УДК 519.248

Т. О. Стефанович, С. В. Щербовських

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ДЛЯ АНАЛІЗУ ПРИЧИН НЕПРАЦЕЗДАТНОСТІ СИСТЕМИ З РОЗДІЛЬНИМ ПОЛЕГШЕНИМ РЕЗЕРВУВАННЯМ

Mathematical reliability model for repairable system with segregated reduced redundancy is proposed. The model takes into account adequately load-sharing impact on minimal cut set probability characteristics. For reliability determination dynamic fault tree and Markov model is used.

**Keywords:** *minimal cut set, segregated reduced redundancy, reliability model, dynamical fault tree, Markov model.* 

Запропоновано математичну модель надійності відновлюваної системи із роздільним полегшеним резервуванням. Така модель адекватно враховує вплив зміни навантаження на ймовірнісні характеристики мінімальної множини перетинів. Для визначення надійності застосоване динамічне дерево відмов та марковська модель.

**Ключові слова:** мінімальна множина перетинів, роздільне полегшене резервування, модель надійності, динамічне дерево відмов, марковська модель.

Постановка проблеми. Рекомендації щодо підвищення надійності систем розробляють на основі пошуку і аналізу причин їх непрацездатності. Кожній причині непрацездатності відповідає унікальний набір непрацездатних елементів, який називають перетином. Усій сукупності незалежних причин непрацездатності відповідає мінімальна множина перетинів. Завдання аналізу надійності полягає у визначенні ймовірнісних характеристик усіх перетинів із мінімальної множини. Під час аналізу систем із полегшеним резервуванням виникає потреба адекватно відобразити вплив непрацездатності окремих елементів та їхніх груп, напрацювання до відмови яких розподілено за законом Вейбулла, на навантаження решти працездатних елементів. У результаті такого впливу зазнають змін ймовірнісні характеристики перетинів, для визначення яких необхідно розробити адекватну математичну модель надійності. Ця проблема актуальна під час проектування електротехнічних та електроенергетичних систем, які застосовують в об'єктах підвищеної небезпеки.

Аналіз останніх досліджень. Для визначення ймовірнісних характеристик перетинів застосовують такі підходи: логіко-ймовірнісний аналіз і марковський аналіз. Логіко-ймовірнісний аналіз ґрунтується на складанні логічних умов, які відповідають перетинам, із подальшим їх перетворенням у ймовірнісні вирази [1-3]. Цей підхід простий у застосуванні, але на його основі не можна коректно враховувати перерозподіл навантаження, спричинений відмовами елементів, а також розрізняти катастрофічні та некатастрофічні відмови. Марковський аналіз зазначених обмежень не має [4, 5], проте під час його застосування виникають складності, пов'язані із трудомісткістю побудови математичної моделі, та із вимогою привести розподіли тривалості усіх процесів напрацювання і ремонтування елементів до експоненціального розподілу. Для зменшення трудомісткості такого аналізу необхідно вдосконалити методи автоматичної побудови марковської моделі [6-8]. Таку побудову виконують на основі динамічного дерева відмов, яке математично описує структуру системи та її надійнісну поведінку за навантаженням. Для усунення потреби, пов'язаної із експоненціальним розподілом, необхідно застосувати розщеплення простору станів [9-13], яке шляхом уведення фіктивних станів дає змогу врахувати довільні розподіли та "запам'ятати" передісторію напрацювання елементів системи за навантаженням.

© Т. О. Стефанович, С. В. Щербовських, 2014

ISSN 0474-8662. Information Extraction and Proces. 2014. Issue 41 (117)

У цій статті викладено розв'язання таких завдань:

 – формалізація опису надійності системи із роздільним полегшеним резервуванням на основі динамічного дерева відмов;

 побудова моделі станів та подій системи; формування розщепленої однорідної марковської моделі;

- визначення ймовірнісних характеристик мінімальної множини перетинів.

**Динамічне дерево відмов системи.** Система складається із чотирьох елементів (рис. 1*a*): двох генераторів G1 і G2 та двох трансформаторів TV1 та TV2. Генератори G1 і G2 утворюють першу групу, а трансформатор TV1 і TV2 – другу.



Рис. 1. Структурна схема та динамічне дерево відмов системи.

У кожній групі елементи працюють за алгоритмом полегшеного резервування: якщо обидва елементи в групі працездатні, то основний елемент працює у номінальному режимі, а резервний – у режимі холостого ходу. Якщо основний елемент групи втрачає працездатність, то резервний переходить у номінальний режим. У випадку відмови резервного елемента режим роботи основного не змінюється. Групи з'єднані між собою послідовно. Вважаємо, що засоби діагностики та перемикання в системі є ідеальними. Функція системи полягає у забезпеченні електричною енергією споживачів, які пілключені до її вихолу. Налійність системи формалізуємо динамічним деревом відмов, структура якого подана на рис. 16. Динамічне дерево відмов є математичною моделлю, яка описує умову непрацездатності системи та умови зміни навантаження за допомогою блоків, які позначають логічні операції та операції відношення. Непрацездатність системи позначається блоком "вершина подій" і полягає у тому, що система не може забезпечити енергією споживачів, які підключені до її виходу. Вважаємо, що така непрацездатність є катастрофічною. Якщо настають непрацездатності окремих елементів, але система зберігає працездатність, то такі елементи відновлюються стільки разів, скільки потрібно. Якшо вся система стає непрацездатною, то відновлення її елементів вважається неможливим. Такий стан системи настає, якщо непрацездатна перша або друга група елементів, що описано блоком "оператор 1", тип якого задано логічною операцією АБО. Непрацездатність першої групи настає, якщо непрацездатні усі її елементи, що описано блоком "оператор 2", тип якого задано логічною операцією І. Непрацездатність другої групи описуємо за аналогією блоком "оператор 3", тип якого задано логічною операцією І. Непрацездатність генератора G1 позначено блоком "базова подія 1", а його напрацювання до відмови розподілено за законом Вейбулла із параметрами α<sub>1</sub> = 11 000 год. і β<sub>1</sub> = 1,1. Непрацездатність трансформатора TV1 – блоком "базова подія 2", а його напрацювання до відмови опишемо розподілом Вейбулла із параметрами α<sub>2</sub> = = 9 000 год. і  $\beta_2$  = 1,3; непрацездатність G2 – блоком "базова подія 3" та розподілом Вейбулла із параметрами  $\alpha_3 = 10\ 000$  год. і  $\beta_3 = 1,1$ ; непрацездатність TV2 –

ISSN 0474-8662. Відбір і обробка інформ. 2014. Вип. 41 (117)

блоком "базова подія 4" та розподілом Вейбулла із параметрами  $\alpha_4 = 8\ 000$  год. та  $\beta_4 = 1,3$ . Тривалість ремонтування усіх елементів системи вважаємо розподіленою експоненціально із параметром  $\mu = 0,02$  год<sup>-1</sup>.

У цій системі відбуваються такі динамічні явища:

- зміна навантаження елементів першої групи залежно від стану другої;

- зміна навантаження елементів другої групи залежно від стану першої;

 - зміна навантаження резервного елемента першої групи залежно від стану основного її елемента;

 – зміни навантаження резервного елемента другої групи залежно від стану основного її елемента.

Перше та друге явища в явній формі задавати не потрібно, оскільки, якщо відбувається відмова однієї із груп, то система стає непрацездатною, що автоматично означає переведення у ненавантажений режим решти працездатних елементів.

Для опису третього явища введемо у структуру дерева відмов блок "оператор 4", який є повторювачем логічного сигналу, і задамо у ньому умови зміни навантаження. Якщо на вхід цього блока подається логічний сигнал ХИБНО, тобто генератор G1 працездатний, то інтенсивність процесу напрацювання генератора G1, який задано у блоці "базова подія 3", множимо на  $k_1 = 0,1$ .

Для опису четвертого явища за аналогією до попереднього випадку введемо у структуру дерева відмов блок "оператор 5". Якщо на вихід цього блока подається логічний сигнал ХИБНО, тобто трансформатор TV1 працездатний, то інтенсивність процесу напрацювання трансформатора TV2, який задано у блоці "базова подія 4", множимо на  $k_2 = 0,1$ .

**Модель станів та подій.** На підставі наведеного вище динамічного дерева відмов системи із роздільним полегшеним резервуванням згідно із формалізованими правилами [12, с. 67; 13, с. 148] складено модель станів та подій. Така модель є математичним описом станів, в яких може перебувати система, та подій, які у ній можуть відбуваються, у проекційному зв'язку до процесів, що у ній протікають. Граф такої моделі подано на рис. 2, а її параметри – у таблиці.



Рис. 2. Граф станів та переходів моделі станів і подій системи.

У моделі станів та подій процеси напрацювання і ремонтування для генератора G1 позначено як P<sub>1</sub> i P<sub>5</sub>, для трансформатора TV1 – P<sub>2</sub> i P<sub>6</sub>, для генератора G2 – P<sub>3</sub> i P<sub>7</sub>, для трансформатора TV2 – P<sub>4</sub> i P<sub>8</sub>. Система перебуває у п'ятнадцяти станах, із яких дев'ять працездатні – S<sub>15</sub>–S<sub>11</sub>, S<sub>9</sub>, S<sub>7</sub>, S<sub>6</sub> i S<sub>3</sub> та шість непрацездатні – S<sub>10</sub>, S<sub>8</sub>, S<sub>5</sub>, S<sub>4</sub>, S<sub>2</sub> i S<sub>1</sub>. У системі відбувається тридцять шість подій, із яких двадцять чотири відмови і пошкодження – T<sub>1</sub>–T<sub>7</sub>, T<sub>9</sub>–T<sub>11</sub>, T<sub>13</sub>, T<sub>14</sub>, T<sub>17</sub>–T<sub>19</sub>, T<sub>21</sub>, T<sub>22</sub>, T<sub>25</sub>–T<sub>27</sub>, T<sub>29</sub>, T<sub>30</sub>, T<sub>33</sub> i T<sub>34</sub> та дванадцять відновлень – T<sub>8</sub>, T<sub>12</sub>, T<sub>15</sub>, T<sub>16</sub>, T<sub>20</sub>, T<sub>23</sub>, T<sub>24</sub>, T<sub>28</sub>, T<sub>31</sub>, T<sub>32</sub>, T<sub>35</sub> i T<sub>36</sub>.

ISSN 0474-8662. Information Extraction and Proces. 2014. Issue 41 (117)

	Опис станів											Опис подій		
№	Поч. Графічний Коефіцієнти масштабування									v	Назва	Заверш.	Кінц.	
	стан	опис стану	$\mathbf{P}_1$	P <sub>2</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>5</sub>	$P_6$	$P_7$	$\mathbf{P}_{8}$	I	події	процес	стан
1	<b>S</b> <sub>15</sub>		1	1		<i>k</i> <sub>2</sub>	0			0	1	T <sub>1</sub>	P <sub>1</sub>	S <sub>14</sub>
2					k.			0	0			$T_2$	$P_2$	S <sub>13</sub>
3					κ <sub>1</sub>			0	0			T <sub>3</sub>	P <sub>3</sub>	S <sub>11</sub>
4												$T_4$	$P_4$	$S_7$
5	S <sub>14</sub>			1	1	<i>k</i> <sub>2</sub>	1	0	0	0	1	T <sub>5</sub>	P <sub>2</sub>	S <sub>12</sub>
6			0									T <sub>6</sub>	P <sub>3</sub>	S <sub>10</sub>
7												T <sub>7</sub>	$P_4$	S <sub>6</sub>
8												$T_8$	P <sub>5</sub>	S <sub>15</sub>
9	S <sub>13</sub>	×_	1	0	<i>k</i> <sub>1</sub>	1	0					T <sub>9</sub>	$P_1$	S <sub>12</sub>
10								1	0	0	1	T <sub>10</sub>	P <sub>3</sub>	S <sub>9</sub>
11												T <sub>11</sub>	P <sub>4</sub>	$S_5$
12												T <sub>12</sub>	P <sub>6</sub>	S <sub>15</sub>
13		ſĦĦ		0	1	1	1			0	1	T <sub>13</sub>	P <sub>3</sub>	S <sub>8</sub>
14	S		0					1	0			T <sub>14</sub>	$P_4$	$S_4$
15	312							1	0			T <sub>15</sub>	P <sub>5</sub>	S <sub>13</sub>
16												T <sub>16</sub>	P <sub>6</sub>	S <sub>14</sub>
17	S <sub>11</sub>		1	1	0	<i>k</i> <sub>2</sub>	0	0	1	0	1	T <sub>17</sub>	P <sub>1</sub>	S <sub>10</sub>
18												T <sub>18</sub>	P <sub>2</sub>	S <sub>9</sub>
19												T <sub>19</sub>	P <sub>4</sub>	S <sub>3</sub>
20												T <sub>20</sub>	P <sub>7</sub>	S <sub>15</sub>
21	$S_{10}$		0	0	0	0	0	0	0	0	0	_	_	_
22		T≞T×1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	T <sub>21</sub>	P <sub>1</sub>	S <sub>8</sub>
23	S <sub>9</sub>											T <sub>22</sub>	$P_4$	$S_1$
24							Ū	1				T <sub>23</sub>	P <sub>6</sub>	S <sub>11</sub>
25												T <sub>24</sub>	P <sub>7</sub>	S <sub>13</sub>
26	$S_8$		0	0	0	0	0	0	0	0	0	_	-	_
27	<b>S</b> <sub>7</sub>	<u> </u>			$k_1$	0	0	0		1	1	T <sub>25</sub>	$P_1$	S <sub>6</sub>
28			1	1					0			T <sub>26</sub>	P <sub>2</sub>	<b>S</b> <sub>5</sub>
29									0			T <sub>27</sub>	P <sub>3</sub>	S <sub>3</sub>
30												T <sub>28</sub>	P <sub>8</sub>	S <sub>15</sub>
31	S <sub>6</sub>		0	1	1	0	1	0	0	1	1	T <sub>29</sub>	P <sub>2</sub>	S <sub>4</sub>
32												T <sub>30</sub>	P <sub>3</sub>	$S_2$
33												T <sub>31</sub>	P <sub>5</sub>	<b>S</b> <sub>7</sub>
34												T <sub>32</sub>	P <sub>8</sub>	S <sub>14</sub>
35	$S_5$		0	0	0	0	0	0	0	0	0	_	_	-
36	$S_4$		0	0	0	0	0	0	0	0	0	_	_	_

Параметри моделі станів та подій системи

ISSN 0474-8662. Відбір і обробка інформ. 2014. Вип. 41 (117)

Nº	Опис станів											Опис подій		
	Поч. стан	Графічний опис стану	Коефіцієнти масштабування									Назва	Заверш.	Кінц. стан
			<b>P</b> <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	P3	P <sub>4</sub>	<b>P</b> <sub>5</sub>	$P_6$	P <sub>7</sub>	P <sub>8</sub>		подп	процее	Clair
37	- S <sub>3</sub>		1	1	0	0	0	0	1	1	1	T <sub>33</sub>	P <sub>1</sub>	$S_2$
38												T <sub>34</sub>	P <sub>2</sub>	$S_1$
39												T <sub>35</sub>	P <sub>7</sub>	<b>S</b> <sub>7</sub>
40												T <sub>36</sub>	P <sub>8</sub>	S <sub>11</sub>
41	$S_2$	⊥_x1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-	-	-
42	$\mathbf{S}_1$		0	0	0	0	0	0	0	0	0	_	_	_

Параметрами станів є значення коефіцієнтів масштабування для процесів  $P_1-P_8$  та логічна функція *у*, яка набуває значення "1", якщо система працездатна, та "0" – якщо ні. Параметрами подій є назва початкового стану, назва процесу, який завершився, та назва кінцевого стану.

Марковська модель. Грунтуючись на моделі станів та подій системи із роздільним полегшеним резервуванням, згідно із формалізованими правилами [12, с. 78; 13, с. 163] формують розщеплену однорідну марковську модель. Таку модель подають системою диференціальних рівнянь Колмогорова–Чепмена:

$$d\mathbf{p}(t)/dt = \mathbf{A}\mathbf{p}(t), \quad \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{p}(t).$$

де t – час;  $\mathbf{p}(t)$  – вектор, що містить функції ймовірності фаз;  $\mathbf{y}(t)$  – вектор, який містить функції ймовірності перетинів.

Марковська модель є множиною матриць, які задають інтенсивності переходів між фазами **A**, початкові ймовірності фаз  $\mathbf{p}(0)$ , а також зв'язок **C** функцій ймовірності фаз із характеристиками надійності системи. Для досліджуваної системи марковська модель подана у такому виразі:



ISSN 0474-8662. Information Extraction and Proces. 2014. Issue 41 (117)

Компоненти марковської моделі системи формуємо на основі марковських моделей процесів. Параметри марковських моделей процесів визначаємо згідно із критерієм рівності першого і центрованого другого моментів фактичного розподілу процесу та його марковської моделі. Вважаємо, що для процесу  $P_1\{\alpha_1, \beta_1\}$  параметри його марковської моделі задають так:  $\{A_1, p_1(0), C_1\}$ , для  $P_2\{\alpha_2, \beta_2\} - \{A_2, p_2(0), C_2\}$ , для  $P_3\{\alpha_3, \beta_3\} - \{A_3, p_3(0), C_3\}$ , для  $P_4\{\alpha_4, \beta_4\} - \{A_4, p_4(0), C_4\}$ , для  $P_5\{\mu\} - \{A_5, p_5(0), C_5\}$ , для  $P_6\{\mu\} - \{A_6, p_6(0), C_6\}$ , для  $P_7\{\mu\} - \{A_7, p_7(0), C_7\}$  і для  $P_8\{\mu\} - \{A_8, p_8(0), C_8\}$ . Відповідно до зазначених параметрів компоненти марковської моделі системи обчислено відповідно до поданих нижче формул, зокрема для працездатного стану  $S_{15}$ :

$$\mathbf{A}_{\mathbf{S}_{15}} = \mathbf{A}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{A}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_8 + k_1 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{A}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_8 + k_2 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{A}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_8,$$
  
$$\mathbf{p}_{\mathbf{S}_{15}}(0) = \mathbf{p}_1(0) \otimes \ldots \otimes \mathbf{p}_8(0),$$

де  $\otimes$  – оператор тензорного множення;  $E_1 - E_8$  – одиничні матриці, розмірність яких дорівнює розмірності матриць  $A_1 - A_8$ .

Для працездатного стану S<sub>14</sub>:

 $\mathbf{A}_{\mathbf{S}_{14}} = \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{A}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{A}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{A}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{A}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{A}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{A}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E$  $+k_2 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{A}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{A}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8$ Для працездатного стану S<sub>13</sub>:  $\mathbf{A}_{\mathbf{S}_{12}} = \mathbf{A}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_8 + k_1 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{A}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_8 + k_1 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{A}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_8 + k_1 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{A}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_8 + k_1 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{A}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_8 + k_1 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{A}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_8 + k_1 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{A}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_8 + k_1 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{A}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_8 + k_1 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_8 + k_1 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_8 + k_1 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_8 + k_1 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_8 + k_1 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_8 + k_1 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}$  $+\mathbf{E}_1\otimes\mathbf{E}_2\otimes\mathbf{E}_3\otimes\mathbf{A}_4\otimes\mathbf{E}_5\otimes\ldots\otimes\mathbf{E}_8+\mathbf{E}_1\otimes\ldots\otimes\mathbf{E}_5\otimes\mathbf{A}_6\otimes\mathbf{E}_7\otimes\mathbf{E}_8.$ Для працездатного стану S<sub>12</sub>:  $\mathbf{A}_{\mathbf{S}_{12}} = \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{A}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{A}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{A}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes$  $+\mathbf{E}_1\otimes\ldots\otimes\mathbf{E}_4\otimes\mathbf{A}_5\otimes\mathbf{E}_6\otimes\mathbf{E}_7\otimes\mathbf{E}_8+\mathbf{E}_1\otimes\ldots\otimes\mathbf{E}_5\otimes\mathbf{A}_6\otimes\mathbf{E}_7\otimes\mathbf{E}_8.$ Для працездатного стану S<sub>11</sub>:  $\mathbf{A}_{\mathbf{S}_{11}} = \mathbf{A}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{A}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_8 \otimes \mathbf{E}_$  $+k_2 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{A}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{A}_7 \otimes \mathbf{E}_8$ Для працездатного стану S<sub>9</sub>:  $\mathbf{A}_{\mathbf{S}_{2}} = \mathbf{A}_{1} \otimes \mathbf{E}_{2} \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_{8} + \mathbf{E}_{1} \otimes \mathbf{E}_{2} \otimes \mathbf{E}_{3} \otimes \mathbf{A}_{4} \otimes \mathbf{E}_{5} \otimes \mathbf{E}_{6} \otimes \mathbf{E}_{7} \otimes \mathbf{E}_{8} + \mathbf{E}_{8} \otimes \mathbf{E}_{8}$  $+\mathbf{E}_1 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{A}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{A}_7 \otimes \mathbf{E}_8.$ Для працездатного стану S<sub>7</sub>:  $\mathbf{A}_{\mathbf{S}_{7}} = \mathbf{A}_{1} \otimes \mathbf{E}_{2} \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_{8} + \mathbf{E}_{1} \otimes \mathbf{A}_{2} \otimes \mathbf{E}_{3} \otimes \mathbf{E}_{4} \otimes \mathbf{E}_{5} \otimes \mathbf{E}_{6} \otimes \mathbf{E}_{7} \otimes \mathbf{E}_{8} + \mathbf{E}_{8} \otimes \mathbf{E}_{8} \otimes \mathbf{E}_{8} \otimes \mathbf{E}_{8} \otimes \mathbf{E}_{8} \otimes \mathbf{E}_{8} + \mathbf{E}_{8} \otimes \mathbf{E}_{8}$  $+k_1\mathbf{E}_1\otimes\mathbf{E}_2\otimes\mathbf{A}_3\otimes\mathbf{E}_4\otimes\ldots\otimes\mathbf{E}_8+\mathbf{E}_1\otimes\mathbf{E}_2\otimes\mathbf{E}_3\otimes\mathbf{E}_4\otimes\mathbf{E}_5\otimes\mathbf{E}_6\otimes\mathbf{E}_7\otimes\mathbf{A}_8.$ Для працездатного стану S<sub>6</sub>:  $\mathbf{A}_{S_{4}} = \mathbf{E}_{1} \otimes \mathbf{A}_{2} \otimes \mathbf{E}_{3} \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_{8} + \mathbf{E}_{1} \otimes \mathbf{E}_{2} \otimes \mathbf{A}_{3} \otimes \mathbf{E}_{4} \otimes \mathbf{E}_{5} \otimes \mathbf{E}_{6} \otimes \mathbf{E}_{7} \otimes \mathbf{E}_{8} + \mathbf{E}_{1} \otimes \mathbf{E}_{2} \otimes \mathbf{A}_{3} \otimes \mathbf{E}_{4} \otimes \mathbf{E}_{5} \otimes \mathbf{E}_{6} \otimes \mathbf{E}_{7} \otimes \mathbf{E}_{8} + \mathbf{E}_{1} \otimes \mathbf{E}_{2} \otimes \mathbf{A}_{3} \otimes \mathbf{E}_{4} \otimes \mathbf{E}_{5} \otimes \mathbf{E}_{6} \otimes \mathbf{E}_{7} \otimes \mathbf{E}_{8} + \mathbf{E}_{1} \otimes \mathbf{E}_{8} \otimes \mathbf$  $+\mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{A}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{A}_8.$ Для працездатного стану S<sub>3</sub>:  $\mathbf{A}_{\mathbf{S}_2} = \mathbf{A}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{A}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_8 \otimes \mathbf{E}_8 \otimes$  $+\mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{A}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \ldots \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{A}_8.$ Для непрацездатних станів S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub>, S<sub>4</sub>, S<sub>5</sub>, S<sub>8</sub> та S<sub>10</sub>:  $C_{S_1} = C_{S_2} = C_{S_4} = C_{S_5} = C_{S_8} = C_{S_{10}} = I,$ 

ISSN 0474-8662. Відбір і обробка інформ. 2014. Вип. 41 (117)

де I – одиничний вектор-рядок, розмірність якого дорівнює добутку розмірностей усіх матриць інтенсивності переходів **A**<sub>1</sub>–**A**<sub>8</sub>.

Для подій T<sub>1</sub>, T<sub>9</sub>, T<sub>17</sub>, T<sub>21</sub>, T<sub>25</sub> та T<sub>33</sub>, спричинених завершенням процесу P<sub>1</sub>:  $\mathbf{A}_{T_1} = \mathbf{A}_{T_9} = \mathbf{A}_{T_{17}} = \mathbf{A}_{T_{21}} = \mathbf{A}_{T_{25}} = \mathbf{A}_{T_{33}} = \mathbf{p}_1 \mathbf{C}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8.$ 

Для подій T<sub>2</sub>, T<sub>5</sub>, T<sub>18</sub>, T<sub>26</sub>, T<sub>29</sub> та T<sub>34</sub>, спричинених завершенням процесу P<sub>2</sub>:  $\mathbf{A}_{T_2} = \mathbf{A}_{T_5} = \mathbf{A}_{T_{18}} = \mathbf{A}_{T_{26}} = \mathbf{A}_{T_{29}} = \mathbf{A}_{T_{34}} = \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{p}_2 \mathbf{C}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8.$ 

Для подій T<sub>3</sub>, T<sub>6</sub>, T<sub>10</sub>, T<sub>13</sub>, T<sub>27</sub> та T<sub>30</sub>, спричинених завершенням процесу P<sub>3</sub>:

$$\mathbf{A}_{\mathbf{T}_6} = \mathbf{A}_{\mathbf{T}_{13}} = \mathbf{A}_{\mathbf{T}_{30}} = \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{p}_3 \mathbf{C}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8,$$

$$\mathbf{A}_{\mathrm{T}_{3}} = \mathbf{A}_{\mathrm{T}_{10}} = \mathbf{A}_{\mathrm{T}_{27}} = k_1 \, \mathbf{A}_{\mathrm{T}_{67}}$$

Для подій  $T_4$ ,  $T_7$ ,  $T_{11}$ ,  $T_{14}$ ,  $T_{19}$  та  $T_{22}$ , спричинених завершенням процесу  $P_4$ :

$$\mathbf{A}_{\mathrm{T}_{11}} = \mathbf{A}_{\mathrm{T}_{14}} = \mathbf{A}_{\mathrm{T}_{22}} = \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{p}_4 \mathbf{C}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8,$$

$$\mathbf{A}_{\mathrm{T}_{4}} = \mathbf{A}_{\mathrm{T}_{7}} = \mathbf{A}_{\mathrm{T}_{19}} = k_2 \ \mathbf{A}_{\mathrm{T}_{11}}.$$

Для подій T<sub>8</sub>, T<sub>15</sub> та T<sub>31</sub>, спричинених завершенням процесу P<sub>5</sub>:

 $\mathbf{A}_{\mathsf{T}_8} = \mathbf{A}_{\mathsf{T}_{15}} = \mathbf{A}_{\mathsf{T}_{31}} = \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{p}_5 \mathbf{C}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8.$ 

Для подій T<sub>12</sub>, T<sub>16</sub> та T<sub>23</sub>, спричинених завершенням процесу P<sub>6</sub>:

 $\mathbf{A}_{\mathrm{T}_{12}} = \mathbf{A}_{\mathrm{T}_{16}} = \mathbf{A}_{\mathrm{T}_{23}} = \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{p}_6 \mathbf{C}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8.$ 

Для подій T<sub>20</sub>, T<sub>24</sub> та T<sub>35</sub>, спричинених завершенням процесу P<sub>7</sub>:

$$\mathbf{A}_{T_{20}} = \mathbf{A}_{T_{24}} = \mathbf{A}_{T_{35}} = \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{p}_7 \mathbf{C}_7 \otimes \mathbf{E}_8.$$

Для подій T<sub>28</sub>, T<sub>32</sub> та T<sub>36</sub>, спричинених завершенням процесу P<sub>8</sub>:

$$\mathbf{A}_{\mathsf{T}_{28}} = \mathbf{A}_{\mathsf{T}_{32}} = \mathbf{A}_{\mathsf{T}_{36}} = \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{p}_8 \mathbf{C}_8.$$

Одержана модель містить 240 диференціальних рівнянь.

**Ймовірнісні характеристики мінімальної множини перетинів.** Застосовуючи розщеплену однорідну марковську модель системи із роздільним полегшеним резервуванням, на основі методу Розенброка обчислювали ймовірнісні характеристики перетинів системи. Використання методу Розенброка зумовлено тим, що марковська модель системи жорстка. Така її властивість зумовлена:

- розкидом параметрів для процесів напрацювання та ремонтування;

- особливістю алгоритму розщеплення простору станів;

– впливом коефіцієнтів полегшення  $k_1$  та  $k_2$ .



Рис. 3. Криві ймовірнісних характеристик множини мінімальних перетинів системи.

Мінімальна множина перетинів системи містить два перетини "G1–G2", яким відповідають непрацездатні стани  $S_2$ ,  $S_8$  і  $S_{10}$ , та "TV1–TV2" – стани  $S_1$ ,  $S_4$  і  $S_5$ . Криві ймовірнісних характеристик мінімальних перетинів системи подані на рис. 3, зокрема суцільна крива I відповідає функції ймовірності перетину "TV1–TV2", а штрихова крива 2 -"G1–G2".

На підставі даних про перетини робимо висновок, що для зменшення ймовірності відмови системи для моменту часу 10 000 год. необхідно вжи-

ти заходів щодо підвищення безвідмовності групи трансформаторів TV1 та TV2,

оскільки їх одночасна непрацездатність є найімовірнішою причиною непрацездатності досліджуваної системи із відносною вагою 63,22%.

## ВИСНОВКИ

Розроблено математичну модель надійності системи із роздільним полегшеним резервуванням, що призначена для визначення ймовірнісних характеристик мінімальної множини перетинів. Надійність системи математично описано на основі динамічного дерева відмов, а ймовірнісні показники визначено за розщепленою однорідною марковською моделлю. Одержана модель забезпечує адекватне урахування перерозподілу навантаження між елементами, тривалість напрацювання до відмови яких розподілена за законом Вейбулла. За допомогою цієї моделі адекватно визначено ймовірнісні показники перетинів та показано, надійність яких елементів необхідно покращувати першочергово, щоб зменшити ймовірність відмови системи. Подальші дослідження спрямовані на розроблення математичних моделей надійності, які призначені для аналізу причин непрацездатності систем із складною структурою.

- 1. Wei-Chang Yeh. A new algorithm for generating minimal cut sets in k-out-of-n networks // Reliability Engng. & System Safety. 2006. 91, № 1. P. 36–43.
- 2. Vega M., Sarmiento H. G. Algorithm to evaluate substation reliability with cut and path sets // Industry Applications, IEEE Transactions on. – 2008. – 44, № 6. – P. 1851–1858.
- Стефанишин Д. В., Романчук К. Г. Логіко-імовірнісна оцінка ризику збитків від аварійного виливу води з басейну добового регулювання Зарамагської ГЕС-1 // Системні дослідження та інформаційні технології. – 2013. – № 3. – С. 130–141.
- 4. Половко А. М., Гуров С. В. Основы теории надежности. СПб: БХВ-Петербург, 2008. 704 с.
- 5. Yong Liu, Singh C. Reliability evaluation of composite power systems using Markov cut-set method // Power Systems, IEEE Trans. on. 2010. 25, № 2. P. 777–785.
- Haitao Guo, Xianhui Yang. Automatic creation of Markov models for reliability assessment of safety instrumented systems // Reliability Engng. & System Safety. 2008. 93, № 6. P. 829–837.
- 7. Codetta-Raiteri D. Integrating several formalisms in order to increase Fault Trees' modeling power // Ibid. 2011. 96, № 5. P. 534–544.
- Conception of Repairable Dynamic Fault Trees and resolution by the use of RAATSS, a Matlab® toolbox based on the ATS formalism / G. Manno, F. Chiacchio, L. Compagno, D. D'Urso, N. Trapani // Ibid. 2014. 121, № 1. P. 250–262.
- 9. *Modelling* a reliability system governed by discrete phase-type distributions / Juan Eloy Ruiz-Castro, Rafael Pérez-Ocón, Gemma Fernández-Villodre // Ibid. 2008. **93**, № 11. P. 1650–1657.
- 10. Chryssaphinou O., Limnios N., Malefaki S. Multi-state reliability systems under discrete time semi-markovian hypothesis // Reliability, IEEE Transactions on. 2011. **60**, № 1. P. 80–87.
- Mandziy B., Lozynsky O., Shcherbovskykh S. Mathematical model for failure cause analysis of electrical systems with load-sharing redundancy of component // Przeglad Elektrotechniczny. - 2013. - 89, № 11. - P. 244-247.
- 12. *Щербовських С. В.* Математичні моделі та методи для визначення характеристик надійності багатотермінальних систем із урахуванням перерозподілу навантаження. Львів: Вид-во "Львівська політехніка", 2012. 296 с.
- Математичні моделі та методи для аналізу надійності радіоелектронних, електротехнічних та програмних систем / Ю. Я. Бобало, Б. Ю. Волочій, О. Ю. Лозинський та ін. Львів: Вид-во "Львівська політехніка", 2013. 300 с.

Національний університет "Львівська політехніка"

Одержано 12.05.2014