УДК 519.95

А.И. Лысенко,
М.О. Шенгелия, Т.И. Бабичева

Модель линейной организации управления ресурсами автотранспортной системы городских пассажироперевозок

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»

Рассмотрены актуальные вопросы формализации процессов эффективного финансирования центров логистической деятельности, которые, располагая автотранспортными средствами различной номинальной вместимости, выполняют городские пассажироперевозки. При организации линейной структуры управления ресурсами, предполагающей полную информированность центра финансирования о технических возможностях и экономических потребностях центров логистической деятельности, проблема оптимального распределения финансовых средств сводится к решению задачи нелинейного программирования. Полученное решение обеспечивает выполнение запланированного объема пассажироперевозок при минимальных затратах.
Ключевые слова: автотранспортная система, логистическая деятельность, пассажирооборот, организационная структура, оптимальное управление, нелинейное программирование, метод множителей Лагранжа.

Введение

Вопросы рационального развития городской системы пассажирских автоперевозок включает в себя решение задачи формирования парков автотранспортных средств различной вместимости по критерию эффективности их функционирования. Это, в свою очередь, требует разработки математических моделей содержательной переработки информации с целью получения количественно обоснованных предложений при принятии решений в процессе организационного управления автотранспортной системой городских пассажироперевозок.

Городская автотранспортная система может рассматриваться как распределенная структура, состоящая из центра финансирования и центров логистической деятельности, которые реализуют пассажирские автоперевозки, располагая различными парками транспортных средств.

В сегодняшней практике финансирование системы пассажирских автоперевозок города осуществляется, как правило, на основе статического подхода, согласно которому составы парков автотранспортных средств малой, средней и большой вместительности увеличиваются пропорционально росту объёмов планируемых пассажиоперевозок, исходя из данных прошлых периодов. При этом неэффективное распределение финансовых ресурсов в прошлом автоматически переносится на будущее функционирование автотранспортной системы.

Одним из путей повышения эффективности функционирования системы пассажирских автоперевозок города, заключается в формировании парков транспортных средств различной вместительности на основе решения задачи оптимального управления, в которой центр финансирования наделён функцией принятия решений, а центры логистической деятельности обеспечивают реализацию запланированных объёмов пассажироперевозок.

Целью данной статьи является формализация задачи оптимального управления ресурсами распределенной системы автотранспортных предприятий, реализующих городские пассажироперевозки при линейной структуре организации финансирования.

Основная часть

Городской автотранспорт пассажирских перевозок рассматривается как двухуровневая иерархическая система с линейной организационной структурой, состоящей из управляющего центра финансирования и функциональных центров логистической деятельности, которые, располагая парками N_i, $i=\overline{1,n}$ автотранспортных средств различной вместимости γ_i, выполняют запланированные объёмы пассажироперевозок. Результат функционирования отдельного $i \in \{\overline{1,n}\}$ центра логистической деятельности (автотранспортного предприятия) характеризуется величиной пассажирооборота Q_i, который складывается из пассажиропотоков q_{ij} по всем обслуживаемым маршрутам $j = \overline{1,m}$

$$Q_i = \sum_{j=1}^{m} q_{ij};\ \ \forall i \in \{\overline{1,n}\}\,.$$

Каждый пассажиропоток q_{ij} характеризуется количеством пассажиров перевозимых i-ым автотранспортным предприятием (АТП) в единицу времени (за плановый период) на j-ом маршруте.

Финансирующий центр распределяет капитальные вложения r_i и оборотные средства y_i, необходимые для логистической деятельности функциональных подразделений $i=\overline{1,n}$ исследуемой автотранспортной системы городских пассажироперевозок. Логистическая деятельность каждого i-го АТП формализуется факторной моделью с убывающей отдачей

$$Q_i = \sigma_i (R_i + r_i)^{\alpha_i} y_i^{\beta_i}; \tag{1}$$

при

$$\alpha_i + \beta_i < 1, \quad 0 < \alpha_i, \beta_i < 1, \quad \forall i \in \{\overline{1,n}\}; \tag{2}$$

где

Q_i – пассажирооборот i-го АТП;

R_i – основные производственные фонды i-го АТП;

r_i – капитальные вложения в основные производственные фонды i-го АТП;

y_i – оборотные средства i-го АТП;

σ_i, α_i, β_i – параметры модели (коэффициенты регрессии) i-го АТП.

В качестве критерия эффективности E функционирования исследуемой системы АТП принимается отношение выполненного объёма общего пассажирооборота $Q = \sum_{i=1}^{n} Q_i$ к величине суммарных затрат финансовых ресурсов $W = \sum_{i=1}^{n}(r_i + y_i)$. В условиях полной информированности финансирующего центра о технических возможностях и экономических потребностях функциональных центров логистической деятельности вопрос эффективного формирования автопарков городской системы АТП сводится к решению следующей задачи оптимального управления: найти векторы распределения капиталовложений $\bar{r}^* = r_1^*, \dots, r_n^*$ и оборотных средств $\bar{y}^* = y_1^*, \dots, y_n^*$, доставляющие максимум целевой функции

$$E(\bar{r},\ \bar{y}) = \frac{\sum_{i=1}^{n} \sigma_i (R_i + r_i)^{\alpha_i} y_i^{\beta_i}}{\sum_{i=1}^{n}(r_i + y_i)}; \tag{3}$$

при ограничениях

$$\sum_{i=n}^{n} \sigma_i (R_i + r_i)^{\alpha_i} y_i^{\beta_i} = Q_0; \quad r_i \geq 0; \; y_i \geq 0; \; i = \overline{1, \mathrm{n}}; \tag{4}$$

где величины

$$\sigma_i > 0; \quad R_i > 0; \quad 0 < \alpha_i, \beta_i < 1; \quad i = \overline{1, \mathrm{n}}; \; Q_0 > 0;$$

являются заданными параметрами, причём

$$\alpha_i + \beta_i < 1, \quad \forall i \in \{\overline{1, n}\}.$$

Сформулированная задача (3), (4) с учётом преобразований

$$\sigma_i^{\frac{1}{\alpha_i}} (R_i + r_i) = x_i; \quad \sigma_i^{-\frac{1}{\alpha_i}} = a_i; \quad i = \overline{1, n}; \tag{5}$$

эквивалентная следующей задаче математического программирования

$$\min F(\bar{x}, \bar{y}); \tag{6}$$

при ограничениях

$$g(\bar{x}, \bar{y}) = Q_0 \; ; \quad \bar{x} \geq \bar{\mathrm{v}}; \quad \bar{y} > 0; \tag{7}$$

где

$$F(\bar{x}, \bar{y}) = \sum_{i=1}^{n} (a_i x_i + y_i - R_i); \tag{8}$$

$$g(\bar{x}, \bar{y}) = \sum_{i=1}^{n} x_i^{\alpha_i} y_i^{\beta_i}; \tag{9}$$

$$\bar{x} = x_1, \ldots, x_n; \quad \bar{y} = y_1, \ldots, y_n; \quad \bar{\mathrm{v}} = \mathrm{v}_1, \ldots, \mathrm{v}_n;$$

$$\mathrm{v}_i = a_i^{-1} R_i; \quad i = \overline{1, n}.$$

Матрица Гессе

$$\nabla^2 g(\bar{x}, \bar{y}) = \begin{pmatrix} M_1 & M_2 \\ M_2 & M_3 \end{pmatrix}; \tag{10}$$

в которой

$$M_1 = \left(\frac{\partial^2 g}{\partial x_i \partial x_j}\right)_{i,j=\overline{1,n}}; \quad M_2 = \left(\frac{\partial^2 g}{\partial x_i \partial y_j}\right)_{i,j=\overline{1,n}};$$

$$M_3 = \left(\frac{\partial^2 g}{\partial x_i \partial y_j}\right)_{i,j=\overline{1,n}};$$

при выполнении условий (2) отрицательно определенна на множестве

$$H^{2n} = \{(\bar{x}, \bar{y}) \in E^{2n} | \; x_i > 0, y_i > 0, i = \overline{1, n}\}; \tag{11}$$

в силу выполнения неравенств

$$\Delta_{2k-1} < 0; \quad \Delta_{2k} > 0; \quad k = \overline{1, n};$$

где

$\Delta_k, k = \overline{1{,}2n}$ – последовательные главные миноры матрицы Гессе(10).

Следовательно, непрерывная и, по крайней мере, дважды дифференцируемая функция (9) существующая при любых $x_i > 0, y_i > 0$, $i = \overline{1, n}$,строго вогнута на множестве (11) при выполнении условий (2).

Тогда принимая во внимание, что целевая функция (8) линейна, а множество

$$A = \{(\bar{x}, \bar{y}) \in H^{2n} | g(\bar{x}, \bar{y}) \geq Q_0\}; \tag{12}$$

выпукло, в силу известных теорем выпуклого программирования [1], локальный минимум целевой функции (8), находящийся внутри множества (12) или на его границе $g(\bar{x}, \bar{y}) = Q_0$, является глобальным минимумом. С точки зрения геометрического истолкования поставленная задача математического программирования (6), (7) состоит в том, что в допустимом множестве

$$B_1 = \{(\bar{x}, \bar{y}) \in H^{2n} | \bar{x} \geq \bar{\mathrm{v}}\}; \tag{13}$$

отыскивается точка $(\bar{x}^*, \bar{y}^*)$ принадлежащая выпуклой поверхности $g(\bar{x}, \bar{y}) = Q_0$, где достигается поверхность наименьшего уровня $F(\bar{x}, \bar{y}) = const$, представляющая собой некоторую гиперплоскость в положительном ортанте H^{2n} пространства E^{2n}.

В соответствии с выше изложенным первый шаг решения полученной $2n$ – мерной задачи нелинейного программирования

$$\min_{\bar{x}\bar{y}} \sum_{i=1}^{n} (a_i x_i + y_i - R_i);$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i^{\alpha_i} y_i^{\beta_i} = Q_0; \quad \bar{x} \geq \bar{\mathrm{v}}; \quad \bar{y} > 0; \tag{14}$$

заключается в отыскании в положительном ортанте H^{2n} пространства E^{2n} внутреннего решения $\overline{x_0} = x_{01}, \dots, x_{0n}$; $\overline{y_0} = y_{01}, \dots, y_{0n}$; которое может быть найдено с помощью метода множителей Лагранжа, который позволяет из необходимых условий первого порядка

$$\nabla L(\overline{x_0}, \overline{y_0}, \lambda_0) = 0; \tag{15}$$

где

$$L(\bar{x}, y, \lambda) = F(\bar{x}, \bar{y}) + \lambda[Q_0 - g(\bar{x}, \bar{y})];$$

при выполнении достаточных условий второго порядка

$$\nabla_{\bar{x},\bar{y}}^2 L(\overline{x_0}, \overline{y_0}, \lambda_0) > 0; \tag{16}$$

получить точку $(\overline{x_0}, \overline{y_0})$, доставляющую на множестве

$$B_2 = \{(\bar{x}, \bar{y}) \in H^{2n} | g(\bar{x}, \bar{y}) = Q_0\};$$

строгий локальный минимум целевой функции (8), который будет одновременно и глобальным. Затем исследуется граница $\bar{x} = \bar{\mathrm{v}}$ допустимого множества (13). Для чего, фиксируя каждый раз m компонентов вектора $\bar{x} = x_1, \dots, x_n$, решаются $(2n - m)$ – мерные задачи Лагранжа в положительном ортанте H^{2n-m} пространства E^{2n-m}, число которых при каждом выбранном $m \in \{\overline{1, n}\}$ будет

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}.$$

На последнем этапе вычисляются значения целевой функции (8) для всех найденных решений. Наименьшее из них будет искомым минимумом целевой функции (8) на множестве

$$B = \{(\bar{x}, \bar{y}) \in H^{2n} | g(\bar{x}, \bar{y}) = Q_0, \bar{x} \geq \bar{\mathrm{v}}\}.$$

Для выполнения условий второго порядка (16) при $s = \overline{n, 2n}$ необходимо и достаточно, чтобы имели место неравенства

$$\Delta_k > 0; \qquad k = \overline{1, S};$$

где

Δ_k- последовательные главные миноры матрицы $\nabla_{\bar{x},\bar{y}}^2 L(\overline{x_0}, \overline{y_0}, \lambda_0)$ размерности s×s.

С другой стороны, из условия (16) положительной определенности вещественной, симметрической матрицы $\nabla_{\bar{x},\bar{y}}^2 L(\overline{x_0}, \overline{y_0}, \lambda_0)$ размерности *2n×2n* следует положительность всех её главных миноров [2].

Условия первого порядка (15) эквивалентны выполнению требований

$$\nabla F(\overline{x_0}, \overline{y_0}) = \lambda_0 \nabla g(\bar{x}, \bar{y});$$

$$g(\overline{x_0}, \overline{y_0}) = Q_0.$$

Тогда при удовлетворении условий второго порядка (16) при $s = 2n$ решение сформулированной задачи нелинейного программирования (14) будет доставлятся одной из следующих систем уравнений

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial x_k}(\bar{x}, \bar{y}) = \lambda \frac{\partial g}{\partial x_k}(\bar{x}, \bar{y}); & k \in I_k; \\ x_t = V_t; & t \in I_k; \\ \frac{\partial F}{\partial y_i}(\bar{x}, \bar{y}) = \lambda \frac{\partial g}{\partial y_i}(\bar{x}, \bar{y}); & i = \overline{1, n}; \\ g(\bar{x}, \bar{y}) = Q_0; \end{cases} \tag{17}$$

где

$$I_k \cup I_t = \{\overline{1,n}\}; \quad I_k \cap I_t = \emptyset; \quad I_k, I_t = \emptyset, \dots, \{\overline{1,n}\}; \quad \lambda \neq 0.$$

Для рассматриваемой задачи нелинейного программирования (14) имеет место соотношение [3]

$$\nabla^2_{\bar{x},\bar{y}} L(\bar{x}, \bar{y}, \lambda) = -\lambda \nabla^2 g(\bar{x}, \bar{y});$$

отсюда в силу выполнения условий

$$\nabla^2 g(\bar{x}, \bar{y}) < 0; \quad \forall(\bar{x}, \bar{y}) \in H^{2n};$$
$$(\overline{x_0}, \overline{y_0}) \in B_1 \subset H^{2n};$$
$$\lambda_0 = (\beta_i x_{0i}^{\alpha_i} y_{0i}^{\beta_i - 1})^{-1}, \qquad \forall(\overline{x_0}, \overline{y_0}) \in B_1;$$

следует

$$\nabla^2_{\bar{x},\bar{y}} L(\overline{x_0}, \overline{y_0}, \lambda_0) > 0;$$

что соответствует выполнению условия второго порядка (16).

Таким образом, решение сформулированной задачи математического программирования (6), (7) сводится к последовательному рассмотрению всех возможных вариантов систем уравнений (17) и выбору среди полученных решений, удовлетворяющих условиям $\overline{x_0} \geq \bar{\mathrm{v}}$; $\overline{y_0} > 0$, одного $(\bar{x}^*, \bar{y}^*)$, доставляющего наименьшее значение целевой функции (8).

Заключение

Полученное решение задачи нелинейного программирования (14) $\bar{x}^* = x_1^*, \dots, x_n^*$; $\bar{y}^* = y_1^*, \dots, y_n^*$; с учётом преобразований (5) определяет собой оптимально распределение финансовых ресурсов (капитальных вложений $r_1^*, \dots, r_n^*$ и оборотных средств $y_1^*, \dots, y_n^*$) в системе центров логистической деятельности, осуществляющих городские пассажироперевозки в объёмах, которые, характеризуясь зависимостью (1), требуют определенного количества N_i автотранспортных средств заданной вместимости γ_i, $i = \overline{1,n}$

$$N_i = \frac{\varepsilon_i b_i T_i}{\Phi_i z_i \gamma_i} Q_i; \qquad \forall i \in \{\overline{1,n}\};$$

где

ε_i – коэффициент неравномерности суточного пассажирооборота автотранспорта номинальной вместимости γ_i;

b_i – коэффициент использования во времени автотранспорта номинальной вместимости γ_i;

T_i – средняя продолжительность поездки пассажиров автотранспорта номинальной вместимости γ_i;

Q_i – пассажирооборот автотранспортных средств номинальной вместимости γ_i в плановом периоде;

Φ_i– действительный фонд времени работы автотранспорта номинальной вместимости γ_i в плановом периоде;

z_i – коэффициент средней загрузки автотранспорта номинальной вместимости γ_i.

Найденное количество N_i, $i = \overline{1,n}$ автотранспортных средств различной номинальной вместимости γ_i, $i = \overline{1,n}$ позволяет при минимальных затратах выполнить запланированный объём пассажирооборота Q_0 в условиях полной информированности финансирующего центра о технических возможностях и экономических потребностях центров логистической деятельности при линейной организационной структуре управления.

Список литературы

1. Интрилигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория/ М. Интрилигатор; под ред. А. А. Конюса. – М. : Прогресс, 1975. – 607 с.
2. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц/Ф. Р. Гантмахер. – М.: Наука, 1967. – 575с.
3. Моделирование организационного управления в многоуровневых структурах/В. Г. Кучмиев, А. И. Лысенко, В. М. Момот, И. В. Чумаченко. – Харьков: Нац. аэрокосм. ун-т "Харьк. авиац. ин-т", 2004. – 231с.

Поступила в редакцию 07.06.2016

Модель лінійної організації управління ресурсами автотранспортної системи міських пасажироперевезень

Розглянуто актуальні питання формалізації процесів ефективного фінансування центрів логістичної діяльності, які, маючи автотранспортними засобами різної номінальної місткості, виконують міські пасажироперевезення. При організації лінійної структури управління ресурсами, що передбачає повну інформованість фінансування центру про технічні можливості та економічних потребах центрів логістичної діяльності проблема оптимального розподілу фінансових коштів зводиться до вирішення задачі нелінійного програмування. Отримане рішення забезпечує виконання запланованого обсягу пасажироперевезень при мінімальних витратах.

Ключові слова: автотранспортна система, логістична діяльність, пасажирооборот, організаційна структура, оптимальне управління, нелінійне програмування, метод множників Лагранжа.

The Linear Model of Resource Management the Road Transport System of Urban Passenger Transportation

They discussed topical issues of formalization of effective funding of the centres of logistics activities, which, in motor vehicles having different rated capacity, carry out urban transportation. At the organization of the linear structure of resource management, which requires full awareness of the centre financing of the technical possibilities and economic needs of the centres of logistics activities, the problem of optimum allocation of financial resources is reduced to the solution of a nonlinear programming problem. The obtained solution provides the implementation of the planned volume of passenger traffic at minimum cost.

Key words: transport system, logistic activities, turnover, organisational structure, optimal control, nonlinear programming, method of Lagrange multipliers.

Сведения об авторах:

Лысенко Александр Иванович – канд. техн. наук, доцент, доцент каф. 602 «Менеджмента», Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина.

Шенгелия Марина Отаровна – старший преподаватель каф. 602 «Менеджмента», Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина.

Бабичева Татьяна Ивановна – студентка 641м группы, каф. 602 «Менеджмента», Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина.