

УДК 004.932

Р. Я. Косаревич

ОЦІНКА РОЗМІРУ ЗЕРНА МАТЕРІАЛУ ЗА ХАРАКТЕРИСТИКАМИ ТОЧКОВИХ ПРОЦЕСІВ

The problem of determining the materials grain size is considered. On metallographic images the special points that form a point pattern are allocated. By means of the characteristics of their relative position the distribution of the materials grain size is estimated.

Keywords: *image, grain size, point pattern.*

Розглянуто задачу оцінки розміру зерна металу. На металографічних зображеннях виділяють спеціальні точки, які формують точковий образ. За допомогою характеристики їх взаємного розташування оцінюють розподіл величини, яка відповідає розміру зерна матеріалу.

Ключові слова: *зображення, розмір зерна, точковий образ.*

Розмір зерна металічної основи впливає на фізичні та механічні властивості сплавів. Зі зменшенням розміру зерна зростають міцнісні властивості, збільшується ударна в'язкість, знижується температура переходу металу у крихкий стан. Одночасно збільшується електроопір, а у феромагнетиків зростає коерцитивна сила, зменшується магнітна проникність і т. ін. У зв'язку з цим для відповідальних виробів машинобудування розмір зерна регламентують і контролюють.

Величина зерна – середня величина випадкових січень зерен в площині металографічного шліфа – визначається методами: візуального порівняння видимих під мікроскопом зерен з еталонами шкал, з визначенням номера зерна; підрахунку кількості зерен, що припадають на одиницю поверхні шліфа, з визначенням середнього діаметру та середньої площі зерна; підрахунку перетину границь зерен відрізками прямих з визначенням середнього умовного діаметру у випадку рівновісних зерен, кількості зерен в 1 mm^3 у випадку нерівновісних зерен; вимірюванням довжин хорд – відрізків, які перетинають площину зерна і застосовується для нерівновісних зерен [1].

Оцінка величини зерна за середньостатистичною площею зерен на мікрошліфі дає відносно високу точність, але вона трудомістка, тому частіше використовується з метою дослідження. У заводській практиці розмір зерна звичайно оцінюють номером за спеціальною шкалою. Окрім вагомих затрат для обчислення величини зерна, суттєвим обмеженням є високі вимоги до якості мікрошліфів металу. Досить часто на мікрошліфі границі зерен протравлені неякісно, а отже, застосування вищеописаних методів ускладнене. Тому доцільно розвивати нові способи оцінки величини зерна, які б не залежали від таких обмежень.

Застосування характеристик точкових процесів для оцінки розмірів зерна. Точковий образ можна розглядати як множину точок $N = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ в деякій області B , в яких відбулися події, що становлять інтерес для дослідження [3]. Термін “подія” дає змогу відрізнити цю множину точок від решти точок області B . Сама область B може набувати форми прямокутника або складного багатокутника.

Точковий образ часто є реалізацією деякого точкового процесу в d – вимірному просторі, де $d \geq 2$. Просторові точкові процеси є зручною статистичною мо-

© Р. Я. Косаревич, 2013

деллю для аналізу спостережуваних множин точок, які позначають місце знаходження деякого об'єкта дослідження. Наприклад, якщо нанести на карту місце знаходження людей, котрі протягом деякого часу скористалися телефонним викликом рятувальних служб, то така карта зобразить двовимірний випадковий точковий образ. Кількість точок цього образу буде випадковою, а також їх координати (рис. 1). Просторові точкові процеси можна використовувати для моделювання та аналізу даних, які отримані у вигляді точкових образів як карти, де наведено розташування дерев або гнізд птахів, розміщення зірок та галактик, розташування нейронів у тканині головного мозку, місця виявлення епідеміологічних захворювань, розташування мікродфектів у кристалічних структурах матеріалів та ін. [2–4].

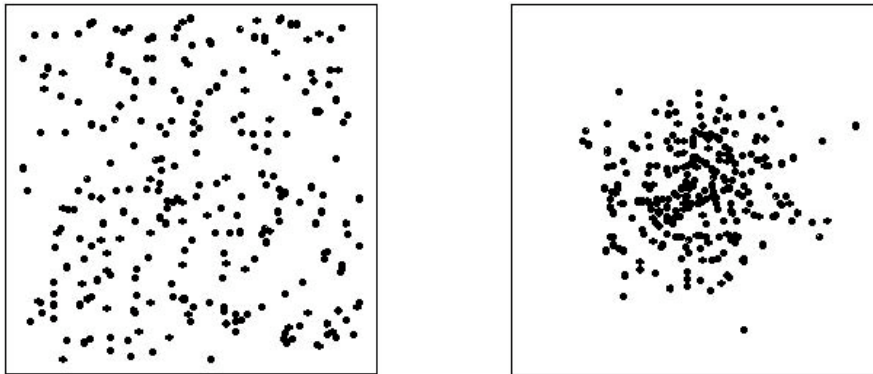


Рис. 1. Приклади двовимірних точкових процесів.

Очевидною мірою для опису випадкових точкових процесів є кількість подій N , що трапилася впродовж визначеного періоду часу. Пов'язаною з кількістю точок процесу є інша важлива характеристика випадкових процесів – інтенсивність процесу λ . Вводиться вона як

$$E[N(B)] = \lambda \|B\|,$$

де $E[\cdot]$ — оператор математичного сподівання; $\|B\|$ — площа області B [4].

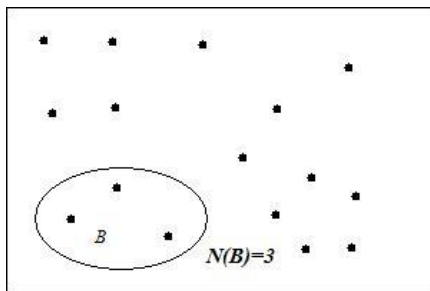


Рис. 2. Визначення змінних $N(B)$ для точкового процесу.

Для одновимірного випадку розглядається число N_t – кількість подій, які відбулися до моменту часу t , а для багатовимірного випадку це кількість подій $N(B)$, які розташовані у деякій області B , підмножині простору R^d (рис. 2).

Як правило, припускається, що точковий процес локально обмежений, тобто $N(B) < \infty$ з ймовірністю 1 для всіх обмежених підмножин B простору R^d . Також припускається, що $N\{x\} < 1$, $x \in R^d$, тобто будь-які дві точки точкового процесу не збігаються. Інше важливе припущення,

котре часто використовують, – це стаціонарність точкового процесу. Точковий процес $N = \{x_n\}$ є стаціонарним, якщо N та перенесений процес $N = \{x_n + x\}$ мають однаковий розподіл для всіх $x \in R^d$ [4].

Важливу роль у дослідженні точкових процесів відіграють характеристики другого порядку, які описують взаємні зв'язки між точками процесу. Вони являють собою функції міжточкової відстані. Серед найпоширеніших – K -функція та функція парних кореляцій або інакше функція розподілу відстаней між парою ви-

падкових точок g [6]. Значення K -функції розглядають як середню кількість точок процесу N , які лежать у крузі радіуса r з центром у деякій точці процесу, що розділена на інтенсивність процесу. За її допомогою можна оцінити характер розташування елементів точкового образу. Залежно від її значення для певної відстані можна стверджувати, чи утворюють елементи кластери, чи розташовані вони рівномірно в області, чи їх розташування є випадковим. Функція розподілу відстаней між парою випадкових точок g відображає просторові взаємозв'язки елементів процесу в області, яка задається кільцем на відміну від K -функції, де область задається кругом. Це функція, що описує частоту того, що два елементи процесу знаходяться на певній віддалі один від одного. Серед виразів, які слугують її оцінкою, найбільш часто використовують такий [3]:

$$\hat{g}(r) = \frac{1}{2\pi r \hat{\lambda}^2} \cdot \sum_{X_i, X_j \in B} \frac{k_h(r - \|X_i - X_j\|)}{|B_{X_i} \cap B_{X_j}|}, \quad (1)$$

де вагова функція $k_h(\cdot)$ може набувати різної форми. Доволі часто її вибирають у вигляді ядра Єпанешнікова:

$$k_h(x) = \frac{3}{4h} \left(1 - \frac{x^2}{h^2} \right) 1_{(-h, h)}(x), \quad h = 0, 1/\sqrt{\hat{\lambda}}.$$

Останні дослідження свідчать, що більш точніші результати можна отримати, застосовуючи функцію $k_h(\cdot)$ у такому вигляді:

$$k_h(x) = \frac{1}{4h^2} 1_{(-h, h) \times (-h, h)}(x) \quad [3].$$

Формування точкових образів на основі металографічних зображень.

Для більшості металографічних зображень, отриманих на оптичних мікроскопах, властиві типові вади: нерівномірне освітлення та нечіткість периферійних ділянок. Попередня обробка таких зображень не завжди досягає мети. Але переважаючий вплив на низьку практичну цінність таких зображень, у більшості випадків, має якість виготовлення шліфів, яку не завжди можна досягти з огляду на об'єктивні причини. Як результат структура матеріалу на таких зображеннях відображається незадовільно, що робить практично неможливим їх кількісний аналіз. Наприклад, зерна матеріалу не мають чіткої границі, різні фазові складові матеріалу зображаються близькими яскравостями. Результатом попередньої обробки таких зображень будуть лише окремі фрагменти границь зерен та випадкові фрагменти, які не належать границям зерен (рис. 3).

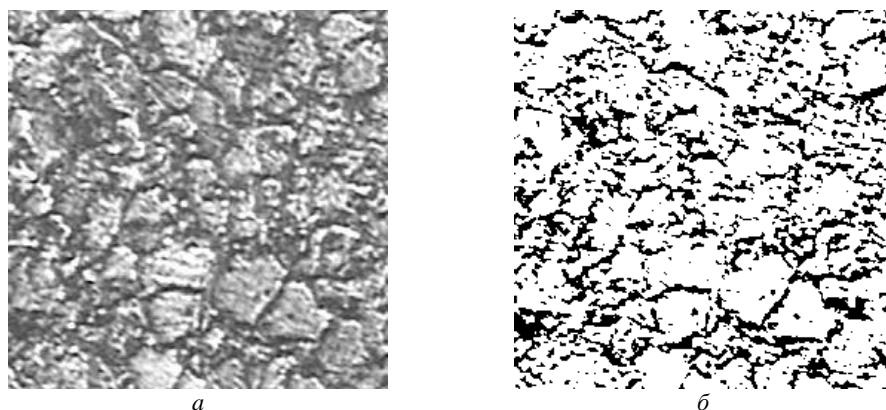


Рис. 3. Виділення границь зображення структури матеріалу;
а – вихідне зображення; б – результат виділення.

У такому випадку розміри зерна матеріалу можна спробувати оцінити, застосовуючи точкові образи. Для цього можна використати точки, які лежать на виділених границях зерен. Цього досягають за допомогою потоншення ліній, що відповідають границям на сегментованому зображенні та визначенню точок, за допомогою спеціальної умови, які вказують на місце сполучення декількох ліній. Можна припустити, що такі точки, у більшості випадків, вказуватимуть на місця дотику трьох і більше зерен. Якщо трактувати ці точки як точковий образ, то можна обчислити для них функцію розподілу відстаней між парою випадкових точок, з виду якої можна буде стверджувати про розміри зерна.

Результати та обговорення. Розглянемо синтезоване зображення фрагменту структури деякого матеріалу із зернами у вигляді правильних шестикутників (рис. 4а). Сформуємо точковий образ із точок, які знаходяться в місцях дотикання трьох зерен (рис. 4б). Як вже згадувалось, функція розподілу відстаней між парою випадкових точок вказує частоту існування певної відстані між елементами точкового образу. Як видно з рис. 4б, для кожної точки відстані до безпосередніх сусідніх точок вказують або на довжину сторони умовного зерна, або на величини, що є хордами, які сполучають сторони зерна. Тому максимуми цієї функції можуть вказувати на відстані, які відповідатимуть лінійним розмірам зерен, а інші – на відстані до точок, які належать іншим зернам. На рис. 5б перший максимум функції розподілу відстаней між парою випадкових точок відповідає відстані 20, а це якраз є величина сторони зерна. Наступний максимум відповідає відстані 40 – це відстань до точок, які розташовані на протилежних сторонах зерна і можуть слугувати оцінкою розміру зерна.

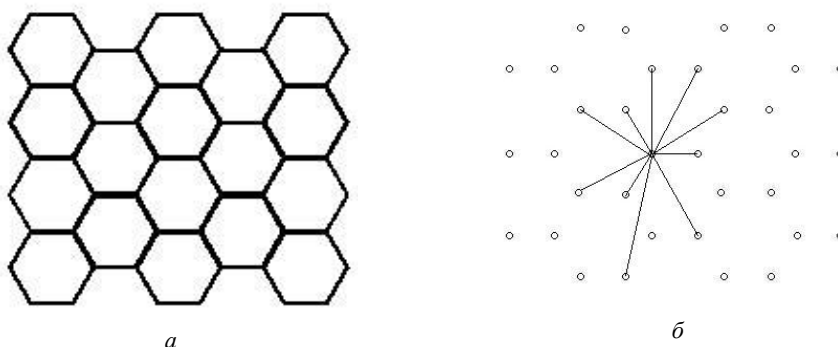


Рис. 4. Оцінка розмірів зерна характеристиками точкових образів:
 а – схематичне зображення структури; б – відповідний точковий образ.

Доцільно оцінити стійкість запропонованої характеристики до спотворень, які призводять або до зникнення окремих елементів точкового образу, або до появи додаткових хибних елементів. Для цього за допомогою пакету для статистичних обчислень *R* [7] побудували функцію розподілу відстаней між парою випадкових точок (1) для вихідного точкового образу (рис. 5а, б), для точкового образу, який утворений з вихідного шляхом випадкового усунення елементів образу (рис. 5в, г), та для точкового образу, який утворений з вихідного шляхом випадкового додавання точок (рис. 5д, е). Як бачимо, незалежно від дій над елементами образу максимуми функції розподілу відстаней між парою випадкових точок зберегли свої положення, несуттєво змінивши свої значення.

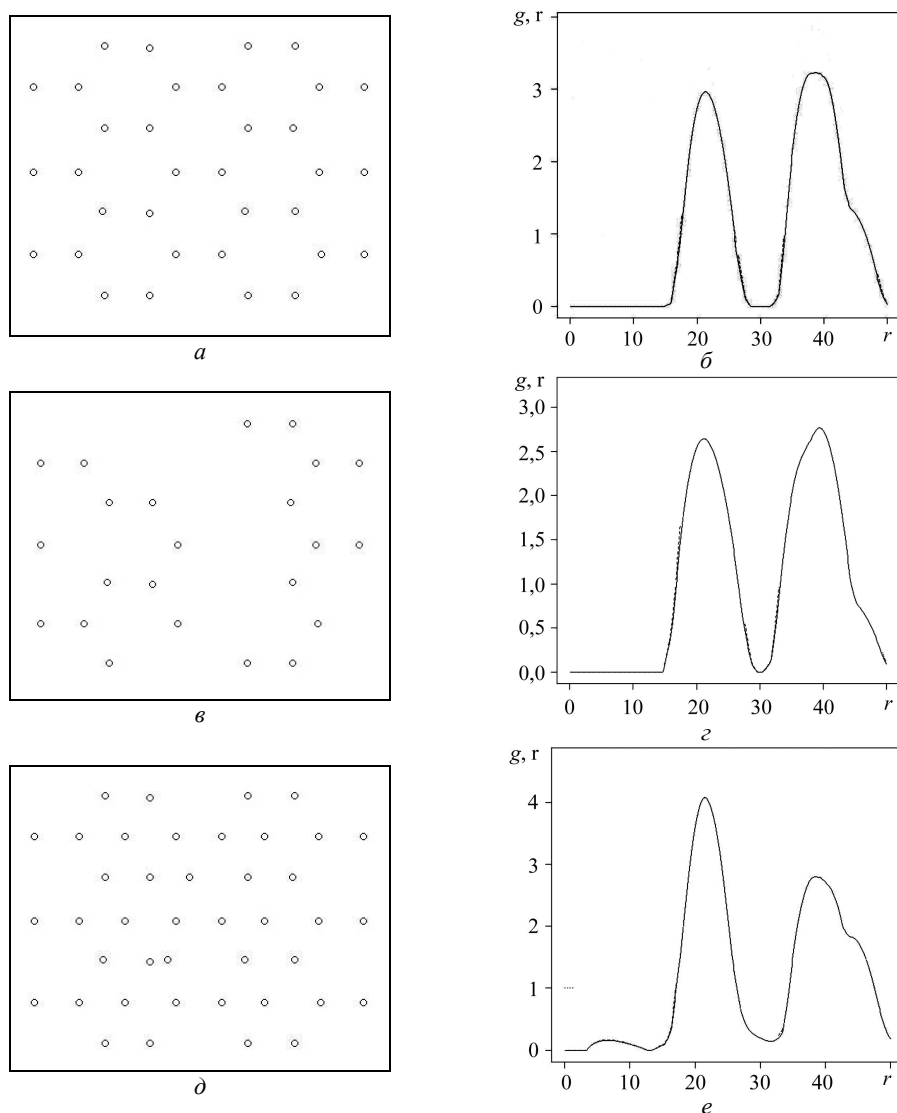


Рис. 5. Дослідження стійкості оцінки розміру зерна: *a*, *б* – вихідний точковий образ та його функція розподілу відстаней між парою випадкових точок; *в*, *з* – точковий образ, утворений вилученням окремих елементів із вихідного та його функція розподілу відстаней між парою випадкових точок; *д*, *е* – точковий образ, утворений додаванням окремих елементів до вихідного, та його функція розподілу відстаней між парою випадкових точок.

Доцільно також порівняти результати визначення величини зерна запропонованим способом із класичним, коли знаходяться точки перетину випадково розташованих прямих на зображенні структури матеріалу із границями зерен та усереднюються відстані між цими точками. Розглянемо для цього інше синтезоване зображення структури матеріалу (рис. 6*a*). Оскільки на зображенні зерна представлені замкненими контурами, то можна побудувати емпіричну функцію розподілу довжин їх осей симетрії, що також може служити оцінкою розміру зерна (рис. 6*б*). Задаючи випадковим чином координати точок, через які проходять прямі, та визначаючи точки перетину цих прямих із границями зерен, ми побудували емпіричну функцію розподілу відстаней між цими точками, яка є класичною оцінкою величини зерна (рис. 6*в*). Формуючи точковий образ із точок, які відповідають місцям з'єднання трьох і більше ліній на зображенні, обчислили його функцію розподілу відстаней між парою випадкових точок *g* (рис. 6*г*).

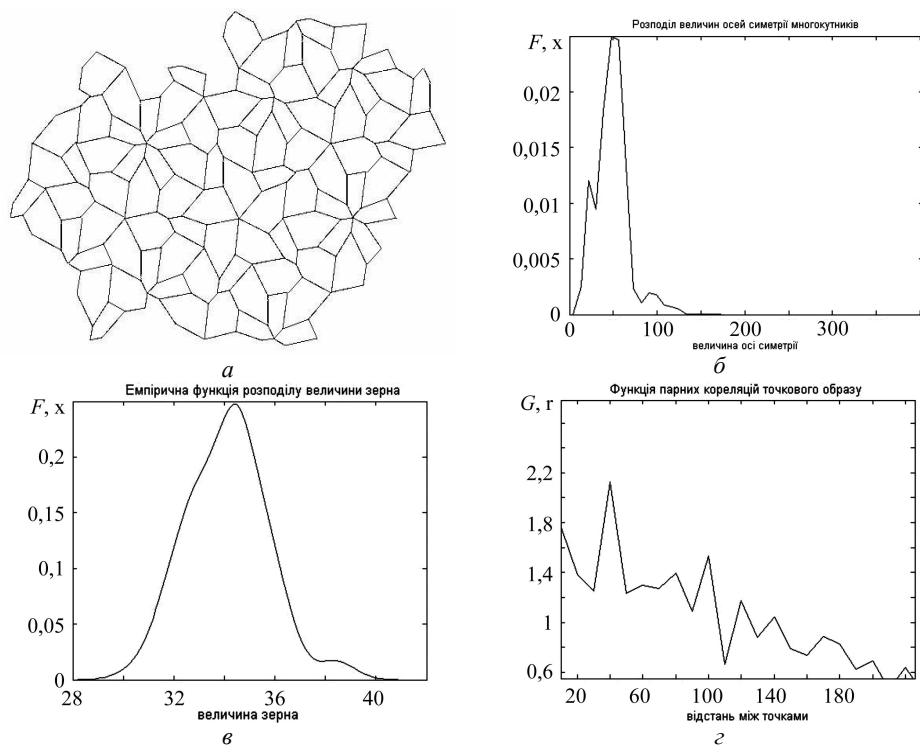


Рис. 6. Результати обчислення розмірів зерен матеріалу; *a* – вихідне зображення; *б* – розподіл величин осей симетрії зерен; *в* – емпірична функція розподілу величини зерна; *г* – функція розподілу відстаней між парою випадкових точок.

Порівнюючи отримані дані (рис. 6б–г), бачимо, що значення, при яких досягаються максимуми відповідних функцій, різняться незначно. Тобто можна стверджувати, що запропонований підхід до оцінки розміру зерна структури матеріалу добре узгоджується із класичним підходом. Як ще одне підтвердження такого твердження можна навести функції розподілу відстаней між елементами точкового образу (рис. 7а) та точками, які утворюються при перетині випадково проведених прямих із границями зерен. Застосувавши тест Колмогорова–Смірнова [5] до значень цих функцій, можемо з ймовірністю похибки, рівною 0,05, стверджувати, що вони мають однаковий розподіл.

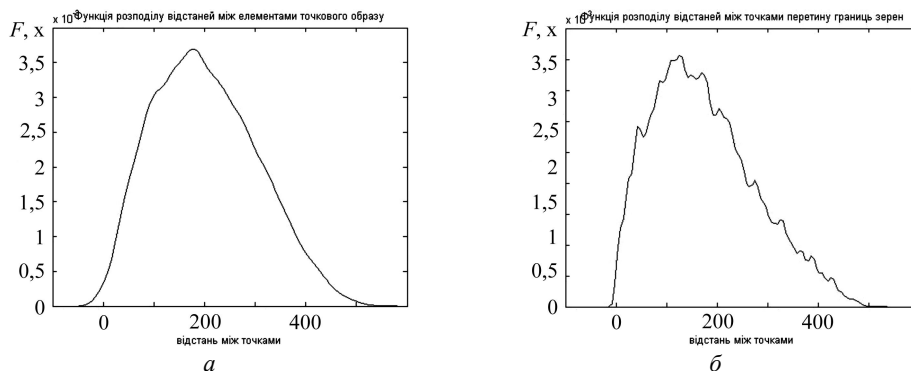


Рис. 7. Функції розподілу відстаней: *a* – для елементів точкового образу, сформованого на основі рис. 6а; *б* – для точок перетину випадкових прямих з границями на рис. 6а.

Запропонований підхід до оцінки розміру зерна матеріалу також було апробовано на реальних металографічних зображеннях (рис. 8а). На рис. 8б наведено емпіричну функцію розподілу відстаней між парою випадкових точок образу, сформованого на основі вихідного зображення. Кільцем на рис. 8а виділено сегмент, довжина якого відповідає першому максимуму функції розподілу відстаней між парою випадкових точок. Як бачимо, він добре узгоджується із розміром зерна на зображенні.

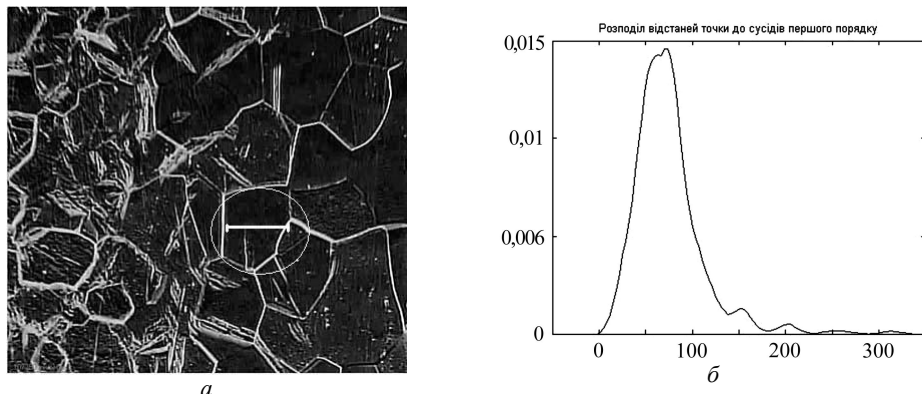


Рис. 8. Оцінка розміру зерна за допомогою точкового образу металографічного зображення.

ВИСНОВКИ

Запропоновано новий підхід до визначення величини зерна на основі металографічних зображень. Від полягає у формуванні точкового образу, використовуючи фрагменти виділених границь зерен структури матеріалу, та в обчисленні функції розподілу відстаней між парою випадкових точок для такого образу. Значення, у яких ця функція досягає локальних максимумів, можуть служити усередненою оцінкою для лінійних розмірів зерна структури матеріалу. Перевагою запропонованого підходу є не обов'язковість точного виділення границі зерен у вигляді замкненого контура.

1. *ГОСТ 5639–82. Стали и сплавы. Методы выявления и определения величины зерна.* – Введ. 1983–01–01. – М.: Изд.-во стандартов, 1994.
2. *Gatrell A., Bailey T., Diggle P., Rowlingson B. Spatial point pattern analysis and its application in geographical epidemiology // Trans. Inst. Br. Geogr.* – 1996. – № 21. – P. 256–274.
3. *Illian J., Penttinen A., Stoyan H., Stoyan D. Statistical analysis and modelling of spatial point patterns // John Wiley & Sons Ltd.* – 2008. – 577 p.
4. *Analysis of Spatial Point Patterns in Microscopic and Macroscopic Biological Images / F. Fleischer, M. Beil, M. Kazda, V. Schmidt // Data Lecture Notes in Statistics.* – 2006. – **185**. – P. 235–260.
5. *Massey F. J. The Kolmogorov-Smirnov Test for Goodness of Fit // J. of the American Statistical Association.* – 1951. – **253**. – P. 68–78.
6. *Ripley B. D. The second-order analysis of stationary point processes // J. of Applied Probability.* – 1976. – **13**. – P. 255–266.
7. *Baddeley A. Analysing spatial point patterns in R // Technical report, CSIRO.* – 2010. Version 4. Available at www.csiro.au/resources/pf16h.html.