УДК 519.248

МОДЕЛЬ НАДІЙНОСТІ ДЛЯ АНАЛІЗУ ПРИЧИН НЕПРАЦЕЗДАТНОСТІ СИСТЕМИ ІЗ ПЕРЕДАВАННЯМ ФУНКЦІЙ МІЖ ОДНОТИПНИМИ МОДУЛЯМИ

Т. О. Стефанович, С. В. Щербовських

Національний університет "Львівська політехніка"

E-mail: stefanovych@lp.edu.ua, shcherbov@lp.edu.ua

Запропоновано математичну модель надійності системи із передаванням функцій між однотипними модулями, яка адекватно враховує вплив коефіцієнта навантаження для елемента, який з'єднує однотипні модулі, на ймовірнісні характеристики причин непрацездатності системи. Для визначення характеристик надійності застосовано динамічне дерево відмов та марковську модель.

Ключові слова: модель надійності, динамічне дерево відмов, марковська модель, причина непрацездатності, резервування.

RELIABILITY MODEL FOR FAILURE CAUSE ANALYSIS OF A SYSTEM WITH FUNCTION TRANSFERING BETWEEN UNIFORM MODULUS

T. O. Stefanovych, S. V. Shcherbovskykh

Lviv Polytechnic National University

The mathematical reliability model for system with function transferring between uniform modulus is proposed. Function transferring is used for system reliability improving. The model is formed for failure cause analysis of such system. The reliability is formalized based on dynamic fault tree. Special repeater gate block is used for load-sharing condition definition. In particular, the gate block provides adequately taking into account load-sharing processes for connecting component that is installed between uniform modulus. For failure cause characteristics calculation dynamic fault tree is transformed to Markov model. The Markov model is created based on tensor formulas that taking into account component life distributed by Weibull. Using the simulation results failure cause priority is determined.

Keywords: reliability model, dynamical fault tree, Markov model, failure cause, redundancy.

Для підвищення надійності технічних систем застосовують структурне резервування, під час якого у структуру системи вводять надлишкові елементи, через що збільшується вартість багатьох механічних, гідравлічних та електротехнічних систем, погіршуються їх масогабаритні та технічні показники. З економічної точки зору це досить часто нівелює ефект від підвищення показників надійності системи, що змушує проектантів шукати для цього інші шляхи. Під час проектування систем, які складаються із однотипних модулів, з'являється корисна властивість, суть якої ось у чому. Якщо непрацездатний один із елементів модуля, то тимчасове його функціонування можна забезпечити за допомогою такого ж елемента, розміщеного у сусідньому модулі. Тоді зникає проблема підвищення вартості та масогабаритних показників системи, проте виникає низка обмежень. По-перше, не для кожного елемента, розміщеного у сусідньому модулі, технічно можливо передати його функцію до основного модуля, в якому відповідний елемент непрацездатний. По-друге, якщо така можливість існує, то необхідно додати у систему з'єднувальний елемент, який діагностуватиме потребу у такій передачі та здійснюватиме її. По-третє, якщо з'єднувальний елемент працює у режимі передавання функції із одного модуля в інший, то його навантаження зростає. У результаті виникає необхідність формування математичної моделі надійності, яка адекватно враховуватиме для системи, що складається із однотипних модулів, зміну навантаження з'єднувального елемента та її ймовірніс-

© Т. О. Стефанович, С. В. Щербовських, 2016

ні характеристики надійності. Системи, складені із однотипних модулів, для яких реалізують такий спосіб підвищення надійності, зустрічаються у транспортній сфері, в об'єктах військового призначення тощо.

Аналіз останніх досліджень. Для побудови моделей надійності систем, складених із однотипних модулів, виділяємо такі підходи. У працях [1, 2] застосовують дерева відмов, які базуються на логіко-ймовірнісному методі. Але такий підхід адекватно не враховує явища, пов'язані зі зміною навантаження, а також не розрізняє катастрофічні і некатастрофічні відмови елементів. У публікаціях [3, 4] використовують моделі надійності, які ґрунтуються на імітаційному моделюванні за методом Монте–Карло. Недоліком цього підходу є те, що одержані результати спотворені флуктуаціями, амплітуда яких для робочого діапазону параметрів сумірна зі значеннями досліджуваних характеристик. У працях [5, 6] застосовують марковські моделі, засновані на аналізі простору станів. Головні недоліки – обмеження експоненціальним розподілом, а також складність побудови.

Для розв'язання цієї проблеми використано підхід, який поєднує динамічні дерева відмов та марковські моделі надійності. Для послаблення обмеження експоненціальним розподілом застосовано розщеплення простору станів на основі тензорного аналізу [7–9], яке забезпечило врахування довільних розподілів і "запам'ятовування" передісторії напрацювання елементів системи за навантаженням.

Нижче розв'язали такі завдання: математично описали надійність системи на основі динамічного дерева відмов; побудували модель станів та подій, а також розщеплену однорідну марковську модель системи; визначили ймовірнісні характеристики причин непрацездатності системи.

Опис системи та її динамічне дерево відмов. В основному модулі 1 розміщено генератор G1, до якого підключено споживач M1 (рис. 1).



Рис. 1. Функціональна схема системи.

Поруч із модулем 1 встановлено аналогічний модуль 2, в якому розміщено генератор G2, до якого підключено споживач M2. Між силовими лініями, які з'єднують генератори зі споживачами, ввімкнено з'єднувальний елемент SW. Система функціонує так. Генератор G1 живить споживач M1, а генератор G2 – споживач M2, при цьому елемент SW перебуває у полегшеному режимі. Після відмови генератора G1 елемент SW діагностує його непрацездатність та подає до споживача M1

живлення від генератора G2 зі сусіднього модуля. У результаті такого перемикання навантаження елемента SW стає номінальним. Для спрощення моделі надійності вважали, що основний модуль не забезпечує працездатності сусіднього модуля. Це означає, що за відмови генератора G2 елемент SW не подає живлення до споживача M2 від генератора G1. Сусідній модуль функціонує у найбільш навантаженому режимі. Це означає, що генератор G2 перебуває весь час під одним і тим самим навантаженням, незалежно від стану споживача M2 та з'єднувального елемента SW.

Формалізуємо надійність системи динамічним деревом відмов, яке подано на рис. 2a, а відповідна структурна схема надійності – на рис. 2b. Динамічне дерево відмов є математичною моделлю, яка описує умову непрацездатності системи та умови зміни навантаження між її елементами на основі блоків, які позначають логічні операції. Непрацездатність системи позначено блоком "Вершина подій". Вважаємо, що така подія є катастрофічною, тобто поки вона не відбулась, ремонтувати будь-який елемент можна стільки разів, скільки потрібно. Відновлений елемент за експлуатаційними характеристиками прирівнюємо до нового, а інші вважаємо такими, що мають попереднє напрацювання. Якщо сталась відмова системи, то подальше ремонтування її елементів не розглядаємо.

Через непрацездатність системи настає одна із двох подій, що описує блок "Оператор 1", тип якого задано логічною операцією АБО. Перша настає за відмови споживача М1, що описує блок "Базова подія 4". Вважаємо, що напрацювання цього елемента розподілено за законом Вейбулла із параметрами α₄ і β₄. Друга подія зумовлена відмовою генератора G1 та неможливістю подати живлення від генератора G2, що описує блок "Оператор 2", тип якого задано логічною операцією І. Непрацездатність генератора G1, який розміщено в основному модулі, позначено блоком "Базова подія 1", а напрацювання до відмови такого елемента розподілено за законом Вейбулла із параметрами α_1 і β_1 . Подати живлення від генерато-



Рис. 2. Динамічне дерево відмов (*a*) та структурна схема надійності (*б*) системи.

ра G2 неможливо за відмови елемента SW або генератора G2, що описує блок "Оператор 3", тип якого задано логічною операцією АБО. Непрацездатність з'єднувального елемента SW та генератора G2, який розміщено у сусідньому модулі, позначають блоки "Базова подія 2" і "Базова подія 3", а напрацювання до відмови цих елементів розподілено за законом Вейбулла із параметрами α_2 і β_2 та α_3 і β_3 . Тривалість ремонтування елементів системи вважаємо розподіленою експоненціально із параметром μ .

У системі навантаження елемента SW змінюється залежно від стану генератора G1. Для опису цього процесу введемо у структуру динамічного дерева відмов блок "Оператор 4", який є повторювачем логічного сигналу, і задамо у ньому умову зміни навантаження. Якщо на вхід блока "Оператор 4" подається логічний сигнал ХИБНО, тобто генератор G1 працездатний, то інтенсивність напрацювання елемента SW, заданого блоком "Базова подія 3, вважаємо нижчою від номінальної в k_3 разів.

Модель станів та подій. За поданим вище динамічним деревом відмов системи згідно із формалізованими правилами [10] складено модель станів та подій. Вона є математичним описом станів, в яких може перебувати система, та подій,

які у ній можуть відбуваються, V проекційному зв'язку з процесами, що у ній протікають. Граф такої моделі подано на рис. 3, а її параметри – у таблиці. У моделі станів та подій процес напрацювання для генератора G1 позначено як Р₁, для гене-



Рис. 3. Граф станів та переходів системи.

ратора G2 – P₂, для елемента SW – P₃ та для споживача M1 – P₄. Процеси ремонтування для генераторів G1 та G2 – як P₅ та P₆; а для з'єднувального елемента SW

 – Р₇. Відмова споживача М1 призводить одразу до катастрофічної відмови, тому процес його ремонтування не задаємо.

Опис станів										Опис подій		
Почат- ковий	Графічне подання	Коефіцієнти масштабування							Y	назва	заверш.	кінц.
		P ₁	P_2	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	-	події	процес	стан
S ₁₃	Ţ <u>₽</u>]₽	1	1	<i>k</i> ₃	1	0	0	0	1	T_1	P ₁	S ₁₂
										T_2	P_2	S ₁₁
										T ₃	P ₃	S ₉
										T_4	P_4	S_5
S ₁₂	Ţ <u>×</u>]₽-	0	1	1	1	1	0	0	1	T_5	P_2	S_{10}
										T_6	P ₃	S_8
										T_7	P_4	\mathbf{S}_4
										T_8	P ₅	S ₁₃
S ₁₁	t x-m it	1	0	k ₃	1	0	1	0	1	T9	P ₁	S_{10}
										T ₁₀	P ₃	S_7
										T ₁₁	P_4	S_3
										T ₁₂	P ₆	S ₁₃
\mathbf{S}_{10}	±×	0	0	0	0	0	0	0	0	_	-	_
S ₉	t e x je	1	1	0	1	0	0	1	1	T ₁₃	P ₁	S_8
										T ₁₄	P ₂	S_7
										T ₁₅	P_4	S_2
										T ₁₆	P ₇	S ₁₃
S ₈		0	0	0	0	0	0	0	0	-	-	-
S ₇	t s s	1	0	0	1	0	1	1	1	T ₁₇	P ₁	S_6
										T ₁₈	P_4	S_1
										T ₁₉	P ₆	S ₉
										T ₂₀	P ₇	S ₁₁
S ₆		0	0	0	0	0	0	0	0	-	-	-
S ₅	+ C	0	0	0	0	0	0	0	0	-	-	-
S_4		0	0	0	0	0	0	0	0	-	-	-
S ₃		0	0	0	0	0	0	0	0	_	_	_
S_2		0	0	0	0	0	0	0	0	_	_	_
S_1	$ \mathbb{T}_{X-X}^{\mathbb{Z}} \times -$	0	0	0	0	0	0	0	0	_	-	_

Параметри моделі станів та подій системи

На рис. 3 працездатні стани системи позначені колом, зафарбованим білим, а непрацездатні — сірим. Система перебуває у тринадцяти станах, із яких S₇, S₉, S₁₁–S₁₃ відповідають працездатності. Непрацездатні стани згруповано у три множини згідно з причинами відмови системи. Перша множина C₁ відповідає непра-

цездатності системи внаслідок відмови споживача М1. Сюди входять стани S_1 – S_5 . Друга C_2 – непрацездатності системи через відмову генератора G1 та елемента SW і містить стани S_6 та S_8 , а третя C_3 – відмові генераторів G1 та G2 і охоплює стани S_6 та S_{10} . Звернемо увагу, що непрацездатний стан S_6 належить обом множинам. У системі відбувається двадцять подій, із яких десять (T_4 – T_7 , T_9 , T_{11} , T_{13} , T_{15} , T_{17} та T_{18}) спричиняють катастрофічну відмову. Параметрами станів є значення коефіцієнтів масштабування для процесів P_1 – P_7 та логічна функція Y, яка набуває значення "1", якщо система працездатна, та "0" – якщо ні. Параметрами подій є назва початкового стану, назва процесу, який завершився, та назва кінцевого стану.

Марковська модель. Ґрунтуючись на моделі станів та подій системи, згідно із формалізованими правилами [10] сформуємо розщеплену однорідну марковську модель. Вона є множиною матриць, які задають інтенсивності переходів між фазами **A**, початкові ймовірності фаз **p**(0), а також зв'язок **C** функцій ймовірності фаз із характеристиками надійності системи. Марковську модель подають системою рівнянь Колмогорова–Чепмена:

$$\frac{d}{dt}\mathbf{p}(t) = \mathbf{A}\mathbf{p}(t), \quad \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{p}(t),$$

де t – час; $\mathbf{p}(t)$ – вектор, що містить функції ймовірності фаз; $\mathbf{y}(t)$ – вектор, який містить функції ймовірності причин непрацездатності.

Для досліджуваної системи марковська модель подана так:



Компоненти марковської моделі системи формуємо на основі допоміжних марковських моделей процесів її елементів. Параметри марковських моделей процесів визначаємо згідно із умови рівності першого і центрованого другого моментів фактичного розподілу процесу та його допоміжної марковської моделі. Вважаємо, що параметри допоміжної марковської моделі процесу P₁{α₁, β₁} ста-

новлять $\{\mathbf{A}_1, \mathbf{p}_1(0), \mathbf{C}_1\}$, для $P_2\{\alpha_2, \beta_2\} - \{\mathbf{A}_2, \mathbf{p}_2(0), \mathbf{C}_2\}$, для $P_3\{\alpha_3, \beta_3\} - \{\mathbf{A}_3, \mathbf{p}_3(0), \mathbf{C}_2\}$ C_3 }, для $P_4{\alpha_4, \beta_4} - {A_4, p_4(0), C_4}$, для $P_5{\mu} - {A_5, p_5(0), C_5}$, для $P_6{\mu} - {C_5}$ $\{A_6, p_6(0), C_6\}$ та для $P_7\{\mu\} - \{A_7, p_7(0), C_7\}$. Згідно з вказаними параметрами компоненти марковської моделі усієї системи обчислено за такими формулами. Зокрема, для працездатних станів S_{13} , S_{12} , S_{11} , S_9 і S_7 відповідно маємо: $\mathbf{A}_{\mathbf{S}_{12}} = \mathbf{A}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{A}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes$ $+k_3\mathbf{E}_1\otimes\mathbf{E}_2\otimes\mathbf{A}_3\otimes\mathbf{E}_4\otimes\mathbf{E}_5\otimes\mathbf{E}_6\otimes\mathbf{E}_7+\mathbf{E}_1\otimes\mathbf{E}_2\otimes\mathbf{E}_3\otimes\mathbf{A}_4\otimes\mathbf{E}_5\otimes\mathbf{E}_6\otimes\mathbf{E}_7,$ $\mathbf{p}_{\mathbf{S}_{12}}(0) = \mathbf{p}_1(0) \otimes \mathbf{p}_2(0) \otimes \mathbf{p}_3(0) \otimes \mathbf{p}_4(0) \otimes \mathbf{p}_5(0) \otimes \mathbf{p}_6(0) \otimes \mathbf{p}_7(0);$ $\mathbf{A}_{\mathbf{S}_{12}} = \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{A}_2 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{A}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes$ $+\mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{A}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{A}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7;$ $\mathbf{A}_{\mathbf{S}_{11}} = \mathbf{A}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{A}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes$ $+k_3\mathbf{E}_1\otimes\mathbf{E}_2\otimes\mathbf{A}_3\otimes\mathbf{E}_4\otimes\mathbf{E}_5\otimes\mathbf{E}_6\otimes\mathbf{E}_7+\mathbf{E}_1\otimes\mathbf{E}_2\otimes\mathbf{E}_3\otimes\mathbf{E}_4\otimes\mathbf{E}_5\otimes\mathbf{A}_6\otimes\mathbf{E}_7;$ $\mathbf{A}_{\mathbf{S}_{0}} = \mathbf{A}_{1} \otimes \mathbf{E}_{2} \otimes \mathbf{E}_{3} \otimes \mathbf{E}_{4} \otimes \mathbf{E}_{5} \otimes \mathbf{E}_{6} \otimes \mathbf{E}_{7} + \mathbf{E}_{1} \otimes \mathbf{A}_{2} \otimes \mathbf{E}_{3} \otimes \mathbf{E}_{4} \otimes \mathbf{E}_{5} \otimes \mathbf{E}_{6} \otimes \mathbf{E}_{7} + \mathbf{E}_{1} \otimes \mathbf{A}_{2} \otimes \mathbf{E}_{3} \otimes \mathbf{E}_{4} \otimes \mathbf{E}_{5} \otimes \mathbf{E}_{6} \otimes \mathbf{E}_{7} + \mathbf{E}_{6} \otimes \mathbf{E}_{7} \otimes \mathbf{E}_{8} \otimes \mathbf{$ $+\mathbf{E}_{1}\otimes\mathbf{E}_{2}\otimes\mathbf{E}_{3}\otimes\mathbf{A}_{4}\otimes\mathbf{E}_{5}\otimes\mathbf{E}_{6}\otimes\mathbf{E}_{7}+\mathbf{E}_{1}\otimes\mathbf{E}_{2}\otimes\mathbf{E}_{3}\otimes\mathbf{E}_{4}\otimes\mathbf{E}_{5}\otimes\mathbf{E}_{6}\otimes\mathbf{A}_{7};$ $\mathbf{A}_{\mathbf{S}_{2}} = \mathbf{A}_{1} \otimes \mathbf{E}_{2} \otimes \mathbf{E}_{3} \otimes \mathbf{E}_{4} \otimes \mathbf{E}_{5} \otimes \mathbf{E}_{6} \otimes \mathbf{E}_{7} + \mathbf{E}_{1} \otimes \mathbf{E}_{2} \otimes \mathbf{E}_{3} \otimes \mathbf{A}_{4} \otimes \mathbf{E}_{5} \otimes \mathbf{E}_{6} \otimes \mathbf{E}_{7} + \mathbf{E}_{1} \otimes \mathbf{E}_{2} \otimes \mathbf{E}_{3} \otimes \mathbf{A}_{4} \otimes \mathbf{E}_{5} \otimes \mathbf{E}_{6} \otimes \mathbf{E}_{7} + \mathbf{E}_{1} \otimes \mathbf{E}_{2} \otimes \mathbf{E}_{3} \otimes \mathbf{A}_{4} \otimes \mathbf{E}_{5} \otimes \mathbf{E}_{6} \otimes \mathbf{E}_{7} + \mathbf{E}_{1} \otimes \mathbf{E}_{2} \otimes \mathbf{E}_{3} \otimes \mathbf{E}_{4} \otimes \mathbf{E}_{5} \otimes \mathbf{E}_{6} \otimes \mathbf{E}_{7} + \mathbf{E}_{1} \otimes \mathbf{E}_{2} \otimes \mathbf{E}_{3} \otimes \mathbf{E}_{4} \otimes \mathbf{E}_{5} \otimes \mathbf{E}_{6} \otimes \mathbf{E}_{7} + \mathbf{E}_{1} \otimes \mathbf{E}_{2} \otimes \mathbf{E}_{3} \otimes \mathbf{E}_{4} \otimes \mathbf{E}_{5} \otimes \mathbf{E}_{6} \otimes \mathbf{E}_{7} + \mathbf{E}_{1} \otimes \mathbf{E}_{2} \otimes \mathbf{E}_{3} \otimes \mathbf{E}_{4} \otimes \mathbf{E}_{5} \otimes \mathbf{E}_{6} \otimes \mathbf{E}_{7} + \mathbf{E}_{6} \otimes \mathbf{E}_{7} \otimes \mathbf{E}_{8} \otimes \mathbf{$ $+\mathbf{E}_{1}\otimes\mathbf{E}_{2}\otimes\mathbf{E}_{3}\otimes\mathbf{E}_{4}\otimes\mathbf{E}_{5}\otimes\mathbf{A}_{6}\otimes\mathbf{E}_{7}+\mathbf{E}_{1}\otimes\mathbf{E}_{2}\otimes\mathbf{E}_{3}\otimes\mathbf{E}_{4}\otimes\mathbf{E}_{5}\otimes\mathbf{E}_{6}\otimes\mathbf{A}_{7},$

де \otimes – оператор тензорного множення; $E_1 - E_7$ – одиничні матриці, розмірність яких дорівнює розмірності матриць $A_1 - A_7$.

Для подій T_1 , T_9 , T_{13} та T_{17} , спричинених завершенням процесу P_1 :

 $\mathbf{A}_{\mathbf{T}_1} = \mathbf{A}_{\mathbf{T}_9} = \mathbf{A}_{\mathbf{T}_{13}} = \mathbf{A}_{\mathbf{T}_{17}} = \mathbf{p}_1 \mathbf{C}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7.$

Для подій T₂, T₅ та T₁₄, спричинених завершенням процесу P₂:

 $\mathbf{A}_{\mathbf{T}_2} = \mathbf{A}_{\mathbf{T}_5} = \mathbf{A}_{\mathbf{T}_{14}} = \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{p}_2 \mathbf{C}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7.$

Для подій T₃, T₆ та T₁₀, спричинених завершенням процесу P₃:

 $\mathbf{A}_{\mathrm{T}_6} = \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{p}_3 \mathbf{C}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7,$

$$\mathbf{A}_{\mathrm{T}_3} = \mathbf{A}_{\mathrm{T}_{10}} = k_3 \, \mathbf{A}_{\mathrm{T}_6}.$$

Для подій T₄, T₇, T₁₁, T₁₅ та T₁₈, спричинених завершенням процесу P₄: $\mathbf{A}_{T_4} = \mathbf{A}_{T_7} = \mathbf{A}_{T_{11}} = \mathbf{A}_{T_{15}} = \mathbf{A}_{T_{19}} = \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{p}_4 \mathbf{C}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7.$

Для події Т₈, спричиненої завершенням процесу Р₅:

 $\mathbf{A}_{\mathrm{T}_{\mathrm{o}}} = \mathbf{E}_{1} \otimes \mathbf{E}_{2} \otimes \mathbf{E}_{3} \otimes \mathbf{E}_{4} \otimes \mathbf{p}_{5} \mathbf{C}_{5} \otimes \mathbf{E}_{6} \otimes \mathbf{E}_{7}.$

Для подій T_{12} та T_{19} , спричинених завершенням процесу P_6 :

$$\mathbf{A}_{\mathrm{T}_{12}} = \mathbf{A}_{\mathrm{T}_{10}} = \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{p}_6 \mathbf{C}_6 \otimes \mathbf{E}_7.$$

Для подій T₁₆ та T₂₀, спричинених завершенням процесу P₇:

$$\mathbf{A}_{\mathbf{T}_{16}} = \mathbf{A}_{\mathbf{T}_{20}} = \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{p}_7 \mathbf{C}_7.$$

У матриці С одиничний вектор-рядок I має розмірність, яка дорівнює добутку розмірностей усіх матриць інтенсивності переходів A_1-A_7 . Цю матрицю складено так, щоб три її рядки відповідали ймовірнісним характеристикам причин непрацездатності системи C_1-C_3 . Одержана модель містить 208 рівнянь. **Ймовірнісні характеристики системи.** Значення параметрів для елементів системи вибрано так: $\alpha_1 = \alpha_2 = 3000$ год, $\beta_1 = \beta_2 = 1,2$; $\alpha_3 = 1000$ год, $\beta_3 = 1,3$; $\alpha_4 = 50\ 000$ год, $\beta_4 = 1,1$, інтенсивність відновлення $\mu = 0,02\ 1/$ год. На основі розщепленої однорідної марковської моделі обчислено ймовірнісні характеристики причин непрацездатності системи. На рис. 4 подано сімейство кривих ймовірнісних характеристик для різних значень коефіцієнта k_3 , який вказує, наскільки зменшується інтенсивність напрацювання елемента SW у режимі очікування порівняно із номінальним. Він може набувати значенья у межах від 0 до 1. Значення 0 означає, що у режимі очікування зношування елемента SW відсутнє, а значення 1 засвідчує, що у цьому режимі його навантаження номінальне.



Рис. 4. Криві ймовірнісних характеристик причин непрацездатності системи.

Штрихові криві 1 і 2 відповідають ймовірності непрацездатності системи внаслідок причини C₁, за якої споживач M1 непрацездатний. Суцільні 3-8 – ймовірностям непрацездатності системи внаслідок причини C₂, коли генератор G1 та елемент SW непрацездатні, а штрихпунктирні 9 і 10 – внаслідок причини C₃, коли непрацездатні обидва генератори G1 та G2. Криві 1, 3 та 9 відповідають значенню $k_3 = 0$; криві 2, 8 та 10 - 1; крива 4 - 0,2, крива 5 - 0,4, крива 6 - 0,6, а крива $9 - k_3 = 0,8$.

Як бачимо, зі збільшенням коефіцієнта k_3 у досліджуваних межах ймовірнісні характеристики непрацездатності системи внаслідок причин C₁ та C₃ спадають у діапазонах, обмежених кривими 1 і 2 та 9 і 10, через причину C₂ різко зростають у діапазоні, обмеженому кривими 3 і 8. Це означає, що залежно від коефіцієнта k_3 та досліджуваного часового інтервалу відносний внесок причин непрацездатності змінюється. Зокрема, для напрацювання 2000 год та для $k_3 = \{0,0; 0,2; 0,4; 0,6\}$ домінуючою причиною непрацездатності є C₁, а для $k_3 = \{0,8; 1,0\}$ – причина C₂. Для напрацювання 800 год описана вище тенденція зберігається, окрім значення $k_3 = 0,8$, за якого причина непрацездатності C₁ домінує незалежно від значення коефіцієнта k_3 .

Одержана марковська модель досліджуваної системи є жорсткою, що зумовлено розкидом параметрів процесів напрацювання та ремонтування, особливістю методу розщеплення простору станів та впливом коефіцієнта k_3 .

ВИСНОВКИ

Розроблено математичну модель надійності системи із передаванням функцій між однотипними модулями. Вона призначена для кількісного аналізу причин непрацездатності такої системи. Надійність системи математично описано динамічним деревом відмов, в якому задано логічні умови зміни навантаження з'єднувального елемента залежно від стану генератора в основному модулі. Ймовірнісні характеристики системи визначено за марковською моделлю, в якій на основі тензорних виразів розщеплення простору станів враховано вплив перерозподілу навантаження між елементами системи, тривалість напрацювання до відмови яких розподілена за законом Вейбулла. За допомогою такої моделі проаналізовано вплив зміни навантаження з'єднувального елемента на причини непрацездатності системи. Кількісно встановлено, що зі збільшенням коефіцієнта навантаження з'єднувального елемента у режимі очікування непрацездатність системи внаслідок відмови основного генератора та з'єднувального елемента із другорядної причини стає домінуючою. Адекватно кількісно проаналізувати таку властивість системи не можна ні з допомогою логіко-ймовірнісного аналізу, ні звичайної однорідної марковської моделі надійності.

Подальші дослідження скеровані на розроблення моделі надійності системи, в якій враховано помилки першого та другого роду під час вмикання з'єднувального елемента та передавання функцій між однотипними модулями.

- 1. Vega M., Sarmiento H. G. Algorithm to evaluate substation reliability with cut and path sets // Industry Applications, IEEE Transactions on. – 2008. – 44, № 6. – P. 1851–1858.
- 2. Wei-Chang Yeh. A new algorithm for generating minimal cut sets in k-out-of-n networks // Reliability Eng. & System Safety. 2006. 91, № 1. P. 36–43.
- 3. *Khanh Nguyen T. P., Julie Beugina, Juliette Marais.* Method for evaluating an extended Fault Tree to analyse the dependability of complex systems: Application to a Satellite-based railway system // Reliability Eng. & System Safety. 2015. **133**. P. 300–313.
- 4. A stochastic approach for the analysis of dynamic fault trees with spare gates under probabilistic common cause failures / P. Zhu, J. Han, L. Liu, F. Lombardi // Reliability, IEEE Transactions on. 64, № 3. P. 878–892.
- 5. *Conception* of Repairable Dynamic Fault Trees and resolution by the use of RAATSS, a Matlab® toolbox based on the ATS formalism / G. Manno, F. Chiacchio, L. Compagno et al. // Reliability Eng. &System Safety. 2014. **121**, № 1. P. 250–262.
- 6. Daniele Codetta-Raiteri. Integrating several formalisms in order to increase Fault Trees' modeling power // Reliability Eng. & System Safety. – 2011. – 96, № 5. – P. 534–544.
- 7. Shcherbovskykh S., Lozynsky O., Marushchak Ya. Failure intensity determination for system with standby doubling // Przeglad Elektrotechniczny. 2011. 87, № 5. P. 160–162.
- Mandziy B., Lozynsky O., Shcherbovskykh S. Mathematical model for failure cause analysis of electrical systems with load-sharing redundancy of component // Przeglad Elektrotechniczny. - 2013. - 89, № 11. - P. 244–247.
- Stefanovych T., Shcherbovskykh S., Droździel P. The reliability model for failure cause analysis of pressure vessel protective fittings with taking into account load-sharing effect between valves // Diagnostyka. – 2015. – 16, № 4. – P. 17–24.
- Щербовських С. В. Математичні моделі та методи для визначення характеристик надійності багатотермінальних систем із урахуванням перерозподілу навантаження. – Львів: Видво "Львівської політехніки", 2012. – 296 с.

Одержано 21.03.2016