

## **Розроблення математичної моделі електрогідравлічної підвіски автомобіля з урахуванням нелінійних ланок**

*Харківський національний автомобільно-дорожній університет*

В статті розглядається математичне дослідження нелінійних систем. Ураховуються нерівності дорожнього полотна, що взаємодіють з підвіскою транспортного засобу. Наведено приклад використання електрогідравлічного амортизатора, що гасить вплив нерівності на сталість системи. Проведено аналіз впливу зовнішнього впливу на систему в цілому.

**Ключові слова:** математична модель, нерівність, підвіска автомобіля, електрогідравлічний амортизатор, нелінійна система, стабілізація.

### **Вступ**

Всі реальні технічні системи не мають ідеально прямолінійних статичних характеристик при будь-яких значеннях вхідної величини, тобто всяка регульована система, власне кажучи, є нелінійною системою, тому що якщо регульований об'єкт і вимірювальний елемент регулятора можна вважати в першому наближенні лінійними, то підсилювально-силовий елемент регулятора завжди буде нелінійним завдяки великого посилення і обмеженої потужності регулюючого елемента. У технічних розрахунках через неможливість точного урахування всіх явищ звичайно створюють деякий ідеалізований математичний опис досліджуваної системи за допомогою рівнянь, щоб, зберігши її головні істотні риси, одержати найбільш просту розрахункову методику. Найбільш простими і найбільш вивченими є лінійні рівняння, тому цілком природним є прагнення тим або іншим способом лінеаризувати всі реальні нелінійні характеристики, тобто замінити їх так чи інакше прямою лінією (однією прямою лінією). І тільки тоді, коли нелінійність відіграє істотну роль у поведінці системи, застосовують теорію нелінійних систем. Остання стає усе більш важливою для практики по мірі підвищення вимог до якості процесів і до точності розрахунку систем автоматичного керування і регулювання.

### **1. Постановка проблеми**

Різноманітність процесів у нелінійних системах та особливості їх поведіння створюють труднощі точного математичного опису і теоретичного вивчення таких систем. Але в цей час інженерам та науковим співробітникам в галузі автоматики у всіх її різноманітних застосуваннях все частіше доводиться зіштовхуватися з нелійними динамічними явищами. Точному математичному рішенню піддається лише невелика частина нелінійних задач теорії автоматичного регулювання. Однак точне рішення, навіть якщо воно і отримано, часто виявляється занадто складним для застосування в інженерних розрахунках. У зв'язку з цим першорядне значення для теорії і практики систем автоматичного керування і регулювання здобуває розвиток наближених методів дослідження динамічних властивостей нелінійних автоматичних систем.

### **2. Аналіз публікацій**

Велике значення в цій області надбали наближені методи, засновані на ідеях гармонійного балансу і еквівалентної лінеаризації та запропоновані у відомих

роботах М.Н. Крилова і Н.Н. Боголюбова [1]. Стосовно автоматичних систем цей метод (метод гармонічної лінеаризації) розроблений Л.С. Гольдфарбом [2], Е.П. Поповим [3, 4] та ін.

Ціль методу гармонічної лінеаризації полягає у тому, щоб провести дослідження системи з істотною нелінійністю в значній мірі лінійними методами. Сутність методу гармонічної лінеаризації полягає у зведенні нелінійної системи до еквівалентної лінійної, у якій нелінійна ланка замінюється еквівалентною лінійною з коефіцієнтом підсилення, що залежить від амплітуди  $A$ , тобто він приймає різні постійні значення при зміні  $A$ . По суті, тут нелінійна характеристика замінюється не однією прямою, а пучком прямих, нахил яких залежить від амплітуди  $A$ , тобто після гармонічної лінеаризації нелінійні властивості все-таки у відомому змісті зберігаються. Ця принципова відмінність гармонічної лінеаризації від звичайного способу лінеаризації робить її цінним засобом для дослідження динамічних процесів у нелінійних автоматичних системах. Після приведення нелінійної системи до еквівалентної лінійної її можна досліджувати лінійними методами.

### 3. Мета статті

Метою даної статті є розроблення математичної моделі електрогідравлічної підвіски автомобіля з урахуванням нелінійних впливів.

### 4. Розроблення математичної моделі електрогідравлічної підвіски автомобіля з урахуванням нелінійних ланок

Передавальна функція нелінійної ланки гармонічно лінеаризованої системи має вигляд [5]

$$W_H(A) = q(A) + jq'(A), \quad (1)$$

де  $q(A)$ ,  $q'(A)$  – коефіцієнти гармонічної лінеаризації.

В роботі розглянемо найбільш поширені в системах стабілізації нелінійності: зона обмеження (насичення) і змінний коефіцієнт підсилення.

Перша нелінійна ланка з характеристикою типу зона обмеження (насичення) і крива зміни передавальної функції  $W_{H_1}(A_{H_1})$  від відношення  $A_{H_1}/b_{H_1}$  наведені на рис. 1. Для цієї ланки передавальна функція згідно методу гармонічної лінеаризації [2, 3, 4]

$$W_{H_1}(A_{H_1}) = \frac{2k_{H_1}}{\pi} \left( \arcsin \frac{b_{H_1}}{A_{H_1}} + \frac{b_{H_1}}{A_{H_1}} \sqrt{1 - \left( \frac{b_{H_1}}{A_{H_1}} \right)^2} \right), \quad (2)$$

де  $k_{H_1} = \operatorname{tg} \beta_1$  – коефіцієнт підсилення (рис. 1).

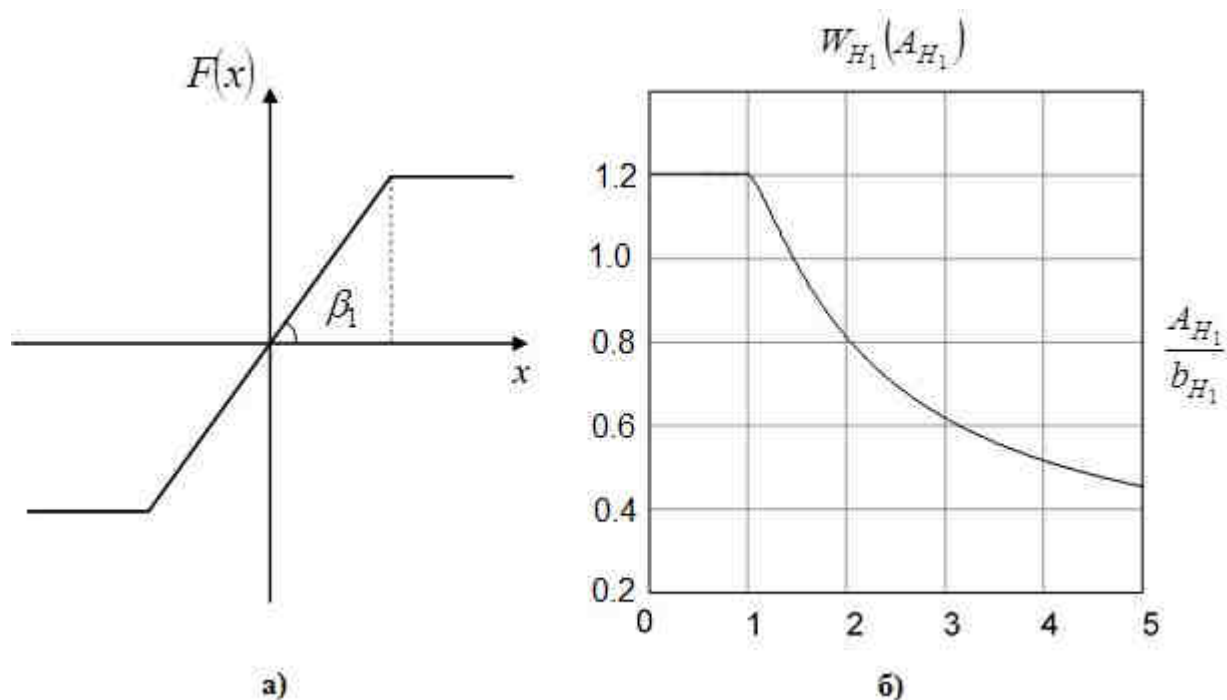


Рис. 1. Характеристика типу зона обмеження (а) і залежність  $W_{H_1}(A_{H_1})$  від відношення  $A_{H_1}/b_{H_1}$  при  $k_{H_1} = 1$  (б)

Насичення, або обмеження, є, мабуть, найбільш розповсюдженим видом нелінійності. Форма характеристики насичення ідентична для багатьох реальних пристроїв, хоча вхідні і вихідні величини можуть мати різну фізичну природу. Так, практично всі реальні підсилювачі, незалежно від того, чи є вони електронними, магнітними, пневматичними або гідравлічними, мають межу підсилення потужності в області великих вхідних сигналів уже тільки тому, що джерело живлення, за рахунок якого здійснюється підсилення вхідного сигналу, обмежено по потужності.

Друга нелінійна ланка з характеристикою зі змінним коефіцієнтом підсилення і крива зміни передавальної функції  $W_{H_2}(A_{H_2})$  від відношення  $A_{H_2}/b_{H_2}$  наведені на рис. 2. Для другої нелінійної ланки передавальна функція згідно методу гармонічної лінеаризації [6, 3, 4]

$$W_{H_2}(A_{H_2}) = k_{H_3} - \frac{2(k_{H_3} - k_{H_2})}{\pi} \left( \arcsin \frac{b_{H_2}}{A_{H_2}} + \frac{b_{H_2}}{A_{H_2}} \sqrt{1 - \left( \frac{b_{H_2}}{A_{H_2}} \right)^2} \right), \quad (3)$$

де  $k_{H_2} = \text{tg } \beta_2$  і  $k_{H_3} = \text{tg } \beta_3$  – коефіцієнти підсилення (рис. 2).

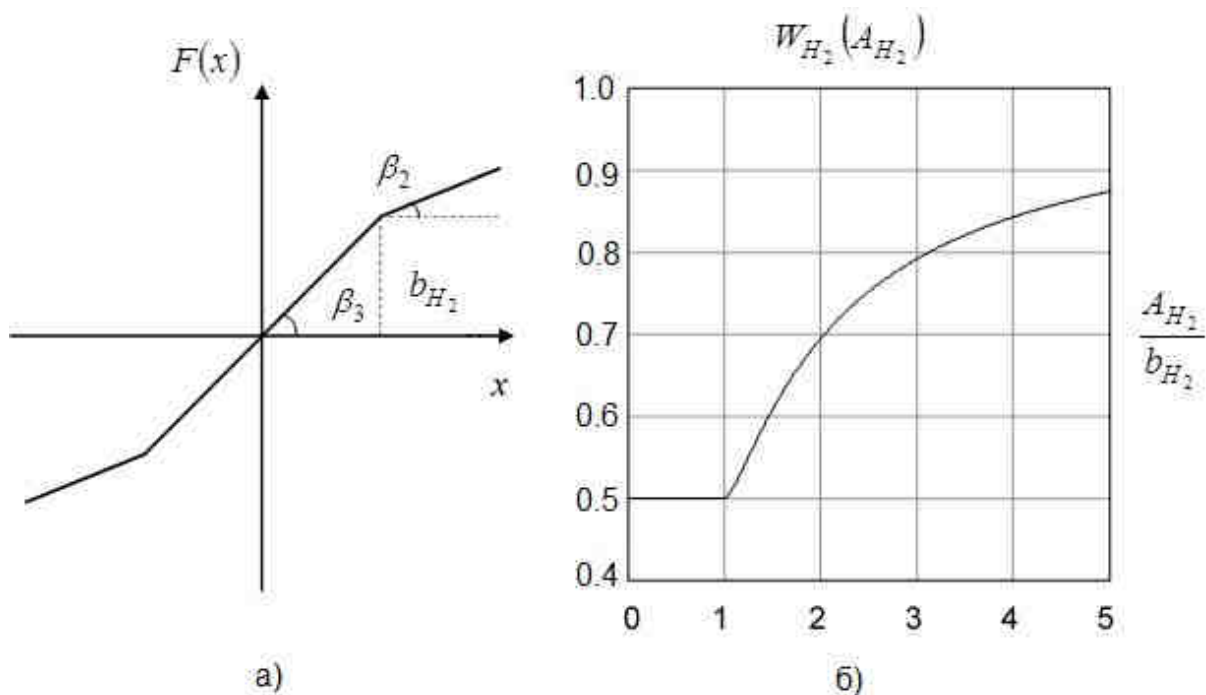


Рис. 2. Характеристика зі змінним коефіцієнтом підсилення (а) і залежність  $W_{H_2}(A_{H_2})$  від відношення  $A_{H_2}/b_{H_2}$  при  $k_{H_2} = 0.5$ ,  $k_{H_3} = 1$  (б)

Статична характеристика ланки зі змінним коефіцієнтом підсилення може бути отримана як апроксимацією криволінійної статичної характеристики, так і в ланках з лінійною характеристикою при наявності пристрою перемикання передатного числа в залежності від значення вхідної величини.

Функціональна схема системи стабілізації корпусу автомобіля на рис 3.

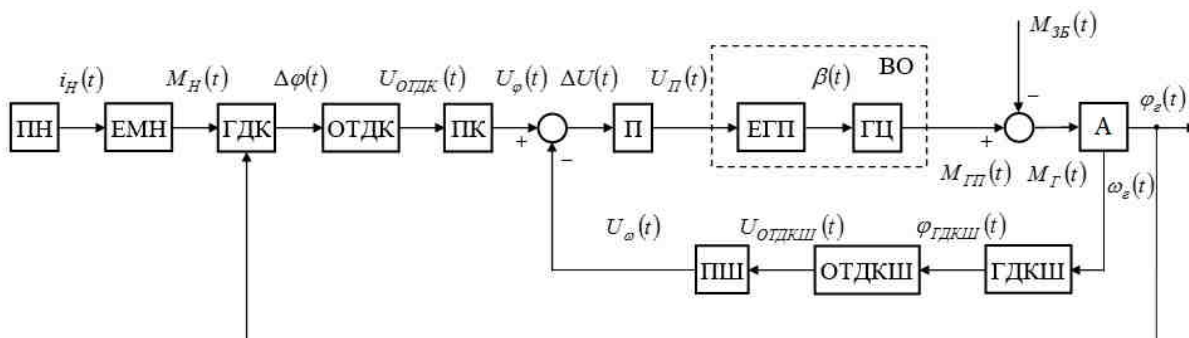


Рис. 3. Функціональна схема системи стабілізації корпусу автомобіля.

Потрібний напрямок задається за допомогою гіроскопічного датчика кута ГДК. Для підвищення якості процесів стабілізації в стабілізатор вводиться гнучкий зворотний зв'язок по кутовій швидкості переміщення об'єкту стабілізації. Цей зворотний зв'язок реалізується за допомогою гіроскопічного датчика кутової швидкості ГДКШ. Обертаючи трансформатори датчика кута ОТДК і датчика кутової швидкості ОТДКШ перетворюють сигнали з ГДК і ГДКШ через підсилювачі кута ПК і швидкості ПШ в напруги і відповідно ці напруги перетворюються в напругу непогодження. Напруга через підсилювач П подається до входу виконавчого

органу ВО, який складається з електрогідроприводу ЕГП та гідравлічного циліндра ГЦ. Виконавчий орган створює стабілізуючий момент, який компенсує збурюючий момент з метою утримання корпусу автомобіля в заданому положенні.

Складемо рівняння динаміки, передавальні функції і структурні схеми елементів, що входять до функціональної схеми системи наведення і стабілізації корпусу автомобіля [6-11].

Для вимірювання кутових величин відхилень амортизатора, корпусу автомобіля і кутових швидкостей їх відхилень у стабілізаторі застосовуються гіроскопічні прилади – гіроскопічний датчик кута і гіроскопічний датчик швидкості. Основними елементами гіроскопічних датчиків є гіроскоп і обертаючий трансформатор. Гіроскоп із трьома ступенями свободи застосований у датчику кута, гіроскоп із двома ступенями свободи – у датчику швидкості.

Передавальна функція трьохступеневого гіроскопа має вигляд

$$W_{ГДК}(s) = \frac{k_{ГДК}}{T_{\varphi 1}^2 s^2 + T_{\varphi 2} s + 1}, \quad (4)$$

де  $k_{ГДК}$  – коефіцієнт передачі гіроскопічного датчика кута (ГДК);

$T_{\varphi 1}$  і  $T_{\varphi 2}$  – постійні часу ГДК.

Малогабаритні гіроскопічні датчики кута мають малі постійні часу  $T_{\varphi 1}$  і  $T_{\varphi 2}$  у порівнянні з іншими постійними часу системи. У цьому випадку час перехідних процесів малий і з достатньою для інженерної практики точністю можна вважати трьохступеневий гіроскоп безінерційним. Тоді передавальна функція трьохступеневого гіроскопа приймає вигляд

$$W_{ГДК}(s) = k_{ГДК}. \quad (5)$$

Передавальна функція двохступеневого гіроскопа має вигляд

$$W_{ГДКШ}(s) = \frac{k_{ГДКШ}}{T_{\omega 1}^2 s^2 + T_{\omega 2} s + 1}, \quad (6)$$

де  $k_{ГДКШ}$  – коефіцієнт передачі гіроскопічного датчика кутової швидкості (ГДКШ);

$T_{\omega 1}$  і  $T_{\omega 2}$  – постійні часу ГДКШ.

Таким чином, за своїми властивостями двохступеневий гіроскоп є інерційною ланкою другого порядку.

При структурному аналізі систем стабілізації як вхідний сигнал датчика швидкості приймається не кутова швидкість  $\omega$  об'єкта, а відповідне їй переміщення  $\varphi = \omega/s$ . Тоді передавальна функція ГДКШ приймає вигляд

$$W_{ГДКШ}(s) = \frac{k_{ГДКШ}}{T_{\omega 1}^2 s^2 + T_{\omega 2} s + 1} s. \quad (7)$$

Вхідним сигналом обертаючого трансформатора ОТ є кут обертання рамки гіроскопа  $\alpha(t)$ , а вихідним – сигнал постійного струму  $U_{ОТ}(t)$ . Таким чином, передавальна функція обертаючого трансформатора має вигляд

$$W_{OT}(s) = \frac{L\{U_{OT}(t)\}}{L\{\alpha(t)\}} = k_{OT}, \quad (8)$$

де  $k_{OT}$  – коефіцієнт передачі ОТ.

Вхідним сигналом електромагніту управління з коромислом гідравлічного підсилювача є напруга  $U_y(t)$ , що подається до обмотки електромагніту. Під дією цієї напруги по обмотках електромагніту протікає струм  $\Delta i(t) = \Delta i_y(t) - \Delta i_p(t)$ , який забезпечує появу моменту електромагніту, що прикладається до коромисла. Останнє, повертаючись на кут  $\beta(t)$ , діє на голки гідравлічного підсилювача, забезпечуючи тим самим зміну прохідних перерізів дроселів.

Струм, що протікає по обмотці електромагніту, пов'язаний із прикладеною напругою  $U_y(t)$  диференціальним рівнянням

$$L_y \frac{d\Delta i_y(t)}{dt} + r_y \Delta i_y(t) = U_y(t), \quad (9)$$

де  $L_y$  – індуктивність обмотки управління електромагніта;

$r_y$  – активний опір обмотки.

Виходячи з рівняння (9), отримаємо передавальну функцію обмотки управління ОУ

$$W_{OY}(s) = \frac{k_y}{T_y s + 1}, \quad (10)$$

де  $k_y = \frac{1}{r_y}$  – коефіцієнт передачі обмотки управління;

$T_y = \frac{L_y}{r_y}$  – постійна часу обмотки управління.

Збурений рух коромисла описується рівнянням

$$I_K \frac{d^2 \beta(t)}{dt^2} + f \frac{d\beta(t)}{dt} + c\beta(t) = \Delta i(t), \quad (11)$$

де  $I_K$  – момент інерції коромисла з голками;

$f$  – коефіцієнт в'язкого тертя;

$c$  – коефіцієнт жорсткості пружини Пр.

З рівняння (11) отримаємо передавальну функцію електромагніта ЕМ

$$W_{EM}(s) = \frac{k_{em}}{T_{em1}^2 s^2 + T_{em2} s + 1}, \quad (12)$$

де  $k_{em} = \frac{1}{c}$  – коефіцієнт передачі електромагніта;

$$T_{em1}^2 = \frac{I_K}{c} \text{ і } T_{em2} = \frac{f}{c} \text{ – постійні часу електромагніта.}$$

При кутовому переміщенні коромисла  $\beta(t)$  виникає лінійне переміщення голок на величину

$$\Delta x(t) = l_{кр} \sin \beta(t) \cong l_{кр} \beta(t), \quad (13)$$

де  $l_{кр}$  – плече коромисла гідравлічного регулятора. Наближене значення справедливо, оскільки кути повороту коромисла звичайно малі.

Рівняння витрат визначається потоком рідини, що нагнітається насосом, і положенням голок клапанів гідравлічного регулятора. Витрата рідини в одну з робочих порожнин гідравлічного циліндра пропорційна лінійному переміщенню  $\Delta x(t)$  голок клапанів гідравлічного регулятора і дорівнює

$$Q(t) = k_Q \Delta x(t), \quad (14)$$

де  $k_Q$  – коефіцієнт передачі витрати рідини гідравлічного циліндра.

Витрата  $Q(t)$  для гідравлічного циліндра є керуючою дією. Якщо витрата рідини в одну із робочих порожнин гідравлічного циліндра дорівнює  $Q(t)$ , то витрата рідини  $Q_{II}(t)$ , що витісняється з-під поршня другої робочої порожнини, пропорційна площі поршня і його лінійній швидкості. Шток поршня переміщується відносно корпусу гідравлічного циліндра і викликає рух амортизатора відносно корпусу автомобіля. Отже, витрата рідини з-під поршня дорівнює

$$Q_{II}(t) = S_{II} v_{II}(t) = S_{II} l_0 \omega_2(t) = k_E \omega_2(t), \quad (15)$$

де  $v_{II}(t)$  – лінійна швидкість поршня;

$\omega_2(t)$  – кутова швидкість амортизатора;

$k_E = S_{II} l_0$  – коефіцієнт передачі кутової швидкості  $\omega_2(t)$  в витрати рідини  $Q_{II}(t)$ ;

$S_{II}$  – площа поршня;

$$l_0 = L_0 \sin \alpha_{II}(t).$$

Різниця витрат  $\Delta Q(t) = Q(t) - Q_{II}(t)$  дорівнює витокам робочої рідини і визначається провідністю  $G$  гідравлічної системи та різницею тисків  $\Delta P(t)$

$$\Delta Q(t) = Q(t) - Q_{II}(t) = G \Delta P(t). \quad (16)$$

Зворотній зв'язок тиску рідини на голки гідравлічного регулятора має вигляд

$$\Delta i_P(t) = k_P \Delta P(t). \quad (17)$$

Гідравлічний циліндр є виконавчим двигуном системи. Обертаючий момент гідравлічного приводу  $M_{ГП}$ , що розвиває гідравлічний циліндр на вісі,

пропорційний різниці тисків  $\Delta P(t) = P_1(t) - P_2(t)$  у його робочих порожнинах, площі  $S_{II}$  поршня і плеча  $l_0$

$$M_{ГП}(t) = \Delta P(t) S_{II} l_0 \sin \alpha_{II}(t) \cong S_{II} l_0 \Delta P(t) = k_M \Delta P(t), \quad (18)$$

де  $k_M = S_{II} l_0$  – коефіцієнт передачі різниці тисків  $\Delta P$  у момент гідравлічного привода  $M_{ГП}$ .

Тому що кути повороту амортизатора відносно вертикалі невеликі, то приблизно вважають  $\alpha_{II}(t) = \text{const}$  і  $l_0 = L_0 \sin \alpha_{II}(t) = \text{const}$ .

На рис. 4 представлена структурна схема дросельного електрогідроприводу амортизатора

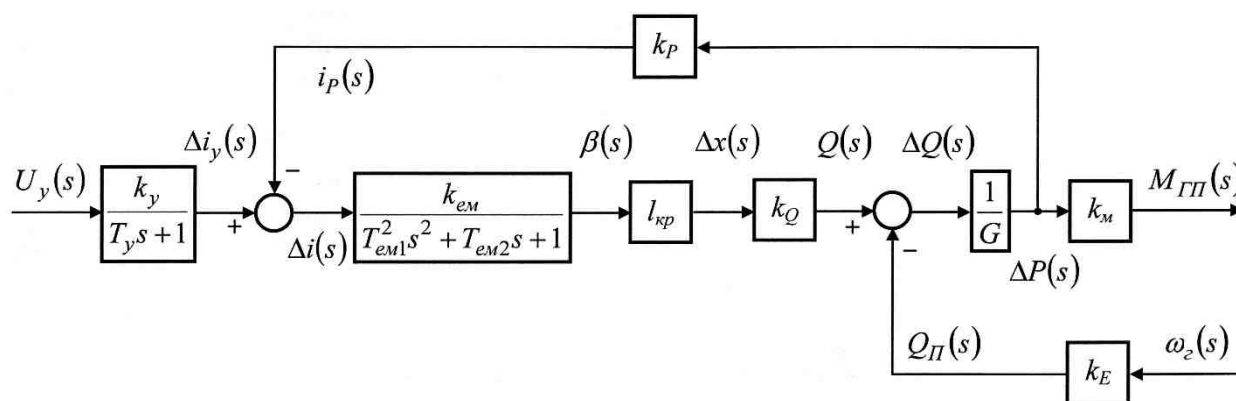


Рис. 4. Структурна схема дросельного електрогідроприводу амортизатора

Рівняння руху стабілізованого корпусу автомобіля записується у вигляді

$$J_{\Sigma} \frac{d\omega_z(t)}{dt} + f_{\Sigma} \omega_z(t) = M_{Г}(t), \quad (19)$$

де  $J_{\Sigma}$  – сумарний момент інерції корпусу автомобіля;

$\omega_z(t)$  – кутова швидкість корпусу автомобіля;

$f_{\Sigma}$  – сумарний коефіцієнт в'язкого тертя;

$M_{Г}(t) = M_{ГП}(t) - M_{ЗБ}(t)$  – результуючий момент, що діє на амортизатор;

$M_{ГП}(t)$  – стабілізуючий момент гідравлічного приводу;

$M_{ЗБ}(t)$  – сумарний збурюючий момент.

Кут повороту амортизатора в просторі визначається як інтеграл від швидкості

$$\varphi_z(t) = \int \omega_z(t) dt. \quad (20)$$

Рівняння (19) і (20) в операторній формі дають систему рівнянь руху стабілізованого корпусу автомобіля у вигляді

$$(J_{\Sigma} s + f_{\Sigma}) \omega_z(s) = M_{Г}(s); \quad \varphi_z(s) = \frac{\omega_z(s)}{s}. \quad (21)$$

Кожне з рівнянь (21) може бути представлене відповідною передавальною функцією. На підставі першого рівняння одержимо



$$W_1(s) = \frac{\omega_z(s)}{M_{\Gamma}(s)} = \frac{k_z}{T_z s + 1}, \quad (22)$$

де  $k_z = \frac{1}{f_{\Sigma}}$  – коефіцієнт передачі амортизатора;

$T_z = \frac{J_{\Sigma}}{f_{\Sigma}}$  – постійна часу амортизатора.

На підставі другого рівняння маємо

$$W_2(s) = \frac{\varphi_z(s)}{\omega_z(s)} = \frac{1}{s}. \quad (23)$$

З урахуванням того, що передавальні функції  $W_1(s)$  і  $W_2(s)$  відображають послідовність визначення регульованих величин, знайдемо повну передавальну функцію амортизатора  $W_{\Gamma}(s)$ , як об'єкта регулювання

$$W_{\Gamma}(s) = W_1(s) \cdot W_2(s) = \frac{\varphi_z(s)}{M_{\Gamma}(s)} = \frac{k_z}{(T_z s + 1)s}. \quad (24)$$

На рис. 5 представлена структурна схема амортизатора.

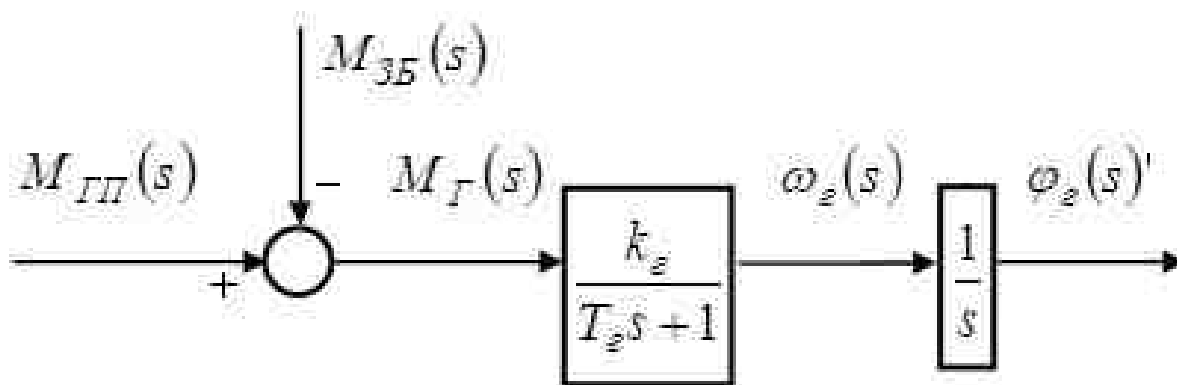


Рис. 5. Структурна схема амортизатора

Складемо структурну схему системи стабілізації корпусу автомобіля (рис. 6), яка містить нелінійну ланку з передавальною функцією  $W_{H_1}(A_{H_1})$  (1) та характеристикою типу зона обмеження (насичення) (рис. 1) [15]. У даному випадку обмежується сигнал керування  $U_k(t)$ , що подається до входу обмотки управління електромагніту ЕГП. Значення  $U_k(t)$  повинно знаходитись в строго визначених межах, які обумовлені технічними характеристиками виконавчого органа.

Для отримання передавальної функції всієї системи необхідно перетворити структурну схему системи, тобто точку  $a$  перенесемо в вузол  $b$  по ходу руху сигналу. Із перетвореної структурної схеми системи стабілізації амортизатора знайдемо передавальну функцію розімкненого контуру 1 при  $M_{3Б}(s) = 0$

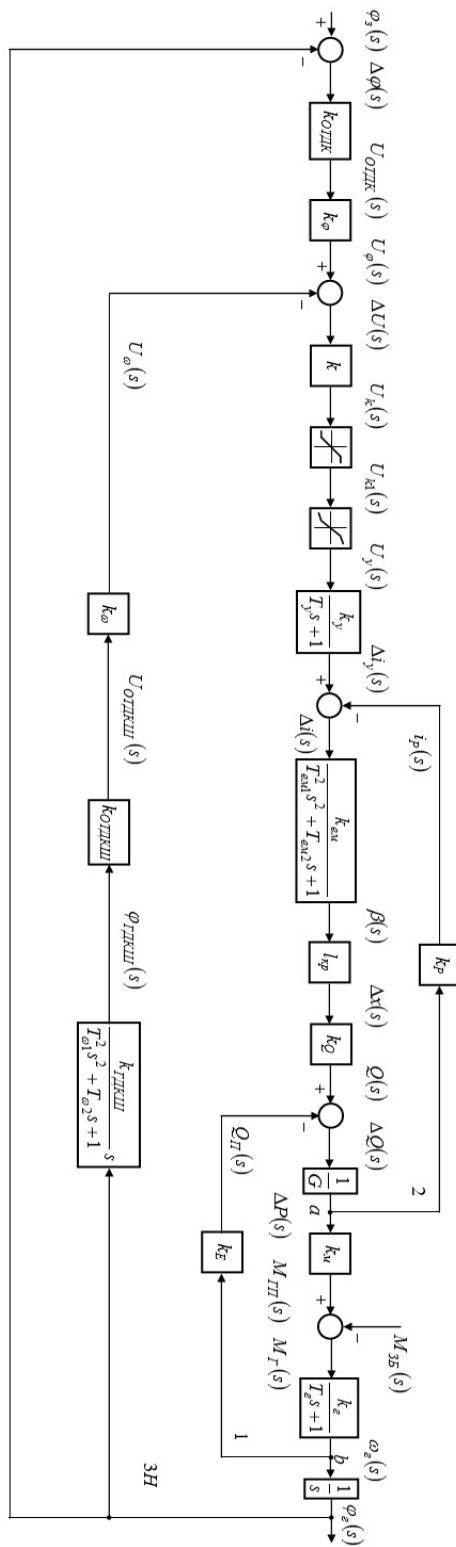


Рис. 6. Структурна схема системи стабілізації корпусу автомобіля з урахуванням нелінійних характеристик

$$W_1(s) = \frac{1}{G} \cdot k_M k_2$$

$$W_1(s) = \frac{1}{T_2 s + 1}$$

Далі знайдемо передавальну функцію замкнутого контуру 1

$$W_1'(s) = \frac{W_1(s)}{1 + W_1(s) \cdot k_E} = \frac{k_M k_2}{G(T_2 s + 1) + k_M k_2 k_E}.$$

Отримаємо передавальну функцію розімкненого контуру 2

$$W_2(s) = \frac{k_{eM} l_{kp} k_Q}{T_{eM1}^2 s^2 + T_{eM2} s + 1} \cdot \frac{k_M k_2}{G(T_2 s + 1) + k_M k_2 k_E}.$$

Знайдемо передавальну функцію замкненого контуру 2

$$W_2'(s) = \frac{W_2(s)}{1 + W_2(s) \cdot k_P \cdot \frac{1}{k_M} \cdot \frac{T_2 s + 1}{k_2}}.$$

Отримаємо передавальну функцію розімкненого контуру 3H при  $M_{3B}(s) = 0$  з урахуванням нелінійної ланки з передавальною функцією  $W_{H_1}(A_{H_1})$

$$W_{3H}(s) = k \cdot W_{H_1}(A_{H_1}) \cdot \frac{k_y}{T_y s + 1} \cdot W_2'(s) \cdot \frac{1}{s} \quad (25)$$

та замкненого контуру 3H

$$W_{3H}'(s) = \frac{W_{3H}(s)}{1 + W_{3H}(s) \cdot k_\omega \cdot k_{OTDKШ} \cdot \frac{k_{ГДКШ}}{T_{\omega 1}^2 s^2 + T_{\omega 2} s + 1} \cdot s} \quad (26)$$

Знайдемо передавальну функцію всієї розімкненої системи (рис. М.10)

$$W_{4H}(s) = \frac{k_{OTDK} k_\phi W_{3H}(s)}{1 + W_{3H}(s) k_\omega k_{OTDKШ} \cdot \frac{k_{ГДКШ}}{T_{\omega 1}^2 s^2 + T_{\omega 2} s + 1} \cdot s}$$

та замкненої системи

$$W_{4H}' = \frac{k_{OTDK} k_\phi W_{3H}(s)}{1 + W_{3H}(s) k_\omega k_{OTDKШ} \cdot \frac{k_{ГДКШ}}{T_{\omega 1}^2 s^2 + T_{\omega 2} s + 1} \cdot s + k_{OTDK} k_\phi W_{3H}(s)} \quad (27)$$

Для синтезу системи стабілізації корпусу автомобіля необхідно визначити області допустимих значень варійованих параметрів. Звичайно це область стійкості замкненої системи в площині варійованих параметрів регулятора.

Побудуємо область стійкості замкненої системи стабілізації корпусу автомобіля в площині варійованих параметрів регулятора  $k_\phi$  і  $k_\omega$  з урахуванням нелінійної ланки типу зона обмеження (насичення) [15].

З передавальної функції замкненої системи (27) запишемо характеристичне рівняння

$$\begin{aligned} & T_y A_3 T_{\omega 1}^2 s^7 + (T_y A_3 T_{\omega 2} + T_y A_2 T_{\omega 1}^2 + A_3 T_{\omega 1}^2) s^6 + \\ & + (A_2 T_{\omega 1}^2 + T_y A_2 T_{\omega 2} + T_y A_3 + A_3 T_{\omega 2} + T_y A_1 T_{\omega 1}^2) s^5 + \\ & + (T_y T_{\omega 1}^2 + A_2 T_{\omega 2} + T_y A_2 + A_3 + T_y A_1 T_{\omega 2} + A_1 T_{\omega 1}^2) s^4 + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+ (T_{\omega 1}^2 + A_1 T_{\omega 2} + T_y A_1 + T_y T_{\omega 2} + A_2) s^3 + \\
 &+ (T_{\omega 2} + A_1 + T_y + k_{OTDK} k_{\varphi} k W_{H_1}(A_{H_1}) k_y k'_2 T_{\omega 1}^2) s^2 + \\
 &+ (1 + k W_{H_1}(A_{H_1}) k_y k'_2 (k_{OTDK} k_{\varphi 2} T_{\omega 2} + k_{\omega} k_{ГДКШ} k_{OTDKШ})) s + \\
 &+ k_{OTDK} k_{\varphi} k W_{H_1}(A_{H_1}) k_y k'_2 = 0,
 \end{aligned} \tag{28}$$

де  $A_1 = \frac{T_{em2} + T_1 + k_3 T_2}{1 + k_3}$ ;  $A_2 = \frac{T_{em1}^2 + T_{em2} T_1}{1 + k_3}$ ;  $A_3 = \frac{T_{em1}^2 T_1}{1 + k_3}$ ;  $T_1 = \frac{T_2}{1 + k_1 k_E}$ ;

$$k_1 = \frac{1}{G} \cdot k_m \cdot k_2; k'_1 = \frac{k_1}{1 + k_1 k_E}; k_2 = k_{em} l_{kp} k_Q k'_1; k'_2 = \frac{k_2}{1 + k_3}; k_3 = \frac{k_2 k_P}{k_m k_2}.$$

В характеристичному рівнянні (28) зробимо заміну  $s = j\omega$ , виділимо дійсну і уявну частини та дорівняємо їх нулю. Отримані алгебраїчні рівняння розв'яжемо відносно параметрів  $k_{\varphi}$  і  $k_{\omega}$ :

$$\begin{aligned}
 k_{\varphi} = & \frac{(T_y T_{\omega 1}^2 + A_2 T_{\omega 2} + T_y A_2 + A_3 + T_y A_1 T_{\omega 2} + A_1 T_{\omega 1}^2) \omega^4}{k_{OTDK} k W_{H_1}(A_{H_1}) k_y k'_2 (\omega^2 T_{\omega 1}^2 - 1)} - \\
 & \frac{(T_y A_3 T_{\omega 2} + T_y A_2 T_{\omega 1}^2 + A_3 T_{\omega 1}^2) \omega^6 + (T_{\omega 2} + A_1 + T_y) \omega^2}{k_{OTDK} k W_{H_1}(A_{H_1}) k_y k'_2 (\omega^2 T_{\omega 1}^2 - 1)};
 \end{aligned} \tag{29}$$

$$\begin{aligned}
 k_{\omega} = & \frac{(T_{\omega 1}^2 + A_1 T_{\omega 2} + T_y A_1 + T_y T_{\omega 2} + A_2) \omega^2 + T_y A_3 T_{\omega 1}^2 \omega^6}{k W_{H_1}(A_{H_1}) k_y k'_2 k_{ГДКШ} k_{OTDKШ}} - \\
 & \frac{(A_2 T_{\omega 1}^2 + T_y A_2 T_{\omega 2} + T_y A_3 + A_3 T_{\omega 2} + T_y A_1 T_{\omega 1}^2) \omega^4}{k W_{H_1}(A_{H_1}) k_y k'_2 k_{ГДКШ} k_{OTDKШ}} - \\
 & \frac{k_{OTDK} k_{\varphi} k W_{H_1}(A_{H_1}) k_y k'_2 T_{\omega 2} + 1}{k W_{H_1}(A_{H_1}) k_y k'_2 k_{ГДКШ} k_{OTDKШ}}.
 \end{aligned} \tag{30}$$

На рис. 7 приведено границі області стійкості замкненої системи стабілізації корпусу автомобіля в площині варійованих параметрів регулятора  $k_{\varphi}$  і  $k_{\omega}$  з урахуванням нелінійної ланки типу зона обмеження (насичення), що побудовані за допомогою співвідношень (2), (29) і (30).

Для визначення області стійкості розглянемо визначник [15]

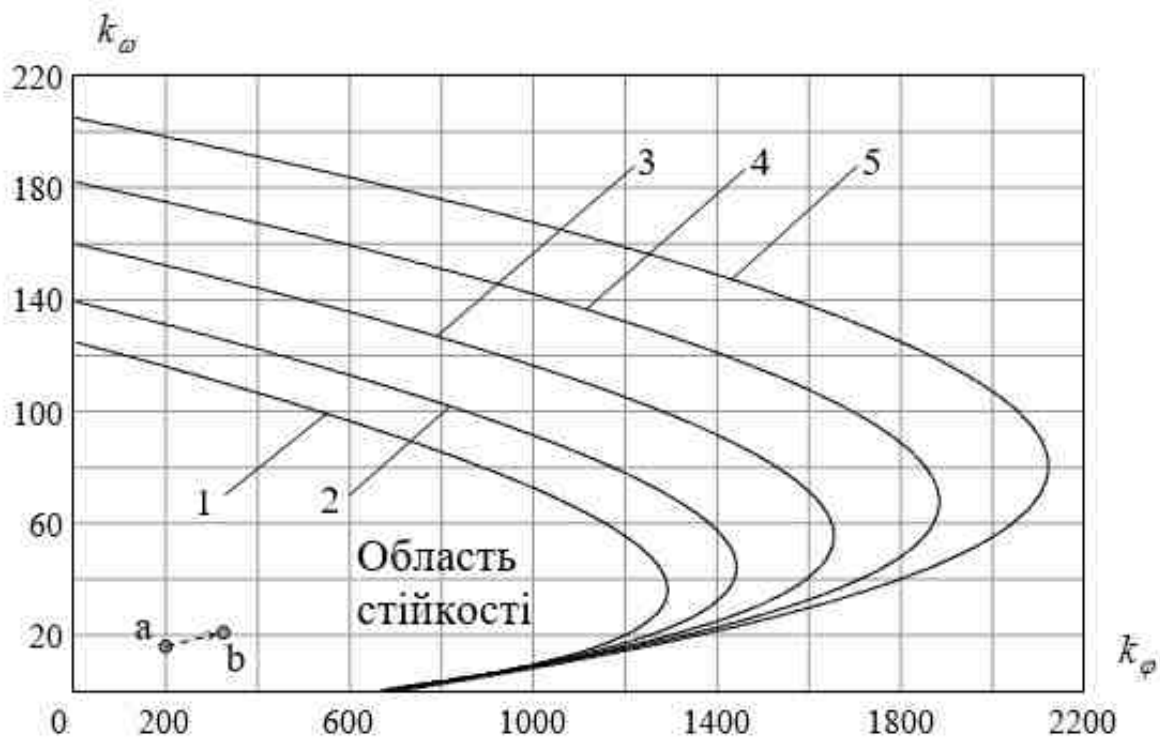


Рис. 7. Область стійкості замкненої системи стабілізації корпусу автомобіля з урахуванням нелінійної ланки типу зона обмеження:

- 1 –  $A_{H_1}/b_{H_1} = 1$ ; 2 –  $A_{H_1}/b_{H_1} = 1.25$ ; 3 –  $A_{H_1}/b_{H_1} = 1.5$ ;  
 4 –  $A_{H_1}/b_{H_1} = 1.75$ ; 5 –  $A_{H_1}/b_{H_1} = 2$

$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{\partial X(\omega, k_\varphi, k_\omega)}{\partial k_\varphi} & \frac{\partial X(\omega, k_\varphi, k_\omega)}{\partial k_\omega} \\ \frac{\partial Y(\omega, k_\varphi, k_\omega)}{\partial k_\varphi} & \frac{\partial Y(\omega, k_\varphi, k_\omega)}{\partial k_\omega} \end{vmatrix} \quad (31)$$

де  $X(\omega, k_\varphi, k_\omega)$  і  $Y(\omega, k_\varphi, k_\omega)$  – відповідно дійсна і уявна частини характеристичного рівняння.

Після підстановки похідних в (31) отримаємо

$$\Delta = \begin{vmatrix} k_{OTDK} k_{W_{H_1}}(A_{H_1}) k_y k_2' (1 - T_{\omega 1}^2 \omega^2) & 0 \\ k_{OTDK} k_{W_{H_1}}(A_{H_1}) k_y k_2' T_{\omega 2} \omega & k_{W_{H_1}}(A_{H_1}) k_y k_2' k_{ГДКШ} k_{OTDKШ} \omega \end{vmatrix} \quad (32)$$

Розкриваючи визначник (32), маємо

$$\Delta = k^2 W_{H_1}^2(A_{H_1}) k_y^2 (k_2')^2 k_{OTDKШ} k_{ГДКШ} k_{OTDK} \omega (1 - T_{\omega 1}^2 \omega^2) \quad (33)$$

Як видно з (33), знак визначника залежить від знака виразу  $1 - T_{\omega 1}^2 \omega^2$ . При  $\omega < 1/T_{\omega 1}$  визначник  $\Delta > 0$ , а при  $\omega > 1/T_{\omega 1}$  –  $\Delta < 0$ .

Границя області стійкості лінійної замкненої системи стабілізації корпусу автомобіля, що приведена на рис. 7 побудована в діапазоні частот  $\omega < 1/T_{\omega 1}$ , тобто  $\Delta > 0$ , і границю стійкості треба штрихувати зліва, переміщуючись вздовж границі вбік зростання  $\omega$ . Таким чином, область стійкості замкненої системи знаходиться усередині області, що обмежена віссю  $k_{\varphi}$ ,  $k_{\omega}$  і границею стійкості (рис. 7).

Із областей стійкості, приведених на рис. 7, видно, що при  $A_{H_1}/b_{H_1} \leq 1$  система є стійкою як у лінійній частині характеристики, так і в нелінійній, причому при  $A_{H_1}/b_{H_1} = 1$  область стійкості нелінійної системи відповідає області стійкості лінійної системи. При  $A_{H_1}/b_{H_1} > 1$  в силу наявності насичення у характеристиці нелінійного елемента система працює в автоколивальному режимі з амплітудою  $A_{H_1}$ , у той час як при відсутності насичення лінійна система мала б розбіжний коливальний процес [3].

### Висновки

В роботі розроблена математична модель електрогідравлічної підвіски автомобіля з урахуванням нелінійних ланок. Побудовані області стійкості замкненої системи стабілізації корпусу автомобіля з урахуванням нелінійних ланок. Проведені дослідження дозволяють здійснювати параметричний синтез енергоефективних систем стабілізації корпусу автомобіля.

### Список літератури

1. Крылов Н. М. Введение в нелинейную механику / Н. М. Крылов, Н. Н. Боголюбов. – К.: Изд-во АН УССР, 1937. – 236 с.
2. Метод Гольдфарба в теории регулирования: [сб. науч. статей]. – М.;–Л.: Госэнергоиздат, 1962. – 224 с.
3. Попов Е. П. Приближенные методы исследования нелинейных автоматических систем / Е. П. Попов, И. П. Пальтов. – М.: Физматгиз, 1960. – 792 с.
4. Попов Е. П. Прикладная теория процессов управления в нелинейных системах / Попов Е. П. – М.: Физматгиз, 1973. – 584 с.
5. Метод гармонической линеаризации в проектировании нелинейных систем автоматического управления: под ред. Е. П. Попова. – М.: Машиностроение, 1970. – 566 с.
6. Голобородько О.О. Мехатронні системи автомобільного транспорту / О.О. Голобородько, О.О. Коробочка. – Х.: ТОВ «СМІТ», 2006. – 300с.
7. Кашканов А.А. Інформаційні комп'ютерні системи автомобільного транспорту / А.А. Кашканов, В.П. Кужель, О.Г. Грисюк. – Вінниця: ВНТУ, 2010. – 230 с.
8. Интеллектуальные и телематические технологии на транспорте / Волков В.П., Мырхалыков Ж.У., Грицук И.В., Никонов О.Я. – Шымкент: Изд-во ЮГУ им. М. Ауэзова, 2016. – 504 с.
9. Никонов О.Я. Интегрированные информационно-управляющие телематические системы транспортных средств / О.Я. Никонов, В.Н. Шуляков // Автомобильный транспорт: сборник научных трудов. – 2010. – № 27. – С. 83–87.

10. Ніконов О.Я. Побудова нелінійної математичної моделі електрогидравлічних слідкуючих приводів багатоцільових транспортних засобів / О.Я. Ніконов, В.Ю. Улько // Вестник НТУ «ХПИ». – Харьков: НТУ «ХПИ», 2011. – № 9. – С. 108-113.

11. Shuliakov V. Application of Adaptive Neuro-Fuzzy Regulators in the Controlled System by the Vehicle Suspension / V. Shuliakov, O. Nikonov, V. Fastovec // International Journal of Automation, Control and Intelligent Systems. – Vol. 1, № 3, 2015, pp. 66-72.

Надійшла в редакцію 07.03.2017

### **Разработка математической модели электрогидравлической подвески автомобиля с учетом нелинейных участков**

В статті розглядається математичне дослідження нелінійних систем. Ураховуються нерівності дорожнього полотна, що взаємодіють з підвіскою транспортного засобу. Наведено приклад використання електрогидравлічного амортизатора, що гасить вплив нерівності на сталість системи. Проведено аналіз впливу зовнішнього впливу на систему в цілому.

**Ключові слова:** математична модель, нерівність, підвіска автомобіля, електрогидравлічний амортизатор, нелінійна система, стабілізація.

### **Development of Mathematical Model of Electrohydraulic Suspension of a Car with Allowance for Nonlinear Sections**

The article describes the mathematical study of nonlinear systems. Channeled inequality, taking into roadbed interacting with suspension means of transport second. An example of the use of electro-shock absorber, absorbing the impact of bumps on the sustainability of the system. The analysis of external influence, his influence on the system as a whole.

**Keywords:** mathematical model, inequality, vehicle suspension, electrohydraulic shock, nonlinear system stabilization.

#### **Відомості про автора:**

**Сіндєєв Михайло Валерійович** – аспірант кафедри комп'ютерних технологій та мехатроніки, Харківський національний автомобільно-дорожній університет, Україна.