

УДК 330.322:519.86

**Ольга В. Цеслів, Олексій С. Зобов**

*Київський національний університет України "Київський політехнічний інститут"*  
**ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РОЗПОДІЛУ ІНВЕСТИЦІЙ ПО ЧАСУ**

*У статті представлено результати дослідження щодо використання дискретного принципу максимуму Л.С. Понтрягіна, для розв'язку задачі розподілу інвестицій по часу, з метою отримання максимального доходу. Проблема розглядається, як задача оптимального управління дискретним процесом, для прийняття інвестиційних рішень. Інвестиційна стратегія враховує цінові ризики. У ході реалізації зазначеної інвестиційної стратегії, досліджено та проаналізовано особливості діяльності підприємства, в залежності від отриманого плану реалізації виготовленої продукції. Розроблена економіко-математичної модель дає можливість відтворити зв'язки між елементами системи прийняття інвестиційних рішень в умовах цінових ризиків. Використовуючи розроблену стратегію побудований оптимальний план інвестицій.*

**Ключові слова:** *інвестиції, опукле програмування, динамічне моделювання, стратегія, економічна діяльність.*

**Ольга В. Цеслив, Алексей С. Зобов**

*Национальный технический университет Украины "Киевский политехнический институт"*

**ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИНВЕСТИЦИЙ ПО ВРЕМЕНИ**

*В статье представлены результаты исследования относительно использования дискретного принципа максимума Л.С. Понтрягина, для решения задачи распределения инвестиций по времени, с целью получения максимального дохода. Проблема рассматривается как задача оптимального управления дискретным процессом для принятия инвестиционных решений. Инвестиционная стратегия учитывает ценовые риски.*

*В ходе реализации указанной инвестиционной стратегии исследованы и проанализированы особенности деятельности предприятия в зависимости от полученного плана реализации произведенной продукции. Разработанная экономико-математическая модель дает возможность воссоздать связи между элементами системы принятия инвестиционных решений в условиях ценовых рисков. Используя разработанную стратегию, построен оптимальный план инвестиций.*

**Ключевые слова:** *инвестиции, выпуклое программирование, динамическое моделирование, стратегия, экономическая деятельность.*

**Olha V. Tsesliv, Oleksii Zobov**

*National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute"*

**ECONOMIC AND MATHEMATICAL MODELLING OF INVESTMENT DISTRIBUTION OVER TIME**

*The article presents the research results on the use of discrete principle of Pontryagin's maximum for solving the task of investment distribution over time, with the purpose to obtain*

*maximal profit. The given problem is examined as a task of optimal discrete process control for investment decision-making. The investment strategy provides for price risks.*

*In the course of realization of the above investment strategy specific features of enterprise activity are analyzed subject to the production plan. The developed mathematical model enables to build the relationships between the investment decision making system elements under the price risks. Based on the proposed strategy, an optimal investment plan is developed.*

**Keywords:** *investments, convex programming, dynamic simulation, strategy, economic activity.*

**Постановка проблеми та її зв'язок з важливими науковими та практичними завданнями** Незважаючи на існування великої кількості ґрунтовних досліджень стосовно інвестиційних процесів, деякі аспекти вивчення питання розробки інвестиційної стратегії по часу залишаються ґрунтовно недослідженими. Так, не завжди, проблема прийняття інвестиційних рішень розглядається, як задача оптимального управління дискретним процесом. Крім того не враховується стохастична характеристика попиту на продукцію.

Тому метою дослідження є розробити економіко-математичну модель, яка дає змогу розділити об'єми інвестування по часу, враховуючи оптимальні моменти та об'єми збуту продукції. Використовуючи розроблену модель, сформувані план інвестиційної діяльності.

**Аналіз останніх публікацій по проблемі** В даній статті розроблена інвестиційна стратегія керування розподілом інвестицій по часу. Питання розробки та реалізації інвестиційної стратегії є актуальним для успішного розвитку підприємств. Багато вчених спрямовували свої зусилля на дослідження цих питань. Наприклад, відомий науковець у галузі інвестиційного менеджменту Бланк І.О. [1] працював над визначенням головних принципів реалізації інвестиційної стратегії. Також інтерес до цієї теми проявили Мельник В. А. [2], Черваньов Л.І., Нейкова Л.І. [3], Реверчук С.К. [4], Пересада А.А. [5], Ястремська О.М. [6] та інші.

**Виклад основних результатів та їх обґрунтування** Задача раціонального розподілу обмеженого ресурсу є традиційною задачею управлінської практики. Стандартна постановка задачі така: є деякий обмежений ресурс, який необхідно розумним чином розподілити між споживачами. Задача в такій постановці є звичайною задачею математичного програмування й багаторазово обговорювалася [7].

Проблема оптимального розподілу ресурсу розглядалась раніше. У роботі [8] наведена стохастична динамічна модель оптимального розподілу ресурсу. Для цієї задачі, всі завдання математичного програмування залежно від виду функції розподілу попиту й обмежень можуть бути розділені на ряд класів, кожний з яких характеризується своїми методами рішення, один з яких метод динамічного програмування. В цій роботі буде створена інвестиційна стратегія розподілу інвестицій по часу з метою отримання максимального доходу.

Інвестиційна стратегія – це певна система скоординованих дій підприємства, яка визначає стратегічні напрямки інвестиційної діяльності, забезпечення її необхідними інвестиційними ресурсами та планування їх ефективного використання.

Поняття «інвестиційна стратегія» в сучасній економічній літературі тлумачиться як формування системи довгострокових цілей інвестиційної діяльності і вибір найефективніших шляхів їх досягнення. Інвестиційна стратегія визначає можливості поліпшення результатів господарювання суб'єкта за допомогою інвестицій, тобто окреслює напрями інвестування з метою одержання прибутку і збільшення власних активів. По відношенню до загальної

стратегії економічного розвитку інвестиційна стратегія носить підпорядкований характер і повинна погоджувати з нею цілі та етапи реалізації. Зазначимо, що інвестиційну стратегію можна розглядати і як процес стратегічного управління інвестиційною діяльністю. В цьому випадку він включатиме в себе: – тактичне управління інвестиційною діяльністю шляхом формування інвестиційного портфелю; – оперативне управління інвестиційною діяльністю шляхом оперативного керування окремими інвестиційними проектами та програмами [9].

Процес розробки інвестиційної стратегії є складовою частиною загальної системи стратегічного вибору підприємства і включає [10]:

- постановку цілей інвестиційної стратегії;
- оптимізацію структури інвестиційних ресурсів та їх розподілу;
- вироблення інвестиційної політики щодо найважливіших аспектів інвестиційної діяльності;
- підтримку відносин із зовнішнім інвестиційним середовищем.

Метою кожного інвестиційного проекту є прибуток, який залежить від віддачі проекту та інтенсивності його реалізації.

Модель системи прийняття інвестиційних рішень замінює об'єкт – оригінал і використовується для його вивчення. У моделі можна відображати як власне систему прийняття інвестиційних рішень, так і зв'язки між її складовими. У процесі вибору того чи іншого варіанту рішення доцільно використовувати математичне моделювання для формування системи математичних співвідношень, які дозволять наочно представити й охарактеризувати процес виникнення окремих проблем під час реалізації певного інвестиційного рішення.

Крім того, за допомогою моделювання можливо з'ясувати основні чинники ризику і відповідно скорегувати рішення або, у випадку дуже великого ризику, відмовитися від певного варіанту рішення.

Математичне моделювання прийняття інвестиційних рішень доцільно здійснювати за загальноприйнятими етапами: вивчення та опис економіко-організаційної суті проблеми; розробка математичної моделі для отримання відповідного рішення; верифікація моделі та аналіз якості рішення; корегування моделі і рішення у разі недостатньої відповідності моделі реальному процесу; реалізація ухваленого рішення.

Діагностика об'єкту інвестування передбачає його якісний аналіз, завдяки якому необхідно виявити основні чинники ризику. На цьому етапі доцільно сформулювати попереднє уявлення про варіанти інвестиційного рішення, про критерії їх ефективності, про схему оцінки та порівняння різних критеріїв, яка може бути використана під час вибору того чи іншого варіанту рішення.

Побудова математичної моделі включає:

- 1) визначення вхідних даних;
- 2) встановлення змісту та форми вихідної інформації;
- 3) запис у математичній формі взаємозв'язків між елементами об'єкту інвестування та показниками його діяльності з урахуванням можливих інвестицій.

Враховуючи вищесказане перейдемо до безпосередньої побудови економіко-математичної моделі. У результаті здійснення проекту підприємство працює на максимальну потужність і вся вироблена продукція повністю продається.

Як критерій оцінки економічної ефективності інвестиційного проекту розглядається чистий приведений дохід:

$$NPV = \sum_{t=0}^n \frac{FCF_t}{(1+r)^t} \quad (1)$$

де  $t$  – номер періоду інвестиційного проекту,  $FCF_t$  – вільний грошовий потік інвестиційного проекту в період  $t$ ,  $n$  – тривалість планування, яке вимірюється числом періодів,  $r$  – ставка дисконтування.

Грошовий потік від операційної діяльності розраховується як:

$$OCF_t = (f(1-\mu)(P_t - C_t) / P_t + \mu * na) FA_t, \quad (2)$$

де  $P_t$  – ціна реалізації товару;  $C_t$  – собівартість товару;  $\mu$  – податок на прибуток;  $na$  – норма амортизації;  $FA_0$  – вартість основних засобів підприємства до нових капіталовкладень.

Введемо поняття рентабельності основних засобів проекту в формі грошового потоку  $REN$ :

$$REN_t = \frac{OCF_t}{FA_t} = (f(1-\mu)(P_t - C_t) / P_t + \mu * na) \quad (3)$$

Опишемо проблему прийняття інвестиційних рішень, як задачу оптимального управління дискретним процесом. В якості управління приймемо інвестиції  $U$ , які необхідні для капіталовкладень в проект.

Сформулюємо задачу оптимального управління: знаючи початкову вартість основних засобів проекту  $FA_0 = FA_0$ , необхідно вибрати такий розподіл інвестицій по  $n$  кварталам, щоб максимізувати чистий дохід.

Отже наша модель набуде вигляду:

$$\left\{ \begin{array}{l} NPV_i = \sum_{t=0}^n \frac{(REN_t + \varphi_i k_t) FA_t - U_t}{(1+r)^t} \rightarrow \max; \\ FA_{t+1} = FA_t - k_t FA_t + U_t; \quad t = 0, n; \\ REN_t = \frac{OCF_t}{FA_t} = (f(1-\mu)(P_t - C_t) / P_t + \mu * na); \\ \sum_{t=0}^n U_t \leq U; \\ U_t > U_n; \\ FA = FA_0; \end{array} \right. \quad (4)$$

де  $OCF$  – грошові потоки від операційної діяльності,  $k_t$  – коефіцієнт зносу вартості основних фондів. Суть коефіцієнта  $\varphi_i$  полягає в тому, що він відображає кількість коштів, яка необхідна для інвестування в приріст оборотного капіталу при збільшенні вартості основних засобів на одну грошову одиницю для збільшення виробництва продукції.

Для розв'язку отриманої задачі використаємо дискретний принцип максимуму Л.С. Понтрягіна [11].

Для того, щоб визначити оптимальні моменти та об'єми збуту продукції в розрізі кожного кварталу слід врахувати ціновий ризик. Якщо майбутні ринкові ціни недетерміновані, то власник продукції завжди має ризик отримати у майбутньому дохід від реалізації продукції менший, ніж очікуваний. Методика, що пропонується, дозволяє якнайкращим чином врахувати індивідуальне ставлення до цього ризику конкретного власника, виходячи з його особистих економічних інтересів.

При багатокритеріальній оптимізації вважаємо, що відомі межі варіації показників очікуваного загального чистого доходу та стандартного відхилення доходу на множині ефективних варіантів календарного плану. Також визначені припустимі рівні зазначених критеріальних показників. Серед усіх ефективних варіантів календарного плану реалізації обчислюється саме той, який якнайкраще відбиває індивідуальні переважання власника продукції.

Методика календарного планування розв'язування задачі оптимізації календарного плану реалізації запасів продукції, за умов цінового ризику, складається з трьох етапів.

На першому етапі обчислюються межі варіації показників очікуваного загального чистого доходу та стандартного відхилення доходу на множині ефективних планів. Спочатку обчислюється найкращі значення цих показників:

$$\bar{z}_{\max} = (\bar{p}_t^* - c_t^*)a, \quad (5)$$

де  $\bar{z}_{\max}$  – максимальний дохід,  $p_t$  – ціна реалізації одиниці продукції в момент часу  $t$ ,  $c_t$  – витрати, пов'язані із зберіганням одиниці продукції до моменту часу  $t$  ( $t = \bar{1}, \bar{T}$ ),  $\sigma(z)_{\min}$  – мінімальна дисперсія,  $a$  – обсяг продукції,  $T$  – тривалість планового періоду

$$\sigma(z)_{\min} = \frac{a}{\sqrt{\sum_{t=1}^T \frac{1}{\sigma_t^2}}}. \quad (6)$$

Далі обчислюються найгірші значення критеріальних показників на множині ефективних варіантів календарного плану:

$$\bar{z}_{\min} = \frac{a}{\sqrt{\sum_{t=1}^T \frac{1}{\sigma_t^2}}} \sum_t \frac{\bar{p}_t - c_t}{\sigma_t^2} \quad (7)$$

$$\sigma(z)_{\max} = a\sigma_t^* \quad (8)$$

На другому етапі, після ознайомлення з діапазоном варіації критеріальних показників, власник продукції повідомляє про наступні рівні цих показників  $\bar{z}_0$  та  $\sigma_0$ :

$$(\bar{z}_{\min} \leq \bar{z}_0 < \bar{z}_{\max}, \sigma(z)_{\min} < \sigma_0 \leq \sigma(z)_{\max}). \quad (9)$$

На третьому етапі визначається оптимальний календарний план реалізації запасів продукції. Цей план  $x^* = (x_1^*, \dots, x_T^*)$  обчислюється розв'язанням задачі опуклого програмування:

$$\begin{cases} f = \sum_{t=1}^n OCF_t x_t - \sum_{t=1}^n \sigma_t^2 x_t^2 \rightarrow \max; \\ \sum_{t=1}^n OCF_t x_t \geq z_0 + s(z_{\max} - z_0); \\ \sum_{t=1}^n \sigma_t^2 x_t^2 \leq \sigma_0^2 - s(\sigma_0^2 - \sigma(z)_{\min}); \\ \sum_{n=1}^k x_n = Q_i; \\ z_0 > 0; \\ \sigma_0 > 0; \end{cases} \quad (10)$$

Розв'язання рівнянь (10) на кожній ітерації моделі (4) дасть можливість отримати не тільки план здійснення інвестиційної діяльності, а й план реалізації виготовленої продукції. Ця модель має підвищити точність отриманих результатів.

Розглянемо описану модель на прикладі на прикладі відкритого акціонерного товариства "Славутський руберойдовий завод". Інвестиції здійснюються за рахунок власних коштів підприємства. Необхідно визначити розподіл інвестицій по часу у виробництво 2-ох видів продукції – бітумної черепиці та руберойду. Тривалість досліджуваного періоду – 3 квартали.

Як критерій оцінки економічної ефективності інвестиційного проекту розглядається чистий приведений дохід. Де  $P_t = [56,60,64]$  – ціна реалізації бітумної черепиці по кварталам;  $C_t = [35,36,40]$  собівартість товару по кварталам;  $\mu=0,18$ ;  $na = 0,4$ ;  $FA_0 = 25000$ ,  $r = 0,18$ ;  $f = 1,24$ ;  $k = 0,01$ .

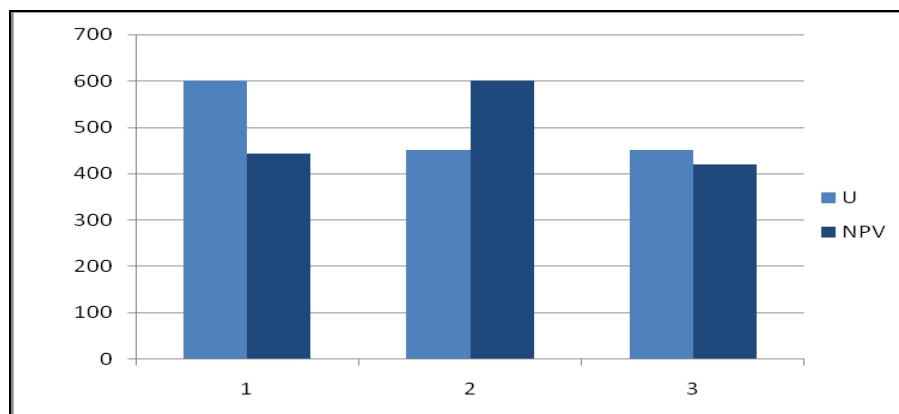


Рис. 1. План здійснення інвестиційної діяльності у виробництво бітумної черепиці (побудовано автором на основі розв'язання рівнянь (10))

Використаємо інвестиційну стратегію для виробництва руберойду. Де  $P_t = [79,82,85]$  – ціна реалізації бітумної черепиці по кварталам;  $C_t = [56,57,63]$  собівартість товару по кварталам;  $\mu=0,18$ ;  $na = 0,4$ ;  $FA_0 = 25000$ ,  $r = 0,18$ ;  $f = 1,15$ ;  $k = 0,01$ .

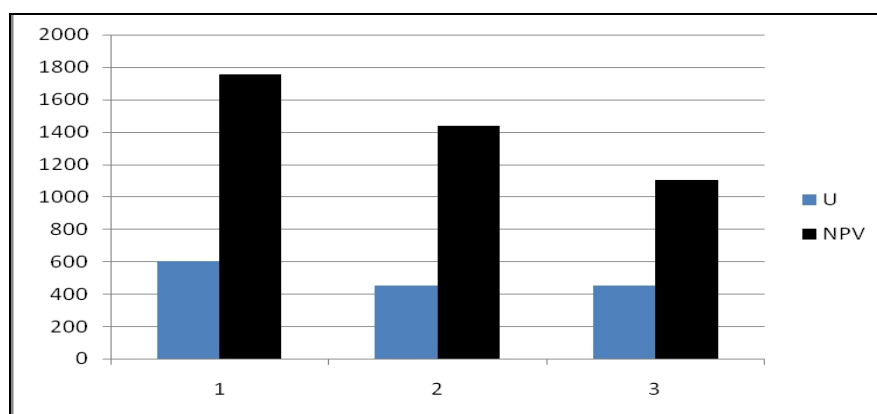


Рис. 2. План здійснення інвестиційної діяльності у виробництво руберойду (побудовано автором на основі розв'язання рівнянь (10))

**Висновки та перспективи подальших досліджень** В даній роботі розроблена інвестиційна стратегія діяльності підприємства, в залежності від отриманого плану реалізації виготовленої продукції. Створена економіко-математична модель, в якій використаний дискретний принцип максимуму Л.С. Понтрягіна, відтворює зв'язки між елементами системи прийняття інвестиційних рішень в умовах цінових ризиків. Використовуючи розроблену стратегію побудований оптимальний план інвестицій на прикладі відкритого акціонерного товариства "Славутський руберойдовий завод". Наукова новизна статті полягає в розробці інвестиційної стратегії для отримання максимальної ефективності інвестиції. Використовуючи результати дослідження можна запобігти нестабільності в роботі підприємства. Врахування стохастичного характеру попиту на продукцію підприємства є напрямом подальших досліджень авторів.

### Література

1. Бланк И.А. Инвестиционный менеджмент [Текст] / И.А. Бланк – К.: МП «ИТЕМ» ЛТД, «Юнайтед Лондон Трейд Лимитед», 1995. – 448 с.
2. Мельник, В. А. Политология [Текст] : учебник / Мельник В.А. – Минск : Акад. милиции МВД РБ, 1995. – 368 с.
3. Черваньов Д. М., Нейкова Л. І. Менеджмент інноваційно-інвестиційного розвитку підприємств України [Текст] / Д. М. Черваньов, Л. І. Нейкова. – К. : Знання, 1999. – 516 с.
4. Реверчук С. К., Реверчук Н. Й., І. Г. Скоморович Інвестологія: наука про інвестування : [навч. посібник] / С. К. Реверчук, Н. Й. Реверчук, І. Г. Скоморович та ін. ; [за ред. д.е.н., проф. С. К. Реверчука]. – К. : Атіка, 2001. – 264 с.
5. Пересада А. А. Інвестування : Навч. посіб. / А. А. Пересада. – К., 2004. – 249 с.
6. Ястремська О.М., Яблонська-Агу Н.Л. Стратегічне інвестування підприємств: шляхи активізації / О. М. Ястремська, Н. Л. Яблонська-Агу // Бізнес Інформ. – 2012. – № 12. – С. 184-186. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: [http://nbuv.gov.ua/j-pdf/binf\\_2012\\_12\\_44.pdf](http://nbuv.gov.ua/j-pdf/binf_2012_12_44.pdf).
7. Шевчук В., Рогожин П. Основи інвестиційної діяльності [Текст] / В. Шевчук, П. Рогожин. – К.: Освіта, 2006. – 286с.
8. Цеслів О.В., Клімов О.О. Раціональна поведінка фірми на інвестиційному ринку. Стохастичний підхід [Текст] / О. В. Цеслів, О. О. Клімов // Економічний вісник. – 2009. – № 6. – С.477-481
9. Корінько М. Інновації у діяльності суб'єктів господарювання [Текст] / М.Корінько //Актуальні проблеми економіки. – 2009. – №5. – С. 149–154.
10. Бутник О. Використання потенціалу формування інноваційного розвитку в сучасних економічних умовах [Текст] / О. Бутник // Інвестиції: практика та досвід. – 2009. – №4. – 112 с.
11. Кігель В. Р. Методи і моделі підтримки прийняття рішень у ринковій економіці [Текст]: монографія / В. Р. Кігель. -К.: ЦУЛ, 2003. – 202 с.