

## Прогнозирование долговечности по изменению диссипативных характеристик

*Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского  
«Харьковский авиационный институт»*

Исследовано изменение логарифмического декремента колебаний (ЛДК) в процессе накопления усталостных повреждений. При накоплении усталостных повреждений происходит рост усталостных трещин и соответственно рост ЛДК  $\delta$  до предельного значения ЛДК  $\delta_{пр}$ . Предельное значение  $\delta_{пр}$  соответствует критической длине магистральной усталостной трещины, когда происходит статический долом. Величину  $\delta_{пр}$  можно установить по величине энергии, расходуемой на развитие магистральной усталостной трещины с учетом величины неопасной части расходуемой энергии.

**Ключевые слова:** прогнозирование, долговечность, логарифмический декремент затухания, усталостная трещина, рассеянная энергия.

Рост ЛДК в процессе накопления усталостных повреждений обусловлен расходом энергии на рост усталостных трещин и на трение в растущих трещинах. Это учитывается коэффициентом  $\alpha$  [1], который позволяет выделить опасную часть энергии, идущую на развитие магистральной усталостной трещины.

Задача прогнозирования долговечности состоит из двух этапов. Первый этап – определение  $\delta_{пр}$  по критической длине трещины с использованием механики разрушения. Далее по двум значениям ЛДК при соответствующих наработках с учетом формулы Пэриса для скорости роста трещины прогнозируется число циклов до разрушения – до критической длины трещины.

В [1] показано, что для металлов независимо от числа циклов до разрушения часть энергии, идущая на разрушение (рост магистральной усталостной трещины до критической длины), является постоянной:

$$W_{оп} = N_p \left[ W_{сц} - W_{-1} \left( \frac{W_{сц}}{W_{-1}} \right)^\alpha \right] \quad (1)$$

где  $N_p$  – число циклов до разрушения;  $W_{сц}$  – полная необратимо рассеянная энергия за цикл нагружения;  $W_{-1}$  – энергия, необратимо рассеянная за цикл при напряжениях, равных пределу усталости (на базе  $N_p = 10^7$  циклов);  $\alpha$  – параметр усталостного разрушения.

Энергию  $W_{оп}$  называют «опасной» частью рассеянной (поглощенной) энергии циклических деформаций, идущей на усталостное разрушение.

ЛДК  $\delta$  через рассеянную энергию в образце, конструкции и полную энергию упругих колебаний определяется следующим образом:

$$\delta = \frac{\Delta W_{\text{ц}}}{2W_{\text{ц}}}, \quad (2)$$

где  $W_{\text{ц}}$  – энергия упругого деформирования тела за цикл нагружения;  $\Delta W_{\text{ц}}$  – полная необратимо рассеянная энергия за цикл нагружения.

Предельная величина ЛДК  $\delta_{\text{пр}}$  при разрушении равна сумме начального ЛДК до усталостного нагружения и приращения ЛДК за счет опасной части рассеянной энергии и неопасной части рассеянной энергии:

$$\delta_{\text{пр}} = \delta_0 + \delta_{\text{оп}} + \delta_{\text{н}}. \quad (3)$$

Величину энергии, расходуемой на развитие усталостной трещины за цикл нагружения, можно найти таким образом [2]:

$$\Delta W_{\text{оп}} = \Delta G_1 \Delta F, \quad (4)$$

где  $\Delta F = \Delta h \Delta \lambda$  – приращение площади усталостной трещины;  $\Delta h$ ,  $\Delta \lambda$  – соответственно приращение глубины и длины усталостной трещины;  $\Delta G_1$  – энергия, приходящаяся на единицу поверхности развивающейся трещины [2].

При плоском напряженном состоянии эта энергия определяется следующим образом [2]:

$$\Delta G_1 = \frac{(\Delta K_1)^2}{E}, \quad (5)$$

где  $\Delta K_1 = K_{1_{\text{max}}} - K_{1_{\text{min}}}$  – размах коэффициента интенсивности напряжений.

При симметричном цикле нагружения принимается [2]  $K_{1_{\text{min}}} = 0$ , тогда  $\Delta K_1 = K_{1_{\text{max}}}$ .

Коэффициент интенсивности напряжений находят по формуле [2]

$$K_1 = \sigma \sqrt{\pi \lambda_{\text{тр}}} F(\bar{\lambda}), \quad (6)$$

где  $\sigma$  – действующее напряжение,  $\lambda_{\text{тр}}$  – длина трещины;  $\bar{\lambda} = \lambda_{\text{тр}} / b$  – относительная ширина трещины;  $b$  – ширина пластины, корректирующий коэффициент  $F(\bar{\lambda}) = [1 - 0,0025\bar{\lambda}^2 + 0,06\bar{\lambda}^4] \sqrt{\sec(\bar{\lambda})}$ .

Подставляя эти величины в (4) можно получить приращение опасной энергии с учетом того, что у пластины приращение площади трещины происходит в основном вследствие увеличения ее длины при малом увеличении ее глубины:

$$dW_{\text{оп}} = \frac{\sigma^2 \pi \lambda_{\text{тр}} F^2(\bar{\lambda})}{E} d\lambda dh. \quad (7)$$

После интегрирования (7) можно получить:

$$W_{\text{оп}} = \frac{\sigma^2 \pi}{E} \varphi(\lambda_0, \lambda_{\text{тр}}) (h_{\text{кр}} - h_0) \approx \frac{\sigma^2 \pi}{E} \varphi(\lambda_0, \lambda_{\text{тр}}) h_{\text{кр}}, \quad (8)$$

где  $\varphi(\lambda_0, \lambda_{\text{тр}}) = \int_{\lambda_0}^{\lambda_{\text{кр}}} \lambda_{\text{тр}} F^2(\bar{\lambda}) d\lambda$ ,  $\lambda_0$  – начальная длина трещины;  $\lambda_{\text{кр}}$  – критическая

длина усталостной трещины;  $h_{\text{кр}}$  – критическая глубина усталостной трещины,  $h_0$  – начальная глубина трещины,  $(h_{\text{кр}} - h_0) \approx h_{\text{кр}}$ , так как  $h_0 \ll h_{\text{кр}}$ .

Для определения ЛДК по формуле (2) необходимо найти энергию упругой деформации. Для консольной балки постоянной жесткости длиной  $L$ , шириной  $b$ , высотой  $h$  и максимальным напряжением у заделки  $\sigma$  энергия упругой деформации

$$W_{\text{упр}} = \frac{\sigma^2 Lbh}{18E}. \quad (9)$$

ЛДК  $\delta_{\text{оп}}$ , вызванное ростом трещины согласно формуле (2) при подстановке уравнений (8, 9) с учетом роста трещины в обе стороны, если принять  $h_{\text{кр}} = 0,5h$

$$\delta_{\text{оп}} = \frac{2W_{\text{оп}}}{2W_{\text{упр}}} = \frac{W_{\text{оп}}}{W_{\text{упр}}} = \frac{44,5\lambda_{\text{кр}}^2}{\pi Lb}. \quad (10)$$

Предельное значение «опасной» энергии и соответственно ЛДК определяются критической длиной усталостной трещины. Критическую длину трещины можно найти по формуле [2]

$$\lambda_{\text{кр}} = \frac{1}{\pi F^2(\bar{\lambda})} \cdot \left( \frac{K_{1c}}{\sigma_{02}} \right)^2, \quad (11)$$

где  $K_{1c}$  – критическое значение коэффициента интенсивности напряжений,  $\sigma_{02}$  – условный предел текучести.

Подставив (11) в (10), можно найти приращение ЛДК с учетом «опасной» энергии:

$$\delta_{\text{оп}} = \frac{4,5}{\pi^3 Lb F^4(\bar{\lambda})} \left( \frac{K_{1c}}{\sigma_{02}} \right)^4. \quad (12)$$

На разрушение идет только часть энергии, другая – на трение в усталостных трещинах, развитие немагистральных трещин и т. д. Полное приращение ЛДК  $\Delta\delta_c$  состоит из двух частей:

$$\Delta\delta_c = \delta_{оп} + \delta_{н}, \quad (13)$$

где  $\delta_{н}$  – неопасное приращение ЛДК.

Из зависимости (1) можно получить отношение «опасной» энергии за цикл нагружения ко всей поглощенной энергии за этот цикл:

$$\frac{W_{оп}}{W_{ц}} = 1 - \left( \frac{W_{-1}}{W_{ц}} \right)^{\beta}. \quad (14)$$

где  $W_{оп}$  – опасная энергия, поглощенная за цикл нагружения;  $W_{ц}$  – полная энергия, поглощенная за цикл нагружения;  $\beta = 1 - \alpha$ .

На основании (2) и (14) можно найти суммарное приращение ЛДК:

$$\Delta\delta_c = \frac{\delta_{оп}}{1 - \left( \frac{W_{-1}}{W_{ц}} \right)^{\beta}}. \quad (15)$$

Неизвестные параметры усталостного разрушения материала  $W_{-1}$  и  $\beta$  можно найти из эксперимента в процессе усталостных испытаний [3, 4] при различных уровнях напряжений:

$$\frac{\delta_{оп}}{\delta_{c1}} = 1 - \left( \frac{W_{-1}}{W_{ц1}} \right)^{\beta}; \quad (16)$$

$$\frac{\delta_{оп}}{\delta_{c2}} = 1 - \left( \frac{W_{-1}}{W_{ц2}} \right)^{\beta}.$$

где  $\delta_{c1}$ ,  $\delta_{c2}$  – соответственно ЛДК, которые измеряются в усталостном эксперименте при разных уровнях напряжений;  $W_{ц1}$ ,  $W_{ц2}$  – полная энергия, поглощенная за цикл нагружения, при разных уровнях напряжений, которая находится по соответствующим ЛДК.

В этой системе уравнений (16) две неизвестные величины –  $W_{-1}$  и  $\beta$ , которые находятся путем решения этой системы. Эти величины являются характеристиками материала, как  $\sigma_B$ ,  $\sigma_{цц}$ ,  $\sigma_{1c}$  [5] и т. д. Их можно использовать при прогнозировании долговечности конструкции из этого материала и в других направлениях.

Прогнозирование долговечности основывается на уравнении роста усталостных трещин [2]:

$$\frac{d\lambda}{dN} = C(\Delta K)^m, \quad (17)$$

где  $C$  и  $m$  – постоянные, определяемые из эксперимента;  $\Delta K$  – размах коэффициента интенсивности напряжений.

Как и ранее, для симметричного цикла принимается  $\Delta K_1 = K_{1_{max}}$  и тогда можно записать

$$\frac{d\lambda}{dN} = CK_{1_{max}}^m, \quad (18)$$

В этом выражении два неизвестных параметра –  $C$  и  $m$ .

Величина  $K_{1_{max}}$  берется по (6) и подставляется в (18):

$$\frac{d\lambda}{dN} = C\sigma_a^m \pi^{0,5m} \lambda_{тр}^{0,5m} (F(\bar{\lambda}))^2. \quad (19)$$

Разделив переменные и проинтегрировав, можно получить

$$\int_{\lambda_0}^{\lambda_{кр}} \frac{d\lambda}{\lambda_{тр}^{0,5m} F^m(\bar{\lambda})} = C\sigma_a^m \pi^{0,5m} \lambda_{тр}^{0,5m} \int_{N_0}^{N_p} dN, \quad (20)$$

где  $\lambda_0 \ll \lambda_{кр}$  и можно принять  $\lambda_0 = 0$ ;  $N_0$  – число циклов нагружения появления зародышевой усталостной трещины, можно принять  $N_0 = 0$ ;  $N_p$  – число циклов до разрушения.

Это выражение можно преобразовать к следующему виду:

$$\frac{\psi(\lambda_{кр}, m)}{C\pi^{0,5m}} = \sigma_a^m N_p, \quad (21)$$

где  $\psi(\lambda_{кр}, m) = \int_{\lambda_0}^{\lambda_{кр}} \frac{d\lambda}{\lambda_{тр}^{0,5m} F^m(\bar{\lambda})} = const = R$ .

Из формулы (21)

$$N_p = \frac{\psi(\lambda_{кр}, m)}{C\sigma_a^m \pi^{0,5m}} = \frac{R}{C\sigma_a^m \pi^{0,5m}}. \quad (22)$$

Для нахождения величин  $C$  и  $m$  необходимо провести, как минимум, два измерения ЛДК при различных наработках.

Постоянную  $C$  можно найти из уравнения (22):

$$C = \frac{\psi(\lambda_{\text{тр}}, m)}{\sigma_a^m \pi^{0,5m} N_i}, \quad (23)$$

где  $\lambda_{\text{тр}}$  – текущая длина трещины;  $N_i$  – текущая наработка циклов нагружения.

Из равенства  $C$  для двух измерений следует:

$$\frac{\psi_1(\lambda_{\text{тр}1}, m)}{\psi_2(\lambda_{\text{тр}2}, m)} = \frac{N_1}{N_2}, \quad (24)$$

где  $\psi_1, \psi_2$  – значения функции  $\psi(\lambda_{\text{кр}}, m) = \int_{\lambda_0}^{\lambda_{\text{кр}}} \frac{d\lambda}{\lambda^{0,5m} \cdot F^m(\bar{\lambda})}$  при двух наработках;  $\lambda_{\text{тр}1}, \lambda_{\text{тр}2}$  – длина трещины при двух наработках.

Исходя из этого, величину  $m$  можно найти из соотношения:

$$1 - \frac{N_1}{N_2} = \left( \frac{\delta_0}{\delta_1} \right)^{0,5(0,5m-1)} - \frac{N_1}{N_2} \left( \frac{\delta_0}{\delta_2} \right)^{0,5(0,5m-1)}. \quad (25)$$

Следует подчеркнуть, что величина  $m$  имеет смысл не постоянной материала, а постоянной конкретного образца или элемента конструкции.

Это дает возможность найти число циклов до разрушения  $N_p$  из следующего выражения:

$$N_p = N_i \frac{1 - \left( \frac{\delta_0}{\delta_{\text{оп}}} \right)^{0,5(0,5m-1)}}{1 - \left( \frac{\delta_0}{\delta_i} \right)^{0,5(0,5m-1)}}, \quad (26)$$

где  $N_i$  – число циклов нагружения на  $i$ -том этапе испытаний;  $\delta_i$  – ЛДК на  $i$ -том этапе испытаний.

Данная методика была проверена при испытании образцов на изгиб сплавов Д16Т. В данной работе для сокращения приведены результаты только по Д16Т. Образцы имели размер рабочей части  $h \times b \times L = 1 \times 17 \times 135$  мм, и закреплялись консольно для усталостных испытаний на поперечный изгиб при симметричном цикле нагружения на различных уровнях амплитуды перемещений конца образца. В расчетах принимались следующие механические характеристики для Д16Т  $E=70$  ГПа,  $\sigma_{02} = 275$  МПа,  $K_{1c} = 31,6$  МН/м<sup>1,5</sup>.

По этим данным с использованием (12) находится  $\delta_{\text{оп}}$ .

Характеристики усталостного разрушения  $W_{-1}$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  вычислены по механическим характеристикам и экспериментальным данным из системы уравнений (16). Экспериментальные данные для этих вычислений приведены в табл. 1.

Таблица 1  
Рассеяние энергии в процессе накопления усталостных повреждений

$N_{ц}$	Амплитуда циклических перемещений, мм	$\delta_i$	$\delta_c$	$\delta_{ц} \cdot 10^7$
0	19	0,0184		
$10^5$		0,0388	0,0204	2,04
0	25	0,0207		
$5 \cdot 10^4$		0,0385	0,0178	3,56

Результаты вычислений характеристик усталости приведены в табл. 2.

Таблица 2  
Параметры усталостного разрушения

Амплитуда циклических перемещений, мм	$\delta_{оп}$	$\alpha$	$W_{-1} \cdot 10^7$	$\delta_n$	$\delta_{пр}$
19	0,01448	0,602	3,80	0,00592	0,0388
25	0,01448	0,602	3,80	0,00332	0,0385

На основании полученных результатов можно перейти к прогнозированию долговечности образцов. Для этого необходимо найти параметр  $m$  по формуле (25) на основании как минимум двух наблюдений при разных наработках. Расчет предполагаемой долговечности  $N_{пр}$  проводится по формуле (26). Результаты расчетов и экспериментов приведены в табл. 3.

Таблица 3  
Прогнозирование долговечности в процессе испытаний

Амплитуда циклических перемещений, мм	Число циклов нагружения, $N_{ц} \cdot 10^4$	$\delta_i$	$m$	$N_{ц} \cdot 10^4$	
				по расчету	из эксперимента
19	0	0.0184	5.98		
	2	0.0202		11.8	
	4	0.0225		11.54	
	6	0.0258		11.45	
	8	0.0311		10.30	
	10	0.0388		10.0	10.44
25	0	0.0207	5.80		
	1	0.0225		5.84	
	2	0.0247		5.76	
	3	0.0275		5.64	
	4	0.0316		5.45	
	5	0.0385		5.00	5.22

Анализ полученных результатов показывает, что на ранних этапах испытаний прогнозирование дает завышенную на 10–15% долговечность, постепенно погрешность уменьшается и на последнем этапе долговечность определяется уже заниженная с запасом на 4–5%.

Аналогично были проведены эксперименты для образцов из стали X15H10T и сплава ВТ14, которые показали близкие результаты.

На основании проведенных исследований можно утверждать, что теоретические зависимости, полученные с использованием энергетического критерия усталостного разрушения, подтверждаются экспериментом.

Выше была описана экспериментальная проверка данной методики на образцах. Всего было испытано более 50 образцов, при этом были получены удовлетворительные результаты.

Выводы. Применение данной методики позволит значительно повысить безопасность эксплуатации. Для внедрения этой методики требуется провести ряд испытаний натуральных конструкций, чтобы эксплуатанты убедились в надежности получаемых результатов.

### Список литературы

1. Трощенко, В.Т. Усталость и неупругость материалов [Текст] / В. Т. Трощенко. – Киев : Наук. думка, 1971. – 268 с.
2. Трощенко, В.Т. Соппротивление усталости металлов и сплавов [Текст]: / В. Т. Трощенко, Л. А. Сосновский. – Киев : Наук. думка, 1987. – 345 с.
3. Буланов, В. В. Вопросы методики прогнозирования остаточного ресурса конструкции [Текст] / В. В. Буланов, А. А. Киркпикин, А. Г. Сулова // Прочность конструкций летательных аппаратов : сб. науч. тр. Харьк. авиац. ин-та – Вып. 9. – Харьков, 1990. – С. 62 – 67.
4. Буланов, В. В. Об изменении физико-механических характеристик композиционных материалов в процессе накопления усталостных повреждений [Текст] / В. В. Буланов, А. А. Киркпикин // Прочность конструкций летательных аппаратов : сб. науч. тр. Харьк. авиац. ин-та – Вып. 5. – Харьков, 1978. – С. 103 – 106.
5. Дибир, А. Г. Аппроксимация изменения демпфирующих характеристик в процессе циклических нагрузжений [Текст] / А. Г. Дибир, А. А. Кирпикин, Н. И. Пекельный // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии : сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-т «Харьк. авиац. ин-т». – Вып. 38. – Харьков, 2008. – С. 88 – 91.

Поступила в редакцию 19.03.2018



## Прогнозування довговічності за зміною дисипативних характеристик

Досліджено змінення логарифмічного декременту коливань (ЛДК) під час накопичення втомних пошкоджень. При накопиченні втомних пошкоджень відбувається зростання втомних тріщин і відповідно зростання ЛДК  $\delta$  до граничного значення ЛДК  $\delta_p$ . Граничне значення відповідає критичній довжині магістральної втомної тріщини, коли відбувається статичний долом. Величину ЛДК  $\delta_p$  можна визначити за величиною енергії, що витрачається на розвиток магістральної втомної тріщини з урахуванням величини безпечною частини енергії, що витрачається.

**Ключові слова:** прогнозування, довговічність, логарифмічний декремент загасання, втомна тріщина, розсіяна енергія.

## Forecasting Longevity by Changing Dissipative Characteristics

A change at a logarithmic decrement of oscillations (LDO) during an accumulation of fatigue damages was studied. With the accumulation of fatigue damages, fatigue cracks grow and accordingly, a growth of the LDO- $\delta$  up to a limit value of the LDO –  $\delta_p$ . The limit value LDO –  $\delta_p$  corresponds to critical length of a main fatigue crack.

**Key words:** forecasting, longevity by changing, dissipative characteristics.

### Сведения об авторах:

**Дибир Александр Геннадиевич** – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры прочности летательных аппаратов Национального аэрокосмического университета им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Украина.

**Кирпикин Анатолий Алексеевич** – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры прочности летательных аппаратов Национального аэрокосмического университета им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Украина.

**Пекельный Николай Николаевич** – канд. техн. наук, ст. науч. сотр., доцент прочности летательных аппаратов Национального аэрокосмического университета им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Украина.