

Влияние угла конусности на статические характеристики радиально-упорного гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»

Приведены теоретические зависимости, позволяющие определять статические характеристики радиально-упорного гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа. Сделано обобщение математической модели на случай развитого турбулентного течения рабочей жидкости. Представлено решение основных уравнений математической модели, приспособленное для численной реализации. Приведены результаты расчета несущей способности, расходов рабочей жидкости и потерь на трение для радиально-упорного гидростатодинамического подшипника при различных углах конусности наружной части подшипника. Выполнен анализ полученных результатов расчета и сделаны выводы по полученным закономерностям.

Ключевые слова: статические характеристики, несущая способность, расход рабочей жидкости, потери на трение, математическая модель, гидростатодинамический подшипник, численная реализация.

На работоспособность радиально-упорного гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа оказывают влияние большое количество факторов. Одним из них является угол конусности наружной части подшипника. Соотношение между радиальной и осевой нагрузками изменяется при различных углах конусности рабочей поверхности подшипника.

В данной работе приведена математическая модель, позволяющая определять статические характеристики радиально-упорного подшипника при различных углах конусности наружной его части. Определение статических характеристик подшипника связано с функцией распределения давления в слое рабочей жидкости. Рассмотрим получение функции изменения давления из совместного решения уравнений Рейнольдса и баланса расходов. Конструктивная схема рассматриваемого в работе подшипника приведена в работе [1].

Запишем систему уравнений для определения давлений в камерах подшипника, полученную из уравнений баланса расходов, в безразмерном виде:

$$(\bar{P}_{k1,i})_{n+1} = \bar{a}_{10,i} \sqrt{1 - (\bar{P}_{k1,i})_n} - \bar{a}_{12,i} (\bar{P}_{k1,i-1})_n - \bar{a}_{13,i} (\bar{P}_{k1,i+1})_n - \bar{a}_{11,i}, \quad (1)$$

$$(\bar{P}_{k2,i})_{n+1} = \bar{b}_{9,i} \sqrt{1 - (\bar{P}_{k2,i})_n} - \bar{b}_{11,i} (\bar{P}_{k2,i-1})_n - \bar{b}_{12,i} (\bar{P}_{k2,i+1})_n - \bar{b}_{10,i}. \quad (2)$$

Безразмерные параметры в выражениях (1) и (2) связаны с размерными следующими соотношениями:

$$\bar{a}_{10,i} = a_{10,i} / \sqrt{P_{ex}}; \bar{a}_{12,i} = a_{12,i}; \bar{a}_{13,i} = a_{13,i}; \bar{a}_{11,i} = a_{11,i} / P_{ex}; \quad (3)$$

$$\bar{b}_{9,i} = b_{9,i} / \sqrt{P_{ex}}; \bar{b}_{11,i} = b_{11,i}; \bar{b}_{12,i} = b_{12,i}; \bar{b}_{10,i} = b_{10,i} / P_{ex}.$$

В выражения (1), (2) и (3) входят следующие параметры:

$\bar{P}_{k1,i}$ и $\bar{P}_{k2,i}$ – давления в камерах, расположенных соответственно на наружной и внутренней рабочих поверхностях подшипника;

$a_{10,i}; a_{12,i}; a_{11,i}; a_{13,i}; b_{9,i}; b_{11,i}; b_{12,i}; b_{10,i}$ – коэффициенты, которые остаются постоянными в процессе итерации;

P_{ex} – давление питания рабочей жидкости.

Задаваясь начальными значениями давлений в камерах, получают новые значения давлений на $(n + 1)$ -м шаге по уравнениям (1) и (2). Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока предыдущее и последующее значения давлений в камерах будут меньше заданной точности расчета ε_1 , т.е.

$$/(\bar{P}_{k1,i})_{n+1} - (\bar{P}_{k1,i})_n/ \leq \varepsilon_1,$$

$$/(\bar{P}_{k2,i})_{n+1} - (\bar{P}_{k2,i})_n/ \leq \varepsilon_1.$$

Кроме давлений в камерах для определения несущей способности подшипника необходимо также знать давления на межкамерных перемычках, которые получают из решения уравнений Рейнольдса. Запишем уравнения Рейнольдса для наружной и внутренней частей подшипника в безразмерном виде:

$$\frac{\partial}{\partial \varphi_1} \left(\frac{\bar{h}_1^3}{K_{x1}} \frac{\partial \bar{P}_1}{\partial \varphi_1} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{z}_1} \left(\frac{\bar{h}_1^3}{K_{z1}} \frac{\partial \bar{P}_1}{\partial \bar{z}_1} \right) = \Omega_1 \frac{\partial (\bar{U}_{1,j} \cdot \bar{h}_1)}{\partial \varphi_1} + \Omega_{\alpha} \cdot \sin \alpha \frac{\partial}{\partial \bar{z}_1} \left(\frac{\bar{h}_1^3}{K_{z1}} \right), \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial \varphi_2} \left(\frac{\bar{h}_2^3}{K_{x2}} \frac{\partial \bar{P}_2}{\partial \varphi_2} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{z}_2} \left(\frac{\bar{h}_2^3}{K_{z2}} \frac{\partial \bar{P}_2}{\partial \bar{z}_2} \right) = \Omega_2 \frac{\partial (\bar{U}_2 \cdot \bar{h}_2)}{\partial \varphi_2}. \quad (5)$$

Безразмерные параметры в выражениях (4) и (5) связаны с размерными следующими соотношениями:

$$\bar{P}_1 = P_1 / P_{ex}; \bar{P}_2 = P_2 / P_{ex}; \bar{h}_1 = h_1 / \delta_{01}; \bar{h}_2 = h_2 / \delta_{02}; \\ \varphi_1 = X_1 / R_{cpD1}; \varphi_2 = X_2 / R_{D2}; \bar{Z}_1 = Z_1 / R_{cpD1}; \bar{Z}_2 = Z_2 / R_{D2};$$

$$\Omega_1 = \frac{6\mu\omega \cdot R_{cpD1}^2}{\delta_{01}^2 \cdot P_{ex}}; \Omega_{\alpha} = \frac{\rho \cdot \omega^2 \cdot R_{cpD1}^2}{\delta_{01}^2 \cdot P_{ex}}; \Omega_2 = \frac{6\mu\omega \cdot R_{D2}^2}{\delta_{02}^2 \cdot P_{ex}},$$

где h_1 и h_2 – текущие зазоры в подшипнике, соответственно в наружной и внутренней его частях;

δ_{01} и δ_{02} – радиальные зазоры в наружной и внутренней частях подшипника;

X_1 и X_2 – окружные координаты в наружной и внутренней частях подшипника;

Z_1 и Z_2 – осевые координаты в наружной и внутренней частях подшипника;

R_{cpD1} – средний радиус диска в наружной конической части подшипника;

R_{D2} – радиус диска во внутренней части подшипника;

μ – динамическая вязкость рабочей жидкости;

ω – угловая скорость диска с валом;

ρ – плотность рабочей жидкости;

K_{x1}, K_{z1} и K_{x2}, K_{z2} – коэффициенты турбулентности, для определения которых применен метод В.Н. Константинеску.

Для решения уравнений Рейнольдса (4) и (5) в конечно-разностном виде поверхности между камерами наружной и внутренней частей подшипника покроем сетками с шагами $\Delta\varphi_1, \Delta\bar{z}_1$ и $\Delta\varphi_2, \Delta\bar{z}_2$ и частные производные запишем в конечно-разностном виде, используя пятиточечный шаблон.

Для наружной конической части подшипника конечно-разностная запись уравнения Рейнольдса будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial\varphi_1} \left(\frac{\bar{h}_{1,i}^3}{K_{x1}} \frac{\partial\bar{P}_1}{\partial\varphi_1} \right) &= \frac{\bar{h}_{1,i}^3}{K_{x1,i}} \frac{(\bar{P}_{1,i+1,j} - 2\bar{P}_{1,i-1,j} + \bar{P}_{1,i-1,j})}{\Delta\varphi_{1,j}^2} + \\ &+ \frac{3\bar{h}_{1,i}^2(\bar{h}_{1,i+1} - \bar{h}_{1,i-1}) \cdot (\bar{P}_{1,i+1,j} - \bar{P}_{1,i-1,j})}{K_{x1,i} \cdot 4 \cdot \Delta\varphi_{1,j}^2} - \\ &- \frac{\bar{h}_{1,i}^3(K_{x1,i+1} - K_{x1,i-1}) \cdot (\bar{P}_{1,i+1,j} - \bar{P}_{1,i-1,j})}{K_{x1,i}^2 \cdot 4 \cdot \Delta\varphi_{1,j}^2}, \\ \frac{\partial}{\partial\bar{z}_1} \left(\frac{\bar{h}_1^3}{K_{z1}} \frac{\partial\bar{P}_1}{\partial\bar{z}_1} \right) &= \frac{\bar{h}_{1,i}^3 \cdot (\bar{P}_{1,i,j+1} - 2\bar{P}_{1,i,j} + \bar{P}_{1,i,j-1})}{K_{z1,i} \cdot \Delta\bar{z}_1^2} - \\ &- \frac{\bar{h}_{1,i}^3(K_{z1,j+1} - K_{z1,j-1}) \cdot (\bar{P}_{1,i,j+1} - \bar{P}_{1,i,j-1})}{K_{z1,i}^2 \cdot \Delta\bar{z}_1^2}, \\ F_{1,i,j} &= \Omega_1 \frac{\partial(\bar{U}_{1,j} \cdot \bar{h}_{1,i})}{\partial\varphi_1} + \Omega_{y\delta} \cdot \sin\alpha \frac{\partial}{\partial\bar{z}_1} \left(\frac{\bar{h}_{1,i}^3}{K_{z1,i}} \right) = \\ &= \frac{\Omega_1 \cdot \bar{h}_{1,i}(\bar{U}_{1,i+1,j} - \bar{U}_{1,i-1,j})}{2 \cdot \Delta\varphi_{1,j}} + \frac{\Omega_1 \cdot \bar{U}_{1,i,j}(\bar{h}_{1,i+1} - \bar{h}_{1,i-1})}{2 \cdot \Delta\varphi_{1,j}} - \\ &- \frac{\Omega_{y\delta} \cdot \sin\alpha \cdot \bar{h}_{1,i}^3(K_{z1,j+1} - K_{z1,j-1})}{K_{z1,i}^2 \cdot 2 \cdot \Delta\bar{z}_1}, \end{aligned}$$

где $i = 1, 2, \dots, N_1; j = 1, 2, \dots, N_2;$

N_1 и N_2 – число узлов сетки, соответственно в направлениях i и j .

Запишем в конечно-разностном виде уравнение Рейнольдса для внутренней части подшипника.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial\varphi_2} \left(\frac{\bar{h}_2^3}{K_{x2}} \frac{\partial\bar{P}_2}{\partial\varphi_2} \right) &= \frac{\bar{h}_{2,i}^3}{K_{x2,i}} \frac{(\bar{P}_{2,i+1,j} - 2\bar{P}_{2,i,j} + \bar{P}_{2,i-1,j})}{\Delta\varphi_2^2} + \\ &+ \frac{3\bar{h}_{2,i}^2(\bar{h}_{2,i+1} - \bar{h}_{2,i-1}) \cdot (\bar{P}_{2,i+1,j} - \bar{P}_{2,i-1,j})}{K_{x2,i} \cdot 4 \cdot \Delta\varphi_2^2} - \\ &- \frac{\bar{h}_{2,i}^3(K_{x2,i+1} - K_{x2,i-1}) \cdot (\bar{P}_{2,i+1,j} - \bar{P}_{2,i-1,j})}{K_{x2,i}^2 \cdot 4 \cdot \Delta\varphi_2^2}, \end{aligned}$$

$$\frac{\partial}{\partial \bar{z}_2} \left(\frac{\bar{h}_2^3}{K_{z2}} \frac{\partial \bar{P}_2}{\partial \bar{z}_2} \right) = \frac{\bar{h}_{2,i}^3 (\bar{P}_{2,i,j+1} - 2 \cdot \bar{P}_{2,i,j} + \bar{P}_{2,i,j-1})}{K_{z2,i} \cdot \Delta \bar{z}_2^2},$$

$$F_{2,i} = \Omega_2 \frac{\partial (\bar{U}_2 \cdot \bar{h}_2)}{\partial \varphi_2} = \frac{\Omega_2 \cdot \bar{h}_{2,i} (\bar{U}_{2,i+1} - \bar{U}_{2,i-1})}{2 \cdot \Delta \varphi_2} +$$

$$+ \frac{\Omega_2 \bar{U}_{2,i} (\bar{h}_{2,i+1} - \bar{h}_{2,i-1})}{2 \cdot \Delta \varphi_2}.$$

Записанные в неявном виде разностные схемы уравнений Рейнольдса приводят к необходимости решать системы алгебраических уравнений. Решение задачи в методе прогонки ищется в виде

$$\bar{P}_i = \alpha_i \cdot \bar{P}_{i+1} + \beta_i, \quad (6)$$

где $i = 2, 3, \dots, N - 1$ – номера узлов сетки;

α_i, β_i – коэффициенты прогонки, определяемые по следующим зависимостям:

$$\alpha_i = -\frac{A_i}{B_i + C_i \cdot \alpha_{i-1}}; \beta_i = \frac{F_i - C_i \beta_{i-1}}{B_i + C_i \cdot \alpha_{i-1}}. \quad (7)$$

Задаваясь начальными значениями давлений в узлах сетки, методом продольно-поперечной прогонки определяют значения давлений в узлах сетки на следующем шаге. Итерационный процесс продолжается до получения заданной точности $(\bar{P}_{i,j})_{n+1} - (\bar{P}_{i,j})_n \leq \varepsilon_2$, где ε_2 – точность определения давлений на межкамерной перемычке.

Зная давления в камерах и узлах межкамерных перемычек, можно определить грузоподъемность подшипника. Ее вычисляют как сумму грузоподъемностей наружной конической и внутренней цилиндрической его рабочих поверхностей, а также сумму грузоподъемностей отдельных участков каждой из рабочих поверхностей подшипника.

Запишем суммарную грузоподъемность наружной конической поверхности подшипника в проекциях на линию центров вала и подшипника (ось y) I_H и направление, ей перпендикулярное (ось x) J_H :

$$I_H = WH_{укам} + WH_{у,м.п} + WH_{у,м.к} + WH_{ум.п}, \quad (8)$$

$$J_H = WH_{хкам} + WH_{х,м.п} + WH_{х,м.к} + WH_{хм.п},$$

где $WH_{укам}$ – грузоподъемность камер в проекции на ось y ;

$WH_{хкам}$ – грузоподъемность камер в проекции на ось x ;

$WH_{у,м.п}$ – грузоподъемность межкамерных перемычек в проекции на ось y ;

$WH_{х,м.п}$ – грузоподъемность межкамерных перемычек в проекции на ось x ;

$WH_{y,m,k}$ и $WH_{x,m,k}$ – грузоподъемности торцевых перемычек камер в проекциях на оси y и x ;

$WH_{y,m,n}$ и $WH_{x,m,n}$ – грузоподъемности торцев межкамерных перемычек в проекциях на оси x и y .

Запишем суммарную грузоподъемность внутренней рабочей поверхности в проекциях на линию центров вала и подшипника (ось y) i_B и направление, ей перпендикулярное (ось x) j_B .

$$i_B = -(WB_{укам} + WB_{ум.н} + WB_{ум.к} + WB_{ум.н}) \cdot 2, \quad (9)$$

$$j_B = -(WB_{хкам} + WB_{х,м.н} + WB_{х,м.к} + WB_{х,м.н}) \cdot 2,$$

где $WB_{укам}$ и $WB_{хкам}$ – грузоподъемности камер в проекциях на оси x и y ;

$WB_{ум.н}$ и $WB_{х,м.н}$ – грузоподъемности межкамерных перемычек в проекциях на оси x и y ;

$WB_{ум.к}$ и $WB_{х,м.к}$ – грузоподъемности торцевых перемычек камер в проекциях на оси x и y ;

$WB_{ум.н}$ и $WB_{х,м.н}$ – грузоподъемности торцев межкамерных перемычек в проекциях на оси x и y .

Полученные выражения (8) и (9) запишем в безразмерном виде, обозначив безразмерные параметры чертой сверху.

$$\bar{i}_H = i_H / (P_{ex} \cdot R_{cpD1}^2); \bar{j}_H = j_H / (P_{ex} \cdot R_{cpD1}^2);$$

$$\bar{i}_B = i_B / (P_{ex} \cdot R_{D2}^2); \bar{j}_B = j_B / (P_{ex} \cdot R_{D2}^2).$$

Суммарную радиальную грузоподъемность обеих рабочих поверхностей подшипника (наружной и внутренней) в проекциях на линию центров вала и подшипника \bar{i}_Σ и направление, ей перпендикулярное \bar{j}_Σ , запишем в следующем виде:

$$\bar{i}_\Sigma = \bar{i}_H + \bar{i}_B, \quad (10)$$

$$\bar{j}_\Sigma = \bar{j}_H + \bar{j}_B.$$

Осевую грузоподъемность подшипника определяем как разницу осевых грузоподъемностей левой и правой конических поверхностей наружной части подшипника.

$$\bar{i}_{осев} = \bar{i}_{осевл} - \bar{i}_{осевп}. \quad (11)$$

Расход рабочей жидкости через подшипник находим как сумму расходов через камеры, расположенные на наружной и внутренней рабочих поверхностях подшипника:

$$Q_\Sigma = Q_{наруж} + Q_{внутр} \quad (12)$$

Потери мощности на трение определяем, используя известную формулу [2]

$$N_{mp} = \omega \cdot R \cdot \iint_s \tau dS, \quad (13)$$

где ω – угловая скорость вращения вала с диском;

R – радиус поверхности трения;

τ – функция распределения касательных напряжений в слое рабочей жидкости;

S – площадь поверхности трения.

Потери мощности на трение для всего подшипника определяем как сумму потерь на трение для наружной и внутренней рабочих поверхностей;

$$\bar{K}_{N_{mp\Sigma}} = \bar{K}_{N_{mpлев}} + \bar{K}_{N_{mpправ}} + 2\bar{K}_{NB}, \quad (14)$$

где $\bar{K}_{N_{mpлев}}$ – безразмерные потери на трение для левой конической части наружной поверхности подшипника;

$\bar{K}_{N_{mpправ}}$ – безразмерные потери на трение для правой конической части

наружной поверхности подшипника;

\bar{K}_{NB} – безразмерные потери на трение для внутренней поверхности подшипника.

Результаты расчета, полученные на основе разработанной математической модели, показаны на рис. 1 – 4.

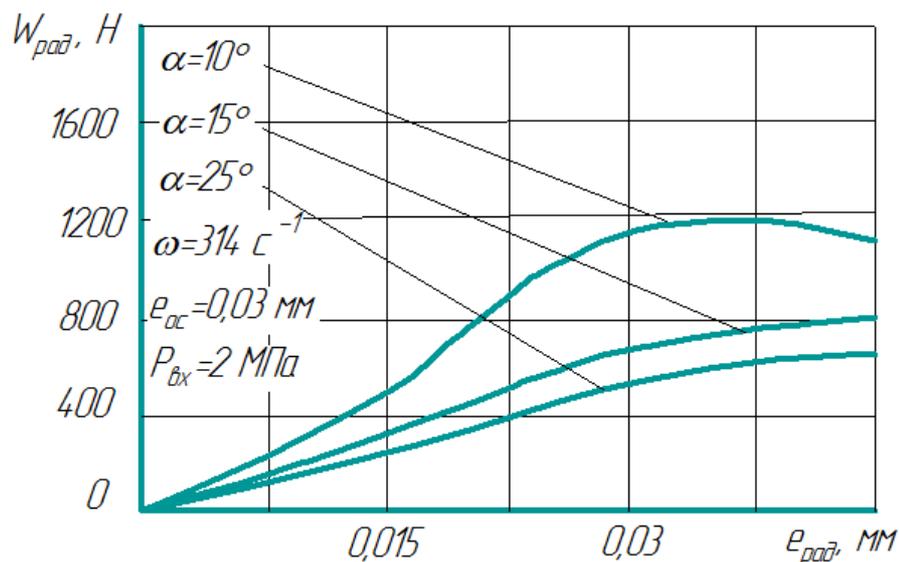


Рис. 1. Зависимость радиальной грузоподъемности радиально-упорного гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа от радиального эксцентриситета

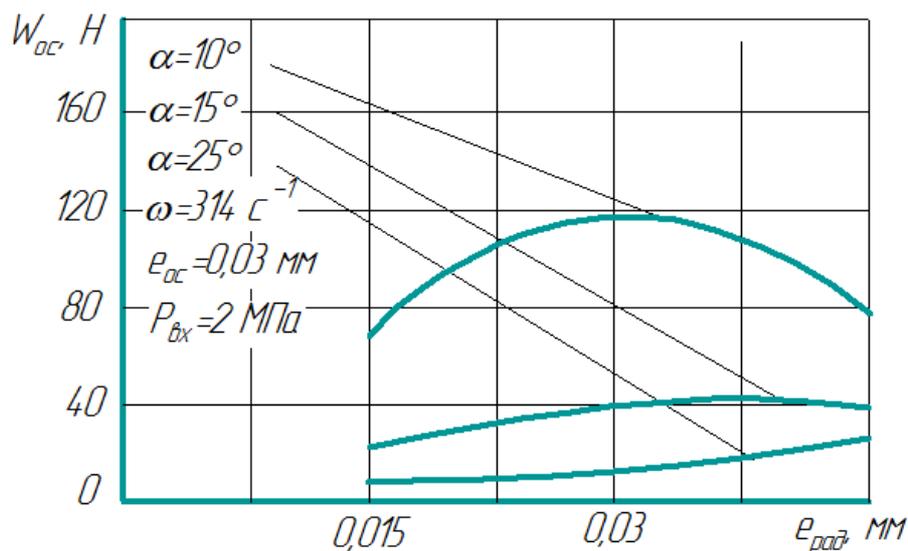


Рис. 2. Зависимость осевой грузоподъемности радиально-упорного гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа от радиального эксцентриситета

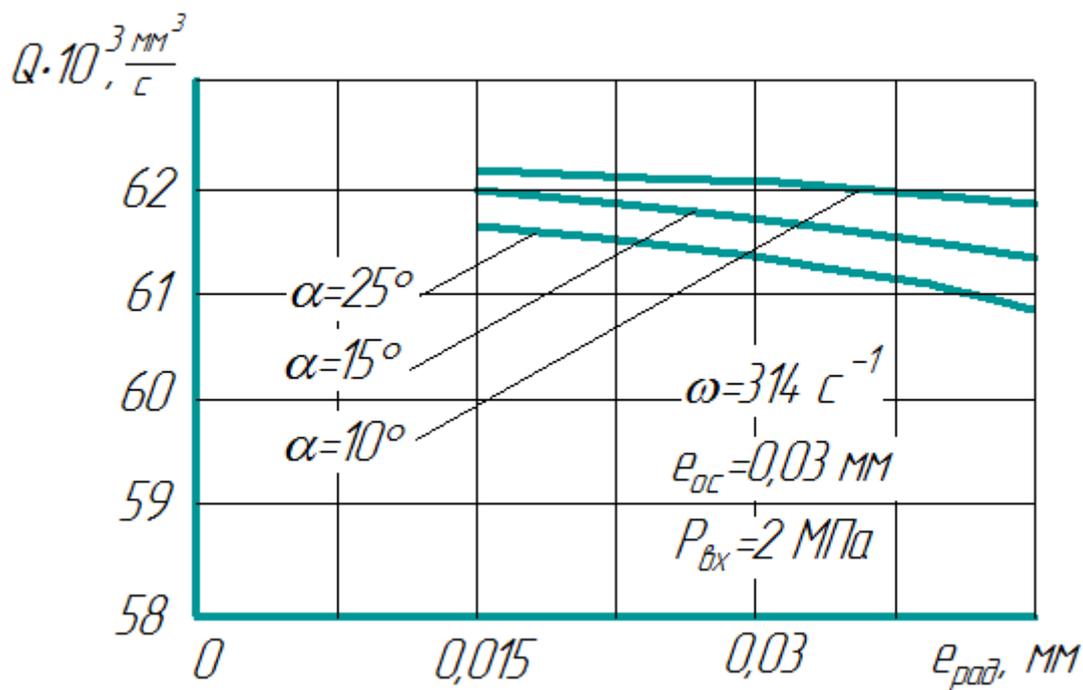


Рис. 3. Зависимость расхода рабочей жидкости в радиально-упорном гидростатодинамическом подшипнике сдвоенного типа от радиального эксцентриситета

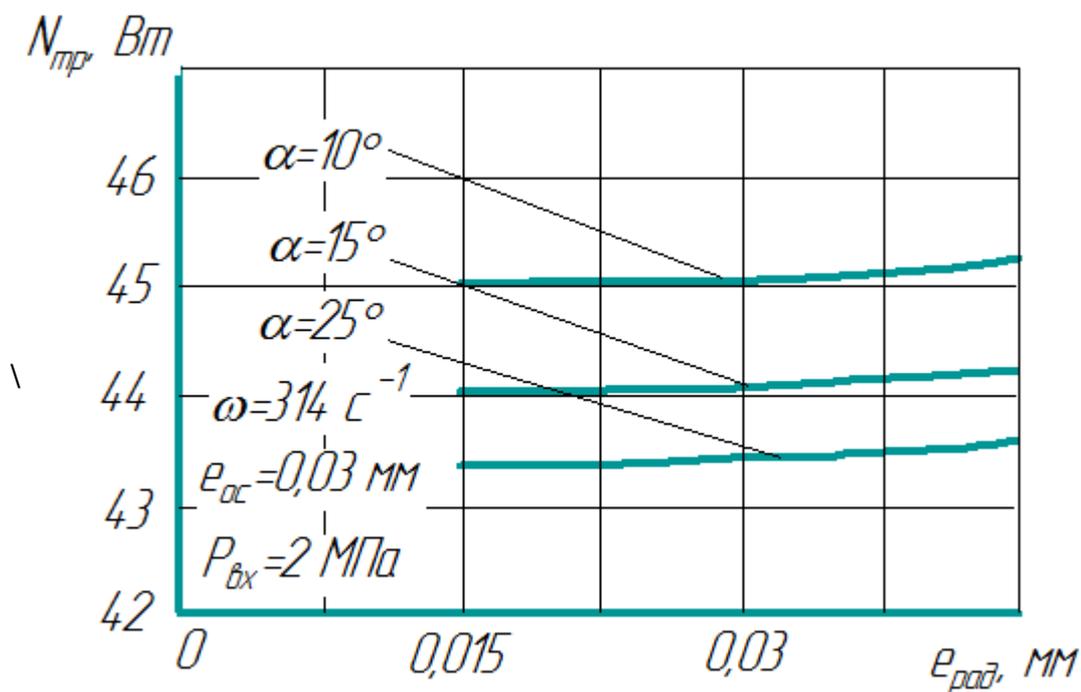


Рис. 4. Зависимость потерь мощности на трение в радиально-упорном гидростатодинамическом подшипнике сдвоенного типа от радиального эксцентриситета

Рассчитываемый подшипник имел следующие основные геометрические и рабочие параметры:

1. Средний диаметр наружной конической части подшипника $D_{1cp} = 120 \text{ мм}$.
2. Диаметр внутренней цилиндрической части подшипника $D_2 = 100 \text{ мм}$.
3. Радиальный зазор в наружной конической и внутренней цилиндрической частях подшипника $\delta_{01} = \delta_{02} = 0,07 \text{ мм}$.
4. Диаметр жиклёров в камерах наружной конической и внутренней цилиндрической частях подшипника $d_{ж1} = d_{ж2} = 2 \text{ мм}$.
5. Общая длина подшипника $L = 50 \text{ мм}$.
6. Рабочая жидкость – вода при температуре $t = 47^\circ \text{ C}$.

Из рис. 1 – 4 видно, что с увеличением угла конусности α для обоих рассмотренных осевых эксцентриситетов ($e_{ос} = 0,015 \text{ мм}$ и $e_{ос} = 0,03 \text{ мм}$) осевая грузоподъемность возрастает, а радиальная падает.

Расход рабочей жидкости с изменением угла конусности рабочих поверхностей подшипника и диска изменяется очень мало (см. рис. 3).

Потери мощности на трение с изменением угла конусности рабочих поверхностей подшипника и диска также изменяется незначительно (см. рис. 4).

Полученные результаты позволяют рациональнее выбирать угол конусности рабочих поверхностей подшипника и вала в зависимости от соотношения радиальных и осевых нагрузок, действующих на подшипник.

Список литературы

1. Назин, В.И. Математическая модель сдвоенного радиально-упорного гидростатического подшипника [Текст] / В.И. Назин // Авиационно-космическая техника и технология. – 2013. – № 9/106. – С. 127-133.
2. Богданов, О.И. Расчет опор скольжения: справочник / О.И. Богданов, С.К. Дьяченко. – К.: Техника, 1966. – 262 с.

Поступила в редакцию 30.01.2015.

Вплив кута конусності на статичні характеристики радіально-упорного гідростатодинамічного підшипника здвоєного типу

Наведено теоретичні залежності, що дозволяють визначати статичні характеристики радіально-упорного гідростатодинамічного підшипника здвоєного типу. Зроблено узагальнення математичної моделі на випадок розвиненої турбулентної течії робочої рідини. Подано вирішення основних рівнянь математичної моделі, пристосовані для числової реалізації. Наведені результати розрахунку вантажопідйомності, витрат робочої рідини і втрат на тертя для радіально-упорного гідростатодинамічного підшипника при різних кутах конусності зовнішньої частини підшипника. Виконано аналіз отриманих результатів розрахунку і зроблено висновки щодо отриманих закономірностей.

Ключові слова: статичні характеристики, вантажопідйомність, витрата робочої рідини, втрати на тертя, математична модель, гідростатодинамічний підшипник, числова реалізація.

Influence of corner of konusnosti on static descriptions of the radial-persistent gidrostatodinamicheskogo bearing of the doubled type

Theoretical dependences, allowing to determine static descriptions of the radial-persistent gidrostatodinamicheskogo bearing of the doubled type, are resulted. Generalization of mathematical model is done in case of the developed turbulent flow of working liquid. The decision of basic equalizations of mathematical model is presented, adjusted for numeral realization. The results of calculation of bearing strength are resulted, charges of working liquid and losses on a friction for the radial-persistent gidrostatodinamicheskogo bearing at the different corners of konusnosti of outside of bearing. The analysis of the got results of calculation is executed and conclusions are done on the got conformities to law.

Keywords: static descriptions, bearing ability, expense of working liquid, losses on a friction, mathematical model, gidrostatodinamicheskoy bearing, numeral realization.