вала вдоль линии центров диска и подшипника.

С учетом уравнений баланса расходов (1) и (2) после подстановки выражений (3), (4) и (5) и соответствующих преобразований можно записать выражения для определения давлений в камерах, приспособленные для численной реализации:

$$(P_{k1,i})_{n+1} = a_{9,i} \sqrt{P_{ex} - (P_{k1,i})_n} + a_{11,i} (P_{k1,i-1})_n + a_{12,i} (P_{k1,i+1})_n + a_{10,i}; \quad (6)$$

$$(P_{k2,i})_{n+1} = b_{9,i} \sqrt{P_{ex} - (P_{k2,i})_n} + b_{11,i} (P_{k2,i-1})_n + b_{12,i} (P_{k2,i+1})_n + b_{12,i}. \quad (7)$$

Коэффициенты  $a_{9,i}$ ;  $a_{11,i}$ ;  $a_{12,i}$ ;  $a_{10,i}$ ;  $b_{9,i}$ ;  $b_{11,i}$ ;  $b_{12,i}$ ;  $b_{10,i}$  в процессе итерации остаются постоянными.

Записанные выражения (6) и (7) представляют собой реализацию обычного итерационного метода итераций. Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока предыдущее и последующее значения давлений в камерах будут меньше заданной точности решения  $\varepsilon_1$ , т.е.

$$(P_{k1,i})_{n+1} - (P_{k1,i})_n \leq \varepsilon_1;$$

$$(P_{k2,i})_{n+1} - (P_{k2,i})_n \leq \varepsilon_1.$$

Для определения функции изменения давления на межкамерных перемычках, учитывая общепринятые в гидродинамической теории допущения, а также считая, что смазка представляет собой несжимаемую ньютоновскую жидкость и

течение смазки изотермическое. Тогда запишем уравнения Рейнольдса для наружной и внутренней частей подшипника

$$\frac{\partial}{\partial X_1} \left( \frac{h_1^3}{K_{x1}} \frac{\partial P_1}{\partial X_1} \right) + \frac{\partial}{\partial z_1} \left( \frac{h_1^3}{K_{z1}} \frac{\partial P_1}{\partial Z_1} \right) = 6\mu \frac{\partial(U_1 \cdot h_1)}{\partial X_1} + 12\mu V; \quad (8)$$

$$\frac{\partial}{\partial X_2} \left( \frac{h_2^3}{K_{x2}} \frac{\partial P_2}{\partial X_2} \right) + \frac{\partial}{\partial Z_2} \left( \frac{h_2^3}{K_{z2}} \frac{\partial P_2}{\partial Z_2} \right) = 6\mu \frac{\partial(U_2 \cdot h_2)}{\partial X_2} + 12\mu V, \quad (9)$$

где  $X_1, Z_1$  и  $X_2, Z_2$  – окружные и осевые координаты в подшипнике;  
 $h_1, h_2$  – зазоры в наружной и внутренней частях подшипника;  
 $P_1$  и  $P_2$  – текущие значения давлений на межкамерных перемычках наружной и внутренней частей подшипника;  
 $\mu$  – динамическая вязкость рабочей жидкости;  
 $K_{x1}, K_{z1}$  и  $K_{x2}, K_{z2}$  – коэффициенты турбулентности, определяемые по методу В.Н. Константиnescу;  
 $U_1$  и  $U_2$  – окружные скорости наружной и внутренней рабочих частей диска;  
 $V$  – скорость сближения диска с валом и подшипника.

Зная давление в камерах и узлах межкамерных перемычек, можно вычислить грузоподъемность подшипника, которую определяют как сумму грузоподъемности наружной и внутренней его рабочих поверхностей, а также сумму грузоподъемностей отдельных участков каждой из рабочих поверхностей подшипника.

Полученные гидродинамические силы используют при решении уравнений движения диска внутри подшипника. В данной работе динамическая задача решена с использованием нелинейных уравнений движения жесткого одномассового ротора, установленного на двух гидростатодинамических подшипниках сдвоенного типа. За основу были взяты уравнения движения, приведенные в работе [2]. Внешними силами в этих уравнениях являются гидродинамические силы, вес ротора и его неуравновешенность. Запишем уравнения ротора в безразмерном виде

$$\begin{aligned} \bar{m}(\ddot{\bar{\chi}} - \bar{\chi} \cdot \dot{\beta}_o^2) &= -2\bar{i}_\Sigma + \bar{G} \cdot \cos \beta_o + \bar{q} \cos\left(\frac{\bar{t}}{sh} - \beta_o + \beta_H\right); \\ \bar{m}(\bar{\chi} \cdot \ddot{\beta}_o + 2\dot{\bar{\chi}} \cdot \dot{\beta}_o) &= -2\bar{j}_\Sigma - \bar{G} \cdot \sin \beta_o + \bar{q} \sin\left(\frac{\bar{t}}{sh} - \beta_o + \beta_H\right). \end{aligned} \quad (10)$$

Безразмерные параметры в выражениях (10) связаны с размерными следующими соотношениями:

$$\bar{m} = \frac{m\delta_{01}}{P_{ex} \cdot R_{D1} \cdot T^2}; \quad \bar{i}_\Sigma = \frac{i_\Sigma}{P_{ex} \cdot R_{D1}^2}; \quad \bar{j}_\Sigma = \frac{j_\Sigma}{P_{ex} \cdot R_{D1}^2}; \quad \bar{q} = q\omega^2 / (P_{ex} \cdot R_{D1}^2);$$

$$\bar{G} = mg / (P_{ex} \cdot R_{D1}^2); \bar{t} = t / T; sh = l / (\omega \cdot t); \bar{\chi} = e / \delta_{01},$$

где  $G = mg$  – вес вала с дисками;  $g$  – ускорение свободного падения;  $e$  – эксцентриситет в подшипнике;  $i_{\Sigma}$  и  $j_{\Sigma}$  – гидродинамические силы в проекциях на линию центров диска и подшипника (ось  $y$ ) и направление, перпендикулярное ей (ось  $x$ );  $q$  – остаточная неуравновешенность вала;  $\omega$  – угловая скорость вращения диска с валом;  $\beta_H$  – положение оси отсчета углов.

Для численного решения уравнений (10) применяют многошаговый метод Адамса. Исходную информацию для метода Адамса получают одношаговым методом Эйлера. Приведенная математическая модель позволяет определить амплитудно-частотные характеристики ротора на гидростатодинамических подшипниках сдвоенного типа.

Исходными данными при расчете динамических характеристик были следующие:

1. Диаметр подшипника наружный  $D_1 = 120$  мм.
2. Диаметр подшипника внутренний  $D_2 = 100$  мм.
3. Диаметр диска наружный  $D_{D1} = 119,86$  мм.
4. Диаметр диска внутренний  $D_{D2} = 100,14$  мм.
5. Наружный и внутренний радиальный зазор  $\delta_{01} = \delta_{02} = 0,07$  мм.
6. Диаметр жиклера  $d_{ж1} = d_{ж2} = 2$  мм.
7. Длина камер  $\ell_{k1} = \ell_{k2} = 15$  мм.
8. Ширина камер  $b_{k1} = b_{k2} = 5$  мм.
9. Длина межкамерной перемычки наружной части подшипника  $l_{МК1} = 89,247$  мм.
10. Длина межкамерной перемычки внутренней части подшипника  $l_{МК2} = 73,54$  мм.
11. Длина перемычки торцов камер  $l_{П1} = l_{П2} = 5$  мм.
12. Длина половины подшипника  $l_{П} = 25$  мм.
13. Общая длина подшипника  $l_{\Sigma} = 50$  мм.
14. Коэффициент входа  $\psi_{ex} = 0,62$ .
15. Рабочая жидкость вода при  $t = 47^\circ\text{C}$  имеет следующие характеристики:
  - а) плотность  $\rho = 0,989 \cdot 10^{-6}$  кг/мм<sup>3</sup>;
  - б) динамическая вязкость  $\mu = 5,817 \cdot 10^{-10}$  Н·с/мм<sup>2</sup>;
  - в) кинематическая вязкость  $\nu = 5,882 \cdot 10^{-4}$  мм<sup>2</sup>/с.

На рис. 1 и 2 показаны результаты расчета амплитудно-частотных характеристик ротора на гидростатодинамических подшипниках сдвоенного типа при различных значениях неуравновешенности ротора  $q$ .

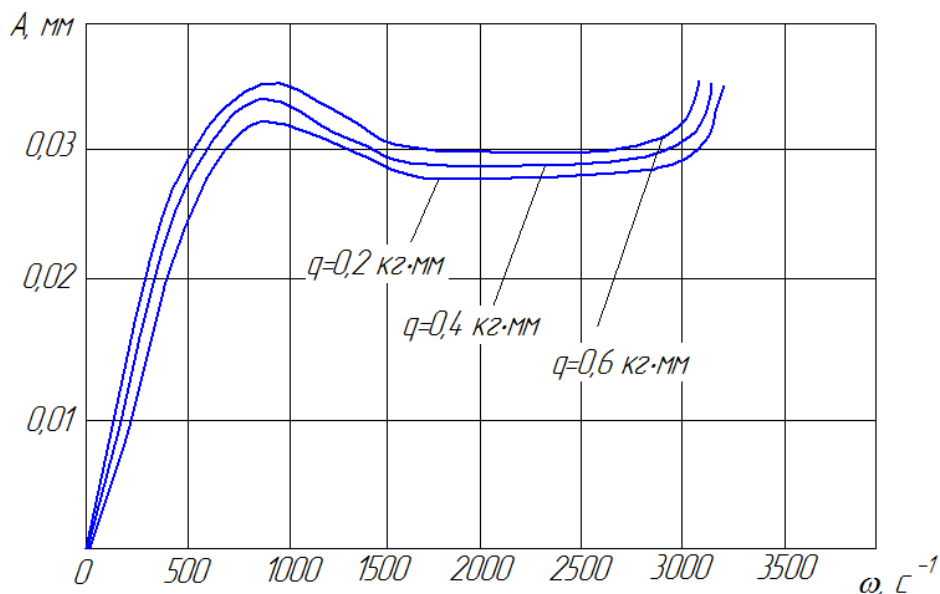


Рисунок 1 – Амплитудно-частотные характеристики ротора на гидростатодинамических подшипниках сдвоенного типа при различных значениях неуравновешенности ротора и его весе  $G_p = 300\text{H}$

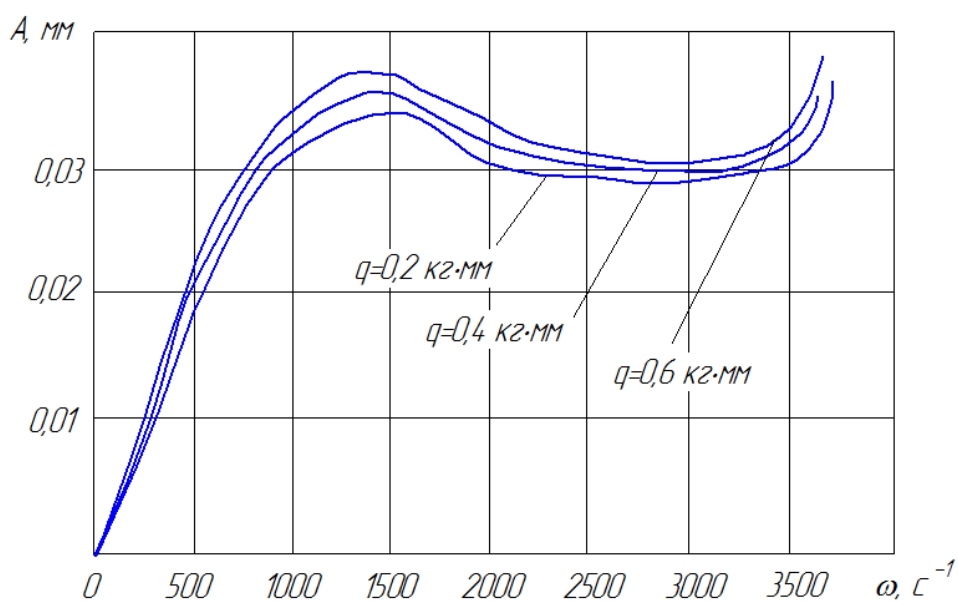


Рисунок 2 – Амплитудно-частотные характеристики ротора на гидростатодинамических подшипниках сдвоенного типа при различных значениях неуравновешенности ротора  $q$  и его весе  $G_p = 500\text{H}$

Из приведенных результатов видно, что неуравновешенность ротора мало влияет на величину резонансной скорости (см. рис. 1 и 2) и границы неустойчивости, но увеличивает амплитуду колебаний, причем более существенно в резонансной области. В рассмотренном диапазоне параметров рост амплитуды в области резонанса составляет примерно 10%.

### Список литературы

1. Назин, В.И. Теория сдвоенного радиального гидростатодинамического подшипника при нестационарной внешней нагрузке [Текст] /В.И. Назин// Авиационно-космическая техника и технология. – 2013. – №8/105. – С. 160-166.
2. Коровчинский, Т.В. Теоретические основы работы подшипников скольжения [Текст] / Т.В. Коровчинский. – М.: Машгиз, 1969. – 403 с.

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. кафедры Л.Г. Бойко, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.  
Поступила в редакцию 13.11.2014

### **Динамічні характеристики неврівноваженого ротора на гідростатодинамічних підшипниках здвоєного типу**

Показано необхідність дослідження динаміки неврівноважених роторів на гідростатодинамічних підшипниках здвоєного типу. Наведено математичні залежності, що дозволяють визначати амплітудно-частотні характеристики ротора на підшипниках, які розглядаються. Застосовано нелінійні рівняння руху ротора всередині підшипника, що дають можливість визначати резонансні зони і межі стійкості руху ротора на підшипниках здвоєного типу. Виконано аналіз амплітудно-частотних характеристик ротора при різних значеннях його неврівноваженості. Отримано розрахунковим способом критичні швидкості і межі нестійкої роботи ротора на підшипниках здвоєного типу. Проаналізовано амплітуди коливань у резонансній зоні при різних значеннях неврівноваженості ротора.

**Ключові слова:** динамічні характеристики, неврівноваженість ротора, амплітудно-частотні характеристики, гідростатодинамічний підшипник, резонансна зона, межа стійкості.

### **Dynamic characteristics of unbalanced rotor bearings hidrostatodinamichnyh dual type**

The necessity to study the dynamics of unbalanced rotor bearings hidrostatodinamicheskikh dual type. The mathematical dependence-ness, to determine the frequency response of the rotor to rozhlyadayemyh bearings. Applied nonlinear equations of motion of the rotor inside the bearing, to determine the resonance zone and the limits of stability of motion of the rotor bearings dual type. The analysis of the amplitude-frequency characteristics of rotor at different values of its imbalance. Retrieved calculation method of the critical speed and unstable boundaries of the rotor bearings dual type. Analysis of amplitude fluctuations in the resonance zone for different values of rotor imbalance.

**Keywords:** dynamic characteristics of rotor imbalance, amp-litudno-frequency characteristics hidrostatodinamichnyy bearing, resonance-out on, the limit of stability.