

## Исследование влияния расчетных схем упругих моделей летательного аппарата на его динамические характеристики

*Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского  
«Харьковский авиационный институт»*

Показана необходимость математического моделирования явлений аэроупругости и вычислительного эксперимента при определении динамических характеристик конструкции. Исследование динамических характеристик реальных конструкций выполнено на основе приближенных методов. Приведены основные соотношения для расчета форм и частот собственных колебаний. Проанализированы полные и упрощенные математические модели, их расчетные схемы и особенности применения.

**Ключевые слова:** свободные колебания, динамические характеристики, частоты и формы собственных колебаний, упругие модели летательного аппарата.

Практика проектирования ЛА показывает, что одним из наиболее ответственных его этапов является исследование явлений аэроупругости [1]. Знание динамических характеристик ЛА представляем собой как необходимую предпосылку создания эффективной математической модели явлений аэроупругости и рационального построения методологии общего математического описания проблемы.

Нередко в процессе проведения наземных частотных испытаний и летного эксперимента обнаруживаются формы и частоты колебаний, не соответствующие расчетным. В целях снижения вибраций ЛА в процессе эксплуатации приходится проводить дорогостоящую доработку конструкции, уточнять расчетную схему упругого ЛА, критически осмысливая принятые ранее допущения.

Расчет упругих характеристик (коэффициентов влияния и жесткости, форм и частот собственных колебаний) для реального ЛА возможен лишь после его схематизации. При решении задач аэроупругости на разных стадиях проектирования ЛА упругие схемы могут трансформироваться. На стадии предварительного проектирования для ЛА с крыльями и фюзеляжем большого удлинения для быстрого проведения исследований широко используют одномерные упругие модели. В последующих приближениях одномерные модели должны заменяться более точными трехмерными, построенными на основе метода конечных элементов (МКЭ).

При выборе расчетной схемы отбрасывают особенности, несущественные для рассматриваемого явления. Оставшиеся самые важные особенности по возможности упрощают. Выбор той или иной расчетной схемы представляет собой ответственный этап.

Воспользуемся упругой моделью конструкции ЛА, считая, что в конструкции не возникают заметные остаточные деформации. Упругие перемещения конструкции ищем в виде разложения по известным координатным векторным функциям  $\vec{\varphi}_i(x, y, z)$ , в качестве которых примем формы собственных колебаний

$$\Delta \vec{r}(x, y, z, t) = \sum_i \vec{\varphi}_i(x, y, z) q_i(t), \quad (1)$$

где  $q_i(t)$  – так называемые обобщенные координаты, неизвестные безразмерные функции времени.

Собственные формы колебаний свободной упругой конструкции могут быть получены из уравнений движения, если внешние силы в них положить равными нулю.

Ограничиваясь исследованием малых по сравнению с линейными размерами конструкции упругих перемещений, связь сил и деформаций с достаточной для практики точностью можно выразить линейными соотношениями

$$\Delta \vec{r}(x, y, z) = \iiint_V C(x, y, z; \bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) \Delta \vec{f}(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) dV ;$$

$$\Delta \vec{f}(x, y, z) = \iiint_V K(x, y, z; \bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) \vec{r}(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) dV ,$$

где  $C(x, y, z; \bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$  – функция влияния упругости;

$K(x, y, z; \bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$  – функция влияния жесткости;

$\Delta \vec{f}(x, y, z)$  – упругие силы;

$\Delta \vec{r}(x, y, z)$  – вектор упругих перемещений.

Используя матричную запись, получаем

$$\Delta r = C \Delta F, \quad \Delta F = K \Delta r . \quad (2)$$

В матричном виде уравнение возмущенного движения точки при свободных колебаниях имеет вид

$$m \Delta \ddot{\rho} = - \Delta F , \quad (3)$$

где  $m$  – диагональная матрица масс материальных точек;

$\Delta \rho$  и  $\Delta F$  – векторы-столбцы возмущенных перемещений и упругих сил в этих точках.

С учётом (2) запишем уравнения [2]:

$$m \Delta \rho^{(\cdot\cdot)} + K \Delta r = 0 . \quad (4)$$

Полученные соотношения позволяют расчетным путем с использованием различных приближенных методов определить динамические характеристики конструкции.

Проанализируем результаты расчетов частот и форм собственных колебаний среднемагистрального тяжелого пассажирского самолета с использованием различных расчетных схем.

Собственные колебания крыла, стабилизатора, киля, фюзеляжа могут быть определены при представлении их отдельными консольными упругими балками («консольная схема») или системой упругих балок с прямолинейными осями жесткости, совокупность которых схематически представляет собой летательный аппарат. В реальных конструкциях центры тяжести и жесткости сечений не совпадают и колебания будут совместными, т. е. крыло будет одновременно совершать как изгибные, так и крутильные колебания. Начальная деформация изгиба крыла влечет за собой деформацию кручения и наоборот.

На рис. 1 показана форма совместных изгибно-крутильных колебаний заземленной консоли. Из-за несовпадения центров масс и центров жесткости в сечениях крыла видно, что изгиб консоли вызывает её кручение и наоборот.

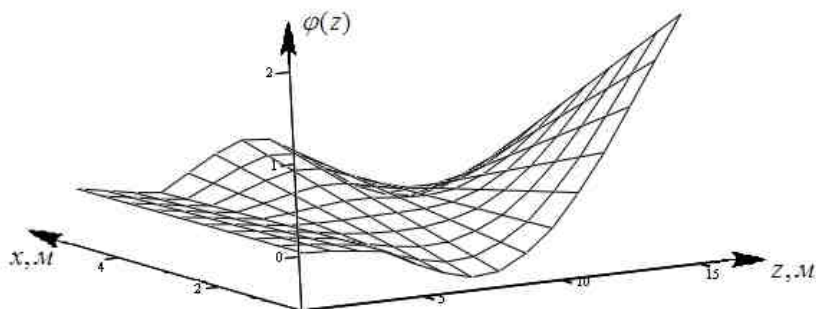


Рис. 1. Форма изгибно-крутильных колебаний консоли крыла

Следует обосновать применение консольной схемы закрепления. Расчет по «консольной схеме» собственных колебаний отдельных частей летательного аппарата относительно прост, но не всегда приемлем. Так, для современных самолетов со стреловидным крылом и тяжелых самолетов с большими сосредоточенными массами на крыле нельзя проводить расчет собственных колебаний отдельных частей конструкции. Фюзеляж самолета со стреловидным крылом получает большие деформации при колебаниях, которыми пренебрегать нельзя. Поэтому в таких случаях при расчетах собственных колебаний становится необходимым рассматривать самолет в целом.

При изучении колебаний свободного самолета следует его рассматривать как систему жестко связанных между собой балок. Балки обладают распределенными массой и моментом инерции, в некоторых сечениях этих балок могут быть сосредоточены массы от различных грузов. Поскольку рассматриваются свободная колебательная система, то существуют «нулевые» тона — перемещения самолета как жесткого тела.

На рис. 2 показаны симметричные («+») и кососимметричные («-») формы колебаний свободного ЛА и соответствующие им частоты.

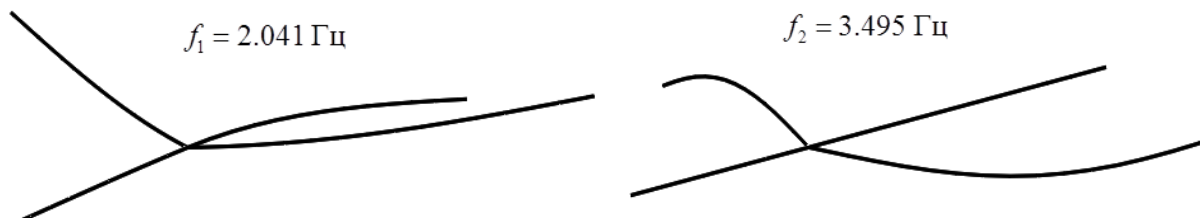


Рис. 2. Симметричные и кососимметричные формы колебаний свободного ЛА

В таблице приведены результаты численного расчета динамических характеристик на основе различных расчетных схем.

Как видим, частотные спектры колебаний при использовании различных расчётных схем заметно различаются.

Совместные изгибно-крутильные колебания более детально описывают деформирование конструкции. При моделировании следует использовать реальное расположение масс относительно оси жесткости и учитывать инерционные свойства конструкции, связанные с поступательным и вращательным движением масс.

Исследование наиболее общей схемы свободного самолета позволяет оценить работоспособность ранее рассмотренных упрощенных расчетных схем.

| Номер тона упругих колебаний | Частоты собственных колебаний, Гц |                                    |                               |  |   |
|------------------------------|-----------------------------------|------------------------------------|-------------------------------|--|---|
|                              | Защемленная консоль               |                                    |                               | Свободный ЛА, учёт инерционных свойств |   |
|                              | Изолированные изгибные колебания  | Изолированные крутильные колебания | Совместные изгибно-крутильные | Сосредоточенные массы                  | Сосредоточенные массы и моменты инерции |
| Первый тон                   | 2.430                             | 5.918                              | 2.418                         | 2.041, "+"                             | 2.041, "+"                              |
| Второй тон                   | 10.341                            | 12.22                              | 5.751                         | 3.57, "+"                              | 3.495, "+"                              |
| Третий тон                   | 22.726                            | 23.179                             | 10.207                        | 7.367, "-"                             | 7.83, "-"                               |
| Четвертый тон                | 39.599                            | 27.533                             | 12.185                        | 11.293, "+"                            | 10.643, "+"                             |

Учёт в дискретной модели свободного летательного аппарата моментов инерции масс, приводит к заметному изменению частот собственных колебаний.

### Список литературы

1. Кузнецов, О. А. Динамические нагрузки на самолет [Текст] / О. А. Кузнецов. – М.: Изд-во физ.-мат. лит., 2008. – 264 с.
2. Белоцерковский, С. М. Введение в аэроавтоупругость [Текст] / С. М. Белоцерковский. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1980. – 384 с.

Поступила в редакцию 19.09.2016

## Дослідження впливу розрахункових схем пружних моделей літального апарата на його динамічні характеристики

Показано необхідність математичного моделювання явищ аеропружності і обчислювального експерименту при визначенні динамічних характеристик конструкції. Дослідження динамічних характеристик реальних конструкцій виконано на основі наближених методів. Наведено основні співвідношення для розрахунку форм і частот власних коливань. Проаналізовано повні і спрощені математичні моделі, їх розрахункові схеми і особливості застосування.

**Ключові слова:** вільні коливання, динамічні характеристики, частоти і форми власних коливань, пружні моделі літального апарата.

## Investigation of the Effect of Design Models of Elastic Models of the Aircraft on its Dynamic Characteristics

The necessity of mathematical modeling of aeroelastic phenomena and computational experiment in determining construction's dynamic characteristics is shown. Research of the dynamic characteristics of such structures is based on approximate methods. The basic ratio in calculations of mode shapes and natural frequencies are listed. Full and simplified mathematical models, their design models and application features are analyzed.

**Keywords:** free oscillations, dynamic characteristics, frequency and form of natural vibrations, elastic model aircraft.

**Онищенко Владимир Михайлович** – к.т.н., доцент каф. № 102 «Прочность летательных аппаратов», Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Украина.

**Рубан Юрий Алексеевич** – студент, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Украина