

АНАЛІТИЧНА МОДЕЛЬ GPS СИНХРОНІЗАЦІЇ ВИМІРЮВАНЬ ІЗ УРАХУВАННЯМ СТОХАСТИЧНИХ ЕФЕКТІВ

А. П. Бондарєв¹, А. М. Пристай²

¹ Національний університет “Львівська політехніка”;

² Львівський центр Інституту космічних досліджень НАН та ДКА України

E-mail: bondap@ukr.net, pristaj@isr.lviv.ua

Запропонована нова структура схеми синхронізації вимірювань за допомогою модулів GPS для двох і більше рознесених станцій. Для спрощення моделювання сукупність багатьох джерел тактових GPS сигналів замінено на віртуальний еталонний генератор з певною фазовою нестабільністю. Розроблена стохастична модель сукупності пристроїв синхронізації. Розв’язані стохастичні та кумулянтні диференціальні рівняння моделі синхронізації. За результатами обчислювальних експериментів ідентифіковано параметри моделі, зокрема коефіцієнт підсилення петлі, коефіцієнти пропорційності та інерційності петлі. Впровадження отриманих результатів у структуру широкосмугової магнетотелуричної станції LEMI-423 дало можливість значно зменшити похибку від нестабільності сигналу синхронізації.

Ключові слова: синхронізація вимірювань, GPS синхронізація, еталонний генератор, стохастична модель.

THE ANALYTICAL MODEL OF MEASUREMENT WITH GPS SYNCHRONIZATION TAKING INTO ACCOUNT THE STOCHASTIC EFFECTS

A. P. Bondarev¹, A. M. Prystai²

¹Lviv Polytechnic National University;

²Lviv Center of the Institute for Space Research NAS and SSA of Ukraine

A new structure for the diagram of measurements synchronization using GPS modules for two or more spaced stations is proposed. To simplify the modeling, a set of sources of GPS clock signals is replaced with a virtual reference generator with certain phase instability. The stochastic model is developed for synchronization of multiple devices. The cumulant and stochastic differential equations for the synchronization model are solved. The performed computation experiments made it possible to identify the model parameters, including loop gain, and factors of conversion and inertia of the loop. Implementation of the results into the structure of broadband magnetotelluric station LEMI-423 significantly reduced a measurement error produced by clock signal instability.

Keywords: synchronization measurements, GPS synchronization, reference generator, stochastic model.

Одним з найпоширеніших методів дослідження геологічної будови Земної кори та пошуку корисних копалин є магнетне розвідування, яке ґрунтується на вивченні особливостей розподілу магнетного поля, викликаних відповідними властивостями гірських порід [1], та ставить за мету вивчити магнетні аномалії, створювані геологічними тілами, намагнеченими або тепер (індукована намагнеченість), або в попередні геологічні епохи (залишкова). Намагнеченість цих тіл залежить від наявності феромагнетних мінералів (наприклад, магнетиту, піротину). Останнім часом набула популярності тенденція використовувати у вимірюваннях два і більше одночасно працюючі і просторово рознесені автономні вимірювачі магнетного поля, що дає можливість суттєво підвищити якість результатів внаслідок відсіювання завад та поліпшити відношення сигнал/шум. Цей метод потребує точної синхронізації вимірювання магнетних полів з одночасним прив’язуванням вимірювань до місця розташування. Під час вивчення великих

© А. П. Бондарєв¹, А. М. Пристай, 2017

територій або ділянок з утрудненим доступом (ліси, болота, мілководдя) найчастіше для магнеторозвідування вживають аеромагнетні методи, в яких використовують малі автономні апарати або дрони, здатні тривалий час триматися в повітрі і нести на собі достатньо точні магнетометри [2]. Щоб відокремити часові і просторові варіації магнетного поля, необхідно як мінімум два магнетометри для синхронних вимірювань: один опорний – на землі, а другий рухомий – на дроні.

Для синхронної роботи декількох приладів широко застосовують систему глобального позиціонування і часу – GPS приймачі, які синхронізують реєстрацію даних за часом. Однак сам GPS модуль не може забезпечити потрібної точності синхронізації для систем вимірювання на малих інтервалах. Тому в класичних системах вживають GPS приймач і керований генератор, реалізований на мікросхемах AD9547 або AD9549. Однак ці пристрої споживають досить багато електричної енергії (від 800 до 1250 мВт), що не може задовольнити вимоги до автономних систем (як правило, на вузол синхронізації виділяється не більше 100 мВт). Одна з можливих схем синхронізації з малим споживанням електричної енергії запропонована в праці [3]. Вона синхронізує дані з похибкою не більше $\pm 0,2$ мкс, але придатна лише для 16-бітових аналого-цифрових перетворювачів (АЦП), що вже не відповідає сучасним вимогам.

Відомі стаціонарні системи, які видають сигнал 10 МГц, синхронізований за часом і фазою зі системою GPS. Спрощений варіант такої системи має керований напругою термостабілізований генератор [4] і той самий недолік – велике споживання електричної енергії (декілька Вт), що не дає можливості використовувати її в автономних системах.

На базі такої системи побудували автономний блок збору даних вимірювання, синхронізований з GPS, який має незначне споживання електричної енергії і відносно невелику вартість. Його особливістю є розширене використання модулів мікроконтролера і периферійних пристроїв, а також спеціальної розробленої програми з гнучкими параметрами цифрового фазового автоматичного підлаштування частоти (ЦФАПЧ). У результаті досягнули точності синхронізації вибірки, кращої, ніж ± 60 нс, без стрибків фази і спотворення, а також фіксованого зсуву залежно від частоти дискретизації АЦП. Таку систему успішно використали для синхронного вимірювання магнетних і електричних полів у польових умовах за допомогою відповідних багатоканальних давачів у магнетотелуричних та магнетометричних станціях, вперше – в польовій станції LEMI-423 для синхронізації роботи п'яти каналів АЦП з 32-бітовим словом у діапазоні $\pm 2,5$ В з подальшою цифровою фільтрацією і максимальною частотою дискретизації 4000 відліків на секунду [5]. Для розв'язання цього важливого завдання побудовано та досліджено стохастичну модель роботи системи, особливості якої та результати моделювання подані нижче.

Стохастична модель розподіленої системи синхронізації. Моделювали територіально розподілену сукупність вимірювальних станцій, які використовують синхронізаційну інформацію від GPS приймачів. Структурна схема кожної з таких станцій наведена на рис. 1. Для спрощення на ній зображений тільки один канал оцифрування сигналу. Кількість каналів може змінюватись аж до семи, залежно від поставленого завдання.

Принциповими для моделювання є два аспекти. По-перше, джерело тактових сигналів GPS можна сприймати як віртуальний еталонний генератор з певною фазовою нестабільністю. Значна кількість одночасно працюючих вимірювальних станцій дає можливість говорити про ансамбль реалізацій і повною мірою застосовувати засоби статистичного аналізу. По-друге, через порівняно низький рівень завад можна знехтувати нелінійне спотворення і прийняти лінеаризовану модель пристрою фазової синхронізації. Віртуальний еталонний гене-

ратор заміняє в описі сукупність багатьох джерел тактових GPS сигналів з певною фазовою нестабільністю. Структурна та лінеаризована функціональні схеми пристрою фазової синхронізації наведені на рис. 2.

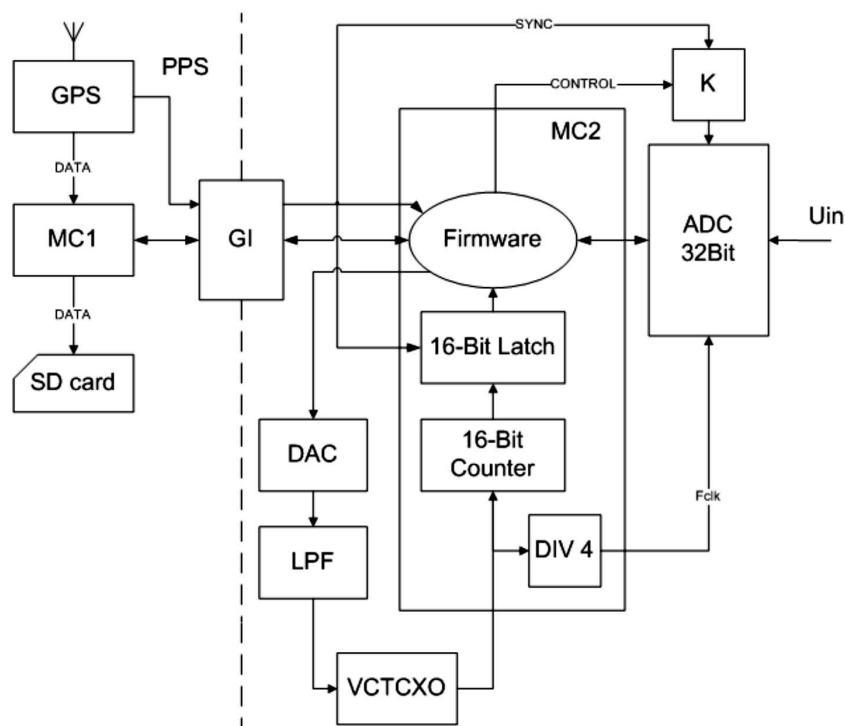


Рис. 1. Структурна схема виміральної станції: PPS – односекундний імпульс, синхронізований зі системою глобального позионування і часу; DATA – напрям руху даних; MC1, MC2 – перший та другий мікроконтролери; SD card – пристрій для запису і зберігання оцифрованих даних; GI – гальванічна ізоляція між блоком збору даних і оцифровування;

DAC – цифро-аналоговий перетворювач; LPF – фільтр низьких частот;

VCTCXO – керований напругою термостабілізований генератор;

Firmware – програмний код для забезпечення роботи ЦФАПЧ та роботи з АЦП;

16-Bit Latch – регістр для запам'ятовування 16-бітового слова;

Bit Counter – 16-бітовий лічильник; DIV 4 – подільник на чотири;

SYNC – сигнал синхронізації PPS після гальванічної розв'язки;

CONTROL – сигнал керування початковою синхронізацією;

K – ключ синхронізації; ADC 32Bit – 32-бітовий АЦП;

Fck – частота синхронізації модулятора АЦП; Uin – вхідний вимірвальний сигнал.

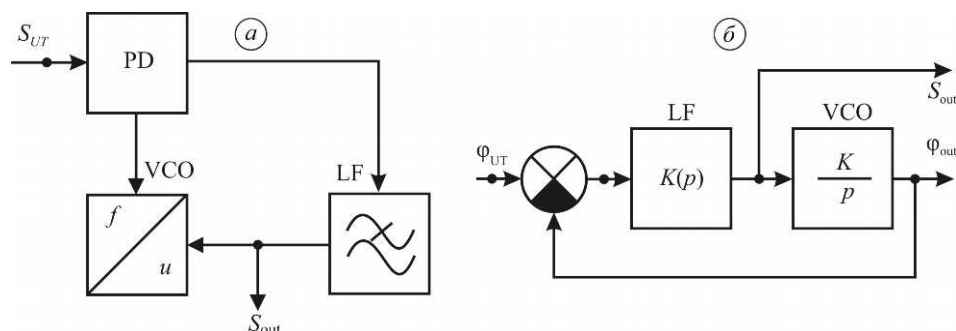


Рис. 2. Структурна (а) та лінеаризована (б) функціональні схеми пристрою фазової синхронізації: PD – фазовий детектор; VCO – керований генератор; LF – фільтр низьких частот петлі (ФНЧ); S_{UT} – сигнал віртуального еталонного генератора; S_{out} – відфільтрований сигнал віртуального еталонного генератора; φ_{UT} – фазова нестабільність еталонного генератора.

Нехай на вхід пристрою (рис. 2а) надходить сигнал s_{UT} віртуального еталонного генератора з фазовою нестабільністю:

$$s_{UT}(t) = A_0 \cos(\Phi_0) = A_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_{UT}(t)). \quad (1)$$

Тут A_0 – амплітуда сигналу еталонного генератора; Φ_0 – його повна фаза; ω_0 – несуча частота; $\varphi_{UT}(t)$ – вінерівський випадковий процес, який характеризує фазову нестабільність еталонного генератора (джитер GPS). Без втрати загальності, для визначеності, значення несучої частоти еталонного генератора можна прийняти рівним частоті тактування АЦП $F_{clk} = 4,096$ МГц (див. рис. 1), а отже, встановити однозначну відповідність між розрахованою фазовою похибкою пристрою синхронізації та доступним для експериментального вимірювання часовим джитером.

Використаємо загальноприйняті припущення: амплітудні флуктуації корисного сигналу і керованого генератора (КГ) можна знехтувати; фазовий детектор (ФД) є перемножувачем з коефіцієнтом підсилення k_{PD} , тобто для гармонічних сигналів характеристика ФД є синусоподібною, а для малих збурень – лінійною; характеристика КГ в межах робочої ділянки є лінійна з крутістю S ; всі елементи пристрою безінерційні.

Сигнал на виході КГ описує вираз

$$s_{VCO}(t) = A_1 \cos(\Phi_{VCO}), \quad (2)$$

де A_1 – амплітуда сигналу КГ; Φ_{VCO} – його повна фаза.

Оскільки частота КГ залежить від напруги керування $u_C(t)$ та дестабілізуючих чинників, часову похідну його повної фази можна описати виразом

$$\frac{d\Phi_{VCO}}{dt} = \omega_{VCO} - S \cdot u_C(t) + \frac{d\varphi_{VCO}}{dt}. \quad (3)$$

Тут ω_{VCO} – власна частота КГ, яка в ідеальному випадку точно дорівнює несучій частоті еталонного генератора, але внаслідок температурної нестабільності може відхилятися від неї; $\varphi_{VCO}(t)$ – випадковий процес, який характеризує власну фазову нестабільність КГ (джитер VCO).

Позначивши джитер усього пристрою або його фазову похибку як $\varphi(t) = \Phi_{VCO} - \omega_0 t$, отримаємо з функціональної схеми на рис. 2б та виразів (2) і (3) рівняння

$$\frac{d\varphi}{dt} = \omega_{VCO} - K(p)Su_C(t) + \frac{d\varphi_{VCO}}{dt} - \omega_0 = \Omega_{in} - K(p)Su_C(t) + \frac{d\varphi_{VCO}}{dt}, \quad (4)$$

в якому Ω_{in} – початкове відстроювання (initial detuning) між власною частотою керованого та еталонного генераторів, $K(p)$ – коефіцієнт передавання ФНЧ петлі.

Згідно з теорією оптимальної нелінійної фільтрації [6, 7], найкращих показників пристрою синхронізації можна досягнути, використовуючи пропорційно-інтегральний фільтр петлі з коефіцієнтом передавання

$$K(p) = \frac{1 + mpT}{1 + pT}, \quad (5)$$

де T – стала часу; m – коефіцієнт пропорційності ФНЧ петлі. З урахуванням (5) вираз (4) набуває вигляду

$$\frac{d\varphi}{dt} = p\varphi = \Omega_{in} - \frac{1 + mpT}{1 + pT} Su_C + \frac{d\varphi_{VCO}}{dt} \quad (6)$$

або, після елементарних перетворень:

$$p\varphi = \Omega_{in} - \left(m + \frac{1-m}{1+pT}\right)Su_C + \frac{d\varphi_{VCO}}{dt} = \Omega_{in} - (1-m)Su_C \cdot \frac{1}{1+pT} - mSu_C + \frac{d\varphi_{VCO}}{dt}. \quad (7)$$

Вводимо позначення

$$\Omega \equiv \Omega_{in} - (1-m)Su_C \cdot \frac{1}{1+pT} \quad (8)$$

і вираз (7) зводимо до вигляду

$$p\varphi = \Omega - mSu_C + \frac{d\varphi_{VCO}}{dt}. \quad (9)$$

Змінна Ω має фізичний зміст частотної похибки пристрою синхронізації. Перетворимо вираз (8) на звичайне диференціальне рівняння:

$$\Omega(1+pT) = \Omega_{in}(1+pT) - (1-m)Su_C; \quad \Omega + pT\Omega = \Omega_{in} - (1-m)Su_C;$$

$$T \frac{d\Omega}{dt} = \Omega_{in} - \Omega - (1-m)Su_C. \quad (10)$$

Рівняння (6) та (10) разом утворюють систему диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} \frac{d\varphi}{dt} = \Omega - mSu_C(t) + \frac{d\varphi_{VCO}}{dt} \\ T \frac{d\Omega}{dt} = \Omega_{in} - \Omega - (1-m)Su_C(t) \end{cases}, \quad (11)$$

яка і є моделлю пристрою синхронізації.

З урахуванням припущення про лінійність фазового детектора можна перетворити вираз $Su_C(t)$, який залежить від керуючої напруги КГ, так:

$$Su_C(t) = Sk_{PD} \cdot (\Phi_{VCO} - \Phi_0) = K \cdot (\varphi - \varphi_{UT}(t)). \quad (12)$$

Тут $K = S \cdot k_{PD}$ – коефіцієнт підсилення петлі (Loop Gain), Гц. З урахуванням (12) система (11) набуде вигляду

$$\begin{cases} \frac{d\varphi}{dt} = \Omega - mK\varphi - mK\varphi_{UT}(t) + \frac{d\varphi_{VCO}}{dt}, \\ T \frac{d\Omega}{dt} = \Omega_{in} - \Omega - (1-m)K\varphi - (1-m)K\varphi_{UT}(t). \end{cases} \quad (13)$$

Математична модель (13) є замкненою відносно фазових змінних системою стохастичних рівнянь, яка описує поведінку пристрою фазової синхронізації і є об'єктом подальшого дослідження. Експериментальні дані свідчать, що власний джитер КГ на декілька порядків менший, ніж джитер GPS, тому модель (13) можна дещо спростити:

$$\begin{cases} \frac{d\varphi}{dt} = \Omega - mK\varphi - mK\varphi_{UT}(t), \\ T \frac{d\Omega}{dt} = \Omega_{in} - \Omega - (1-m)K\varphi - (1-m)K\varphi_{UT}(t). \end{cases} \quad (14)$$

Численні дослідження засвідчують, що моделі вигляду (14) адекватно описують статистичну динаміку пристроїв синхронізації. Складність їх аналізу зумовлена трьома аспектами. По-перше, необхідно реалізувати генератор випадкових впливів. По-друге, миттєві значення фазових змінних (фазової та частотної похибок синхронізації) можна отримати тільки числовим інтегруванням через перехідний процес. По-третє, таке інтегрування слід виконувати кілька десятків або

сотень разів для аналізу різних реалізацій випадкового процесу та накопичення статистичних даних. Уникнути цього можна методом кумулянтного аналізу.

Кумулянтна модель розподіленої системи синхронізації. Кумулянтний аналіз, теорія якого викладена в праці [8], а приклади застосування до пристроїв синхронізації наведено в [9], дає можливість перейти від опису миттєвих значень реалізації випадкового процесу до аналізу статистичних характеристик ансамблю реалізацій. Система рівнянь (14) визначає двовимірний неперервний марковський процес, неоднорідний у просторі фазових змінних. Кінетичні коефіцієнти цього процесу такі:

$$\text{коефіцієнти зносу } K_{10} = K_{\varphi} = \Omega - mK\varphi, \quad K_{01} = K_{\Omega} = [\Omega_{in} - \Omega - (1-m)K\varphi]/T;$$

$$\text{коефіцієнти дифузії } K_{20} = K_{\varphi\varphi} = (mK)^2 D_{UT}, \quad K_{02} = K_{\Omega\Omega} = \left(\frac{1-m}{T}K\right)^2 D_{UT},$$

$$K_{11} = K_{\varphi\Omega} = \frac{m(1-m)}{T}K^2 D_{UT}. \text{ Тут } D_{UT} \text{ – дисперсія вінерівського процесу } \varphi_{UT}(t).$$

Позначивши середні значення фазової та частотної похибок як m_{φ} та m_{Ω} , дисперсії цих похибок – як D_{φ} та D_{Ω} , а коефіцієнт кореляції між ними – як $R_{\varphi\Omega}$, отримуємо за методикою [8] систему рівнянь еволюції кумулянтів (15), у якій крапка над змінною означає похідну за часом:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{m}_{\varphi} = m_{\Omega} - mK \cdot m_{\varphi}, \\ T\dot{m}_{\Omega} = \Omega_{in} - m_{\Omega} - (1-m)K \cdot m_{\varphi}, \\ \dot{D}_{\varphi} = -2m \cdot K \cdot D_{\varphi} + 2R_{\varphi\Omega} + (mK)^2 D_{UT}, \\ \dot{D}_{\Omega} = -\frac{2D_{\Omega}}{T} - \frac{2(1-m)K}{T}R_{\varphi\Omega} + \left(\frac{(1-m)K}{T}\right)^2 D_{UT}, \\ \dot{R}_{\varphi\Omega} = -\frac{(1-m)K}{T}D_{\varphi} + D_{\Omega} - (mK + \frac{1}{T})R_{\varphi\Omega} + \frac{m(1-m)K^2}{T}D_{UT}. \end{array} \right. \quad (15)$$

Оскільки припускали лінійність моделі, то середні значення похибок синхронізації та їх дисперсії є взаємно незалежними, тому система (15) з п'яти диференціальних рівнянь еволюції кумулянтів розпадається на дві незалежні: окремо – для динаміки середніх значень (16), окремо – для динаміки дисперсій та коефіцієнта кореляції (17):

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} m_{\varphi} \\ m_{\Omega} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -mK & 1 \\ -\frac{(1-m)K}{T} & \frac{1}{T} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} m_{\varphi} \\ m_{\Omega} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\Omega_{in}}{T} \end{pmatrix}, \quad (16)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} D_{\varphi} \\ D_{\Omega} \\ R_{\varphi\Omega} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2mK & 0 & 2 \\ 0 & 1 - \frac{2}{T} & -\frac{2(1-m)K}{T} \\ -\frac{(1-m)K}{T} & 1 & -\frac{1}{T} - mK \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} D_{\varphi} \\ D_{\Omega} \\ R_{\varphi\Omega} \end{pmatrix} + D_{UT} \begin{pmatrix} (mK)^2 \\ \left(\frac{(1-m)K}{T}\right)^2 \\ \frac{m(1-m)K^2}{T} \end{pmatrix}. \quad (17)$$

Перевага отриманої кумулянтної моделі в тому, що не потрібно генерувати випадковий сигнал збурення та перебирати реалізації вихідного сигналу. Крім того, за прийнятого припущення можна аналітично розв'язати рівняння (16) та (17).

Розв'язання диференційних рівнянь еволюції кумулянтів. Аналіз систем неоднорідних лінійних диференційних рівнянь (16) та (17) є класичною математичною задачею, розв'язок якої відомий. Однак, через прикладний характер досліджуваної моделі, цікавитимемося лише двома з п'яти змінних цих рівнянь – середнім значенням $m_\varphi(t)$ та дисперсією $D_\varphi(t)$ фазової похибки, які можна однозначно співвіднести зі систематичною похибкою синхронізації та часовим джитером.

Повне розв'язання рівняння (16) відносно змінної $m_\varphi(t)$ має вигляд

$$m_\varphi(t) = e^{s_a t} (C1 \cdot \cos(\omega_a \cdot t) + C2 \cdot \sin(\omega_a \cdot t)) + m_{\varphi ST} . \quad (18)$$

Тут $m_{\varphi ST} = \Omega_{in} / K$ – стаціонарний розв'язок (16); $m_\varphi(t)$ – систематична похибка синхронізації, викликана зсувами власної частоти КГ вимірювальних станцій, зокрема, через температурну нестабільність; $C1, C2$ – довільні сталі, які обчислюємо через умову нульових похідних середньої похибки в початковий момент; s_a, ω_a – дійсна та уявна частини коренів характеристичного рівняння

$$\begin{vmatrix} -a_{11} - S & 1 \\ -a_{21} & a_{22} - S \end{vmatrix} = -(a_{11} + S) \cdot (a_{22} - S) + a_{21} = S^2 + (a_{11} - a_{22}) + a_{21} + a_{11} \cdot a_{22} = 0,$$

яке відповідає диференційному рівнянню (16).

Повне розв'язання рівняння (17) відносно змінної $D_\varphi(t)$ має вигляд

$$D_\varphi(t) = C_{B1} e^{s_{B1} t} + e^{s_{B2} t} (C_{B2} \cdot \cos(\omega_b \cdot t) + C_{B3} \cdot \sin(\omega_b \cdot t)) + D_{ST} . \quad (19)$$

Тут D_{ST} – стаціонарний розв'язок (17) відносно $D_\varphi(t)$, квадрат фазового джитера.

Для визначення коефіцієнтів виразу (19) необхідно розв'язати алгебричне характеристичне кубічне рівняння

$$\begin{vmatrix} b_{00} - S & 0 & 2 \\ 0 & b_{11} - S & b_{12} \\ b_{20} & 1 & b_{22} - S \end{vmatrix} = (b_{00} - S) \cdot (b_{11} - S) \cdot (b_{22} - S) - 2 \cdot b_{20} \cdot (b_{11} - S) - \\ - b_{12} \cdot (b_{00} - S) = -S^3 + S^2 \cdot (b_{00} + b_{11} + b_{22}) - S \cdot (b_{00} \cdot b_{11} + b_{00} \cdot b_{22} + b_{11} \cdot b_{22} - \\ - 2 \cdot b_{20} - b_{12}) + b_{00} \cdot b_{11} \cdot b_{22} - 2 \cdot b_{11} \cdot b_{20} - b_{00} \cdot b_{12} = 0. \quad (20)$$

Якщо прийняти типові для пристроїв синхронізації значення параметрів, рівняння (20) матиме один дійсний корінь s_{B1} та два комплексні спряжені з дійсною s_{B2} та уявною ω_b частинами. Довільні сталі C_{B1}, C_{B2}, C_{B3} визначили з умов нульових перших двох похідних дисперсії фазової похибки.

Ідентифікація параметрів віртуального еталонного генератора. За відомими експериментальними даними, єдиною впливовою випадковою величиною математичної моделі розподіленої синхронізованої вимірювальної системи є фазова нестабільність віртуального еталонного генератора. Для ідентифікації (визначення числових значень) цієї моделі необхідно скористатися, з одного боку, наявними експериментальними даними, а з іншого – розв'язками стохастичних та кумулянтних рівнянь.

Під час випробувань розробили й виготовили зразки приймачів з комбінованою GPS та ЦФАПЧ синхронізацією (рис. 3). Синхронізували осцилограф за сигналом GPS, а його нестабільність – за сигналом тактування АЦП, отриманим після фільтрації сигналу GPS. Осцилограф включений у режим накопичення та запам'ятовування даних за потрібний інтервал часу. Ці результати вказують на

нестабільність сигналу PPS на виході GPS приймача, а також на його посилення з часом і припинення зростання інтервалу нестабільності тактування за як завгодно великий час спостереження.

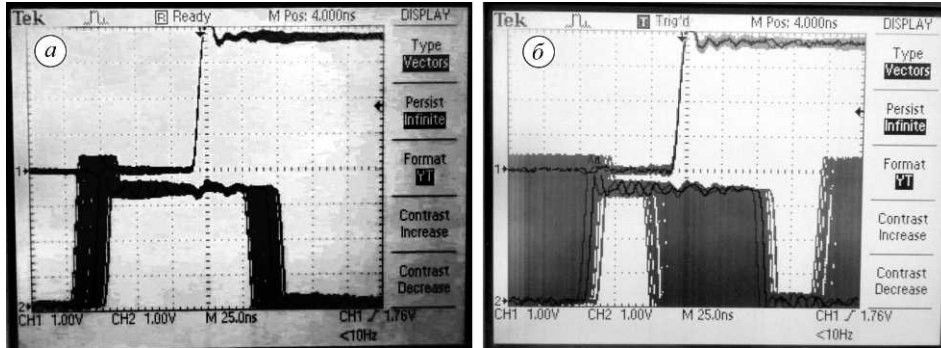


Рис. 3. Експериментальні результати визначення нестабільності сигналу PPS за 1 (а) та 30 хв (б).

Щоб узгодити експериментальні дані з параметрами математичної моделі, визначимо співвідношення між фазовою та часовою похибками з урахуванням частоти віртуального еталонного генератора $f_0 = 4,096$ МГц:

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta t}{T_0} = 2\pi \cdot \Delta t \cdot f_0. \quad (21)$$

Вінерівський процес φ_{UT} , який входить у вираз (1) і характеризує фазову нестабільність віртуального еталонного генератора, можна описати стохастичним рівнянням

$$\frac{d\varphi_{UT}}{dt} = -\alpha \cdot \varphi_{UT} + n_{UT}(t), \quad (22)$$

де $n_{UT}(t)$ – білий шум з кореляційною функцією $\langle n_{UT}(t) \cdot n_{UT}(t - \tau) \rangle = N_{UT} \delta(\tau)$, параметри α (інерційність процесу) та N_{UT} (його інтенсивність) власне і підлягають ідентифікації. Кумулянтним методом з (22) отримуємо рівняння еволюції середнього значення m_{UT} та дисперсії D_{UT} фазової нестабільності

$$\begin{cases} \dot{m}_{UT} = -\alpha \cdot m_{UT}, \\ \dot{D}_{UT} = -2\alpha D_{UT} + N_{UT}, \end{cases} \quad (23)$$

які мають стаціонарний розв'язок

$$\begin{cases} m_{UT\ st} = 0 \\ D_{UT\ st} = \frac{N_{UT}}{2\alpha} \end{cases}, \quad (24)$$

а часову залежність дисперсії фазового джитера описує вираз

$$D_{UT}(t) = D_{UT\ st} (1 - e^{-2\alpha t}). \quad (25)$$

Тепер необхідно встановити відповідність візуально спостереженого джитера і статистичних характеристик фазової нестабільності. Вважатимемо, що фіксації на осцилографі і візуальному спостереженню підлягають лише ті реалізації випадкового процесу, відхилення яких від середнього значення не перевищує $\pm 2\sigma$. Тоді середньоквадратична фазова похибка $\sigma_\varphi = \Delta\varphi/4$, а з урахуванням (21)

$$\sigma_{\varphi} = \pi \cdot \Delta t \cdot f_0 / 2. \quad (26)$$

Розрахована згідно з (26) відповідність спостереженого джитера, середньоквадратичного значення та дисперсії фазової похибки для двох моментів спостереження наведена у таблиці.

Параметри фазової нестабільності для двох моментів часу

Час від початку спостереження t , с	60	1800
Експериментально спостережений джитер Δt , нс	25	87
Оцінка середньоквадратичної фазової похибки σ_{φ} , рад	0,161	0,560
Оцінка дисперсії фазової похибки D_{φ} , рад ²	0,026	0,313

За подальшої ідентифікації параметрів моделі поточні значення розв'язку (25) порівняли з даними таблиці. Часові залежності (25), перераховані з дисперсії фазової похибки у часовий джитер (нс), для $\alpha = 8,333 \cdot 10^{-4}$ та $N_{UT} = 5,222 \cdot 10^{-4}$ наведені на рис. 4.

Через суб'єктивність візуального спостереження результати порівняння в точках, для яких відомі експериментальні дані, можна вважати задовільними, а ідентифіковані значення параметрів використовувати в рівняннях (17) та (19).

Ідентифікація параметрів реалізованого пристрою синхронізації та результати обчислювального експерименту. Експерименти з моделювання реалізованого пристрою синхронізації полягали в знаходженні розв'язків рівняння (17), тобто значень виразу (19) для різних моментів часу та різних комбінацій параметрів пристрою.

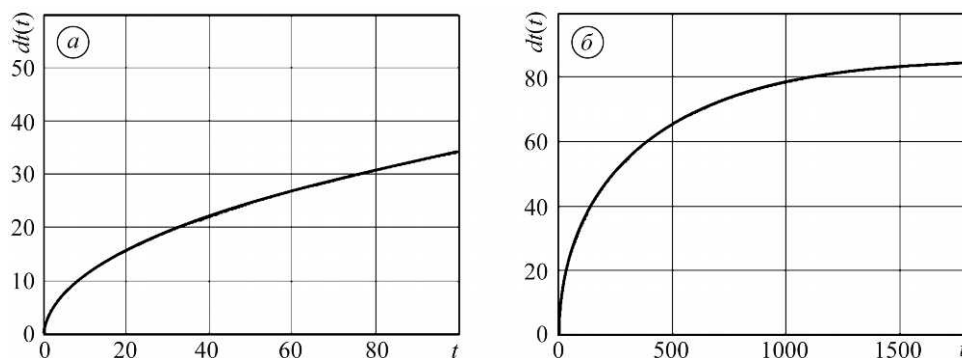


Рис. 4. Результати моделювання часової нестабільності (в нс) сигналу PPS за 100 (а) та 1800 с (б).

Перевагою аналогових моделей (14) та (17) є можливість отримати аналітичні розв'язки і значення фазових змінних для довільного моменту часу без інтегрування через перехідний процес, як для імітаційних моделей. Однак вони не можуть повністю відтворити дискретний характер процесів у цифровому пристрої синхронізації, а отже, однозначно перерахувати коефіцієнти цифрового пристрою у значення параметрів моделі.

Тому прийняли рішення зафіксувати в моделі один відомий параметр реалізованого пристрою – сталу часу ФНЧ петлі $T = 600$ с, коефіцієнтам підсилення K та пропорційності m надати наближених початкових значень, а відтак, коригувати їхні значення. Відповідність розрахованих та вимірених значень перевіряли згідно з виразами (21) та (22).

Результати розв'язання (17) для $K = 450$, $T = 600$, $m = 1 \cdot 10^{-8}$ у вигляді зміни часового дрижання наведені на рис. 5. Характерними особливостями розв'язку є монотонне зростання джитера та наявність стаціонарного значення, що повністю відповідає особливостям відомих систем синхронізації.

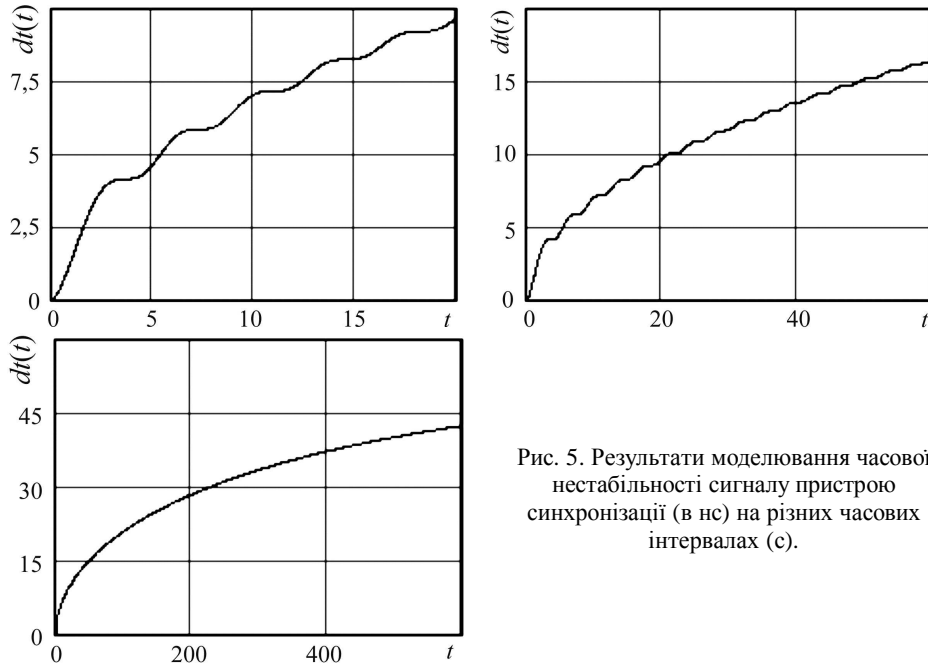


Рис. 5. Результати моделювання часової нестабільності сигналу пристрою синхронізації (в нс) на різних часових інтервалах (с).

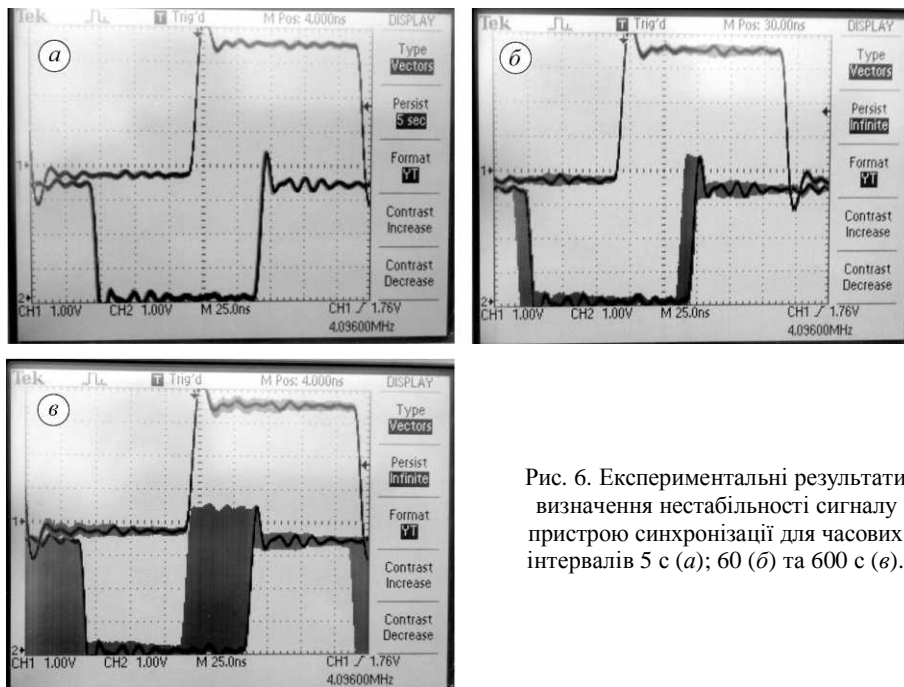


Рис. 6. Експериментальні результати визначення нестабільності сигналу пристрою синхронізації для часових інтервалів 5 с (а); 60 (б) та 600 с (в).

На рис. 6 наведені експериментальні дані, отримані для двох реалізованих пристроїв. Порівнюючи результати моделювання з експериментальними, виявили повний збіг розрахованого та виміряного розкиду тактування в три різні мо-

менти часу, тобто адекватність моделі, за якою можна оперативно змінювати значення параметрів та в якій час розрахунку результатів незалежний від як завгодно великого часу прогнозування.

Шляхи параметричної оптимізації пристрою синхронізації. Параметри реалізованого пристрою синхронізації, використані для обчислювального експерименту, отримали емпіричним шляхом згідно з рекомендаціями, типовими для цифрових пристроїв синхронізації [10]. Одним з основних критеріїв цих рекомендацій є відсутність резонансного викиду в частотній залежності коефіцієнта передавання замкненої петлі. Однак з літератури відомий такий критерій оптимізації параметрів, як мінімум еквівалентної шумової смуги пристрою:

$$F_N = \frac{K}{2} \cdot \frac{\beta + m^2}{\beta + m}, \quad (27)$$

де $\beta = \frac{1}{K \cdot T}$ – відношення смуги пропускання ФНЧ петлі до коефіцієнта її підсилення. Згідно з працею [6], де виконали лінійну оптимізацію, значення виразу (27) набуває мінімуму за умови

$$m = \sqrt{\beta} - \beta, \quad (28)$$

а виконана в праці [11] нелінійна корекція дає вираз для оптимального значення параметра:

$$m = \sqrt{\beta^2 + \beta} - \beta. \quad (29)$$

Оскільки інерційність досліджуваного пристрою досить висока, то значення параметра β дуже мале (порядку 10^{-5}), і оптимальні значення коефіцієнта пропорційності фільтра m , обчислені за виразами (28) та (29), практично збігаються. Приймавши характерні для реалізованого пристрою значення параметрів $K = 450$ та $T = 600$, отримаємо з (29) оптимальне значення параметра $m = 1,921 \cdot 10^{-3}$, що значно відрізняється від ідентифікованого значення параметра реалізованого пристрою. Використавши ці значення для розрахунку коефіцієнтів розв'язку (19) для часової залежності дисперсії фазової похибки, отримали результати моделювання, наведені на рис. 7. Дисперсія фазової похибки тут вже перерахована в прогнозований часовий джитер.

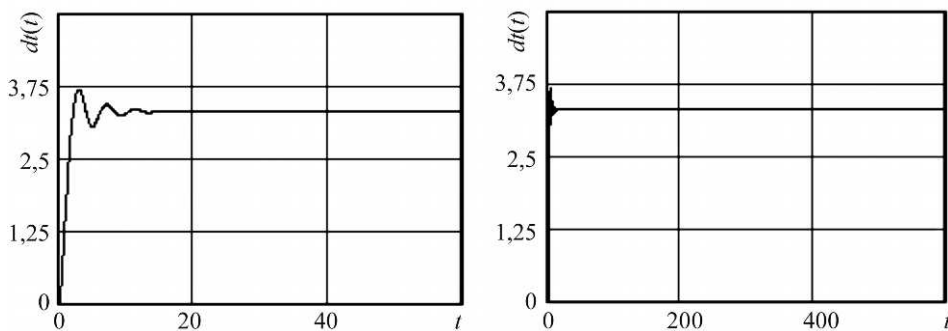


Рис. 7. Результати моделювання на різних часових інтервалах часової нестабільності сигналу пристрою синхронізації зі зміненими значеннями параметрів.

Порівняння результатів моделювання (рис. 5 і 7) та експерименту (рис. 6) свідчить про теоретичну можливість зменшити часову похибку синхронізації в реалізованому пристрої, а також скоротити тривалість перехідних процесів.

ВИСНОВКИ

Розроблена нова структура пристрою синхронізації для оцифрування даних з магнетометрів і магнетотелуричних станцій, яка забезпечує формування тактувальних сигналів для АЦП, синхронізацію часу зі системою GPS та збереження тактування АЦП за пропадання сигналу з GPS. Для моделювання великої кількості вимірювальних магнетометричних станцій запропонований метод аналізу еквівалентного віртуального еталонного генератора з фазовою нестабільністю. Розроблена стохастична модель сукупності пристроїв синхронізації та виведені рівняння еволюції кумулянтів випадкового процесу тактування. Виконані обчислювальні експерименти дали можливість ідентифікувати параметри моделі, зокрема коефіцієнт підсилення петлі, коефіцієнти інерційності та пропорційності фільтра петлі. Крім того, ідентифіковано інерційність та інтенсивність фазових завад віртуального еталонного генератора. Оцінено відповідність експериментальних та розрахункових результатів. Побудована лінеаризована модель пристрою синхронізації. Впровадження отриманих результатів у структуру широко-смугової магнетотелуричної станції LEMI-423 дало можливість значно зменшити похибку від нестабільності сигналу синхронізації, особливо в моменти зникання сигналів GPS.

1. *Broughton Edge A. B., Laby T. H.* The Principles and Practice of Geophysical Prospecting. – Cambridge: University Press, 2012. – 404 p. – ISBN 9781107612020.
2. *Vector Magnetometer Application with Moving Carriers / A. Prystai, V. Korepanov, F. Dudkin, B. Ladaniivskyy // Sensor & Transducer.* – 2016. – **207** (12). – P. 44–49.
3. *Multi-Channel Data Acquisition System with Absolute Time Synchronization / P. Włodarczyk, S. Pustelny, D. Budker, M. Lipinski // Nucl. Instrum. Meth.* – 2014. – **A763**. – P. 150–154.
4. *A Simplified GPS-Derived Frequency Standard.* – September/October 2006 // Issue of ARRL's QEX Magazine. – http://ve2zaz.net/GPS_Std/GPS_Std.htm.
5. *Wide Band Magnetotelluric Station for Field Survey LEMI-423* – 2016. – Lviv Centre of Institute for Space Research. – <http://www.isr.lviv.ua/lemi423.htm>.
6. *Тихонов В. И., Миронов М. А.* Марковские процессы. – М.: Сов. радио, 1977. – 488 с.
7. *Ярлыков М. С.* Применение марковской теории нелинейной фильтрации в радиотехнике. – М.: Сов. радио, 1980. – 360 с.
8. *Малахов А. Н.* Кумулянтный анализ случайных негауссовых процессов и их преобразований. – М.: Сов. радио, 1978. – 376 с.
9. *Бондарев А. П.* Теоретичні засади аналізу завадостійкості пристроїв синхронізації // Вісник НУ “Львівська політехніка”. Сер. Радіoeлектроніка та телекомунікації. – 2004. – **508**. – С. 3–18.
10. *Цифровой контур ФАПЧ (digital PLL) и его свойства.* – <http://www.dsplib.ru/content/dpll/dpll.html>
11. *Бондарев А. П.* Нелінійний параметричний синтез слідкуючого фазового детектора // Радіoeлектроніка і інформатика. – 2006. – **1** (32). – С. 27–30.

Одержано 22.05.2017