ISSN 1813 - 6796
ВІСНИК КНУТД №3 (98), 2016

Мехатроннісистеми. Енергоефективність та ресурсозбереження
MechatronicSystems. Energy Efficiency & Resource Saving

УДК 620.193.4:624.012.45

КОРНЕЕВА И.Б.
Одесская государственная академия строительства и архитектуры

ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ПЛАСТИН С УЧЕТОМ НАСЛЕДСТВЕННОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ

Цель.*Определение прогибов пластин с учетом наследственной неоднородности.*

Методика.*Использовано соотношение модулей упругости слоев как коэффициент, с помощью которого учитывается влияние окружающей среды.*

Результаты.*Решена задача по определению прогибов пластин при воздействии окружающей среды.*

Научная новизна.*Предложена функция влияния окружающей среды, применяя которую можно вычислить цилиндрическую жесткость пластины и решить задачу об изгибе с учетом наследственной неоднородности.*

Практическая значимость. *Получено аналитическое решение для определения цилиндрической жесткости пластины ”D*” с учетом влияния окружающей среды при различных изменениях свойств материала. Бигармоническое уравнение изгиба записывается как для однородной изотропной плиты с заменой ”D” на ”D*”. Для определения прогиба и внутренних усилий также необходимо произвести замену ”D” на ”D*” в известных выражениях, что удобно для расчета.*

Ключевые слова: *воздействие окружающей среды, цилиндрическая жесткость, прогиб, фронт воздействия, срединная плоскость, наследственная неоднородность, переменная жесткость, дифференциальное уравнение изгиба, функция прогибов.*

Введение.В реальных условиях эксплуатации материал строительных конструкций подвергается комплексному воздействию многих факторов: агрессивных сред, температуры, механических нагрузок и других энергетических воздействий, различные сочетания которых вызывают различные механизмы разрушения. Агрессивные среды, проникая в объем конструктивного элемента, приводят к значительным изменениям его кратковременных и длительных механических характеристик, вызывают изменение напряженно-деформированного состояния и приводят к значительному снижению несущей способности. Поэтому определяющим критерием пригодности материалов и конструкций для строительства становится их химическая устойчивость и долговечность [1]. Проникая в объем материала, агрессивная среда приводит к неравномерному изменению свойств материала по сечению образца, что в свою очередь приводит к перераспределению усилий между слоями, а соответственно, и к изменению напряжений в сечении [2].

Постановка задачи. Рассмотрим прямоугольную шарнирно-опертую по контуру пластинку, которая с нижней грани подвергается воздействию окружающей среды. Фронт воздействия проникает на глубину ”h_b” (рис.1) равномерно по всей площади, при этом изменится цилиндрическая жесткость.

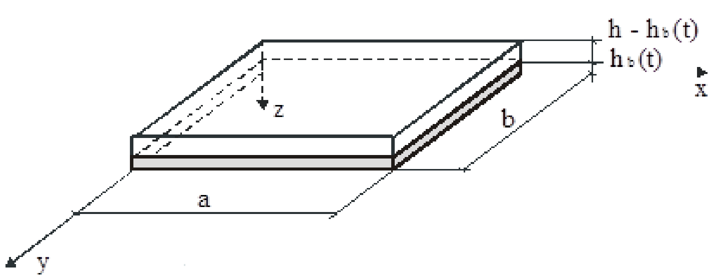

Рис. 1. **Схема воздействия**

В слое, который подвергается воздействию, будут меняться прочностные и деформативныехарактеристики материала[3, 4]. Вследствие этого, как в одномерных задачах, произойдет смещение срединной плоскости на величину ”c” относительно первоначального положения, и в дальнейшем будем называть ее нейтральной плоскостью. Задачу будем решать в предположении, что коэффициенты поперечной деформации ”ν” изменяются незначительно и принимаются одинаковыми для двух слоев. Определим положение нейтральной плоскости

$$c = \frac{h\mu(\alpha-1)(\mu-1)}{2(1+\mu(\alpha-1))}, \tag{1}$$

где $\alpha = E_b / E_e$, $\mu = h_b / h$

При этом цилиндрическая жесткость примет вид

$$D^* = D \cdot f, \tag{2}$$

где $D = \dfrac{E_e h^3}{12(1-\nu^2)}$,

$$f = 1 + \frac{12c^2}{h^2} + (\alpha-1)\left(4\mu^3 - 6\mu^2 + 3\mu - \frac{12c\mu}{h}\left(\frac{c}{h} + \mu - 1\right)\right) \tag{3}$$

Максимальное смещение нейтральной плоскости наблюдается, когда

$$\mu = \frac{1}{1+\sqrt{\alpha}} \tag{4}$$

$$c_{\max} = -\frac{h(\sqrt{\alpha}-1)}{2(\sqrt{\alpha}+1)} \tag{5}$$

В этом случае

$$f = \frac{4\alpha}{(\sqrt{\alpha}+1)^2} \tag{6}$$

Бигармоническое уравнение изгиба записывается как для однородной изотропной плиты с заменой ”D” на ”D^*” по (2).

Результаты исследования. Рассмотрим действие синусоидальной нагрузки

$$q = q_o \sin\frac{\pi x}{a} \sin\frac{\pi y}{b} \tag{7}$$

Прогиб от этой нагрузки в центре пластины

$$A^* = \frac{q_o a^4}{D^* \pi^4 (1+k^2)^2} \tag{8}$$

На рис.2 показан график изменения относительного прогиба в центре пластины при благоприятном (α>1) и агрессивном (α<1) воздействии.

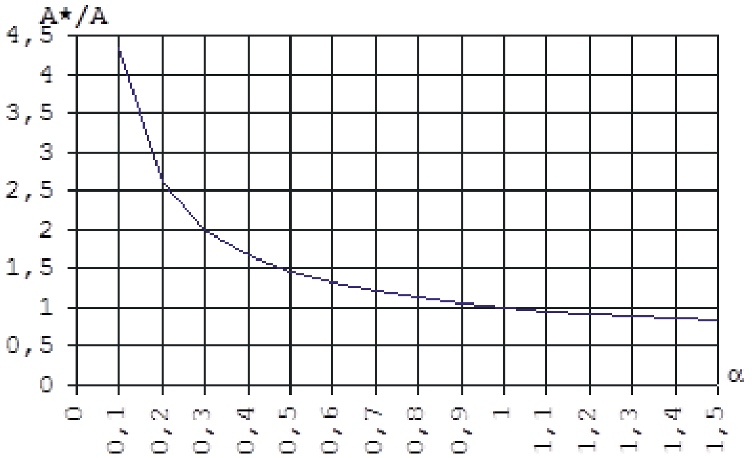

Рис. 2. **Изменение относительного прогиба в центре пластинки**

Такое воздействие (рис.1) не будет оказывать влияния на внутренние усилия, однако напряжения по толщине пластинки изменяются.

Рассмотрим работу прямоугольной пластины с переменной жесткостью. Расчету таких пластин посвящены работы В.З. Власова, С.П. Тимошенко, П.М. Варвака, А.И. Лурье и других. Особенно много решено задач для круглых пластин переменной толщины. В данной задаче толщина пластины постоянна, но ее жесткость изменяется в результате воздействия факторов окружающей среды (рис.3). В случае, когда жесткость меняется по ступенчатому закону, задача может быть решена методом конечного элемента. Более сложным является случай, когда жесткость меняется непрерывно по какому–либо закону, имеющему определенное аналитическое выражение.

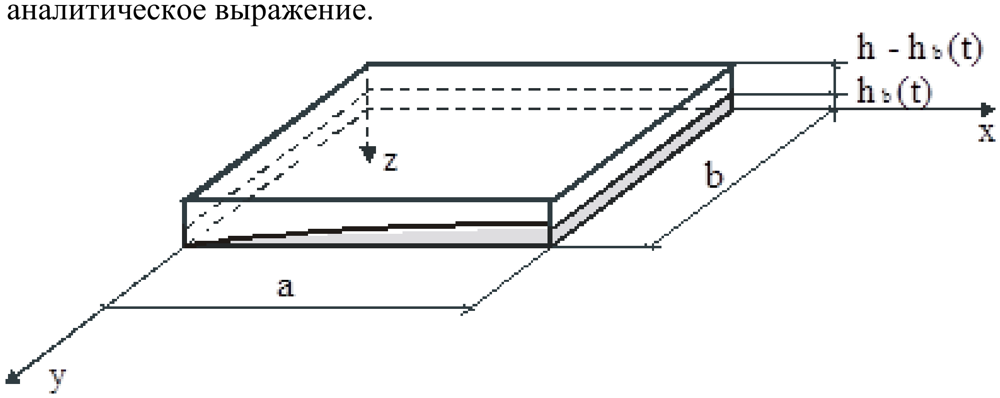

Рис. 3. **Схема воздействия**

Будем рассматривать случаи, когда аналитическое выражение жесткости пластины определяется уравнением

$$D^* = D \cdot \left(1 + f(\alpha, \mu) \cdot \frac{x}{a}\right), \qquad (9)$$

f (α , μ) – функция влияния окружающей среды

$$f = \frac{12 \cdot c^2}{h^2} + (\alpha - 1) \cdot \left(4 \cdot \mu^3 - 6 \cdot \mu^2 + 3 \cdot \mu - \frac{12 \cdot c \cdot \mu}{h} \cdot \left(\frac{c}{h} + \mu - 1\right)\right), \qquad (10)$$

h_b – глубина проникновения фронта воздействия, причем закон ее изменения соответствует линейному изменению момента инерции поперечного сечения вдоль размера ”a”.

В этом случае можем пользоваться известными равенствами

$$M_x = -D^* \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

$$M_y = -D^* \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \qquad (11)$$

$$M_{xy} = D^* \cdot (1-\nu) \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

Преобразуем дифференциальное уравнение изгиба к более удобному виду

$$D^* \Delta\Delta w + 2 \cdot \frac{\partial D^*}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \Delta w + 2 \cdot \frac{\partial D^*}{\partial y} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \Delta w + \Delta D^* \Delta w -$$
$$-(1-\nu) \cdot \left(\frac{\partial^2 D^*}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2 \cdot \frac{\partial^2 D^*}{\partial x \partial y} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 D^*}{\partial y^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = q, \qquad (12)$$

где $\Delta = \frac{\partial^2 \ldots}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \ldots}{\partial y^2}$,

w – прогиб произвольной точки срединной плоскости пластины.

В частном случае для данной задачи

$$D^* \Delta\Delta w + 2 \cdot \frac{\partial D^*}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \Delta w = q \qquad (13)$$

Пусть пластина защемлена левым торцом и загружена равномерно распределенной нагрузкой. Запишем в виде полинома выражение для функции прогибов исходя из предположения, что вид изогнутой поверхности при принятой функции влияния окружающей среды не будет существенно отличаться от случая, когда воздействие отсутствует.

$$w = a_4 \cdot x^4 + a_3 \cdot x^3 + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0 \qquad (14)$$

Для определения коэффициентов полинома запишем граничные условия

1) $x = 0: \quad w = 0;$ 2) $x = 0: \quad \frac{\partial w}{\partial x} = 0;$ 3) $x = a: \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0;$ 4) $x = a: \quad \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} = 0.$

Тогда выражение функции прогибов примет вид

$$w = \frac{q \cdot x^2}{24 \cdot D \cdot \left(1 + 3 \cdot f(\alpha, \mu) \cdot \frac{x}{a} - 2 \cdot f(\alpha, \mu)\right)} \cdot \left(x^2 - 4 \cdot a \cdot x + 6 \cdot a^2\right) \qquad (15)$$

Следовательно, максимальный прогиб на правом торце пластины при условии, что фронт воздействия проникает на всю глубину сечения, определяется следующим образом

$$w = \frac{q \cdot a^4}{8 \cdot D \cdot \alpha} \qquad (16)$$

При отсутствии воздействия окружающей среды получаем известную формулу для определения прогибов пластины с постоянной жесткостью, что свидетельствует о том, что полученное выражение для функции прогибов является более общим решением задачи.

Выводы. В результате воздействия окружающей среды материал конструкции становится неоднородным, что влияет на физико-геометрические характеристики, а также на прогибы и внутренние усилия пластины. Эти изменения можно учесть при помощи предлагаемой функции влияния окружающей среды, которая входит в выражение цилиндрической жесткости ”D*”. Бигармоническое уравнение изгиба записывается как для однородной изотропной плиты с заменой ”D” на ”D*”. Для определения прогиба и внутренних усилий также необходимо произвести замену ”D” на ”D*” в известных выражениях.

Список использованной литературы

1. Розенталь Н.К. Коррозия и защита бетонных и железобетонных конструкций сооружений очистки сточных вод/ Бетон и железобетон. – 2011. - №1. – с. 96-103.

2. Кобринец В.М., Заволока Ю.В., Али Адель. Расчёт центрально сжатых бетонных стержней с учётом воздействия внешней среды. “ Строительные материалы и конструкции.”- Киев,1991,вып.4.-36с.

3. Амбарцумян С. А. Разномодульная теория упругости– М.: Наука, 1982. – 317 с.

4. Ржаницын А.Р. Составные стержни и пластинки. – М.: Стройиздат, 1986. – С. 315.

ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ПЛАСТИН ІЗ УРАХУВАННЯМ СПАДКОВОЇ НЕОДНОРІДНОСТІ

КОРНЕЄВА І.Б.
Одеська державна академія будівництва та архітектури

Мета. Визначення прогинів пластин з урахуванням спадкової неоднорідності.

Методика. Використано співвідношення модулів пружності шарів як коефіцієнт, за допомогою якого враховується вплив навколишнього середовища.

Результати. Розв'язана задача по визначенню прогинів пластин при впливі навколишнього середовища

Наукова новизна. Запропонована функція впливу навколишнього середовища, застосовуючи яку можна обчислити циліндричну жорсткість пластини і вирішити задачу про вигині з урахуванням спадкової неоднорідності.

Практична значимість. Отримано аналітичний розв'язок для визначення циліндричної жорсткості пластини "D *" з урахуванням впливу навколишнього середовища при різних змінах властивостей матеріалу. Бігармонійне рівняння вигину записується як для однорідної ізотропної плити з заміною "D" на "D *". Для визначення прогину і внутрішніх зусиль також необхідно провести заміну "D" на "D *" в відомих виразах, що зручно для розрахунку.

***Ключові слова**: вплив навколишнього середовища, циліндрична жорсткість, прогин, фронт впливу, серединна площина, спадкова неоднорідність, змінна жорсткість, диференціальне рівняння вигину, функція прогинів.*

STRAIN STATE OF PLATES TAKING INTO ACCOUNT GENETIC INHOMOGENEITY

KORNEIEVA I.B.
Odessa State Academy of Construction and Architecture

Goal. Determination of deflections plates taking into account genetic inhomogeneity.

Methods. Used ratio of layers of elastic modulus as a factor by which the influence of the surrounding environment is taken into account.

Results. The problem to determine the deflection plates under the influence of the environment

Scientific novelty. A function of the influence of the environment, using which you can calculate the stiffness of the cylindrical plate and solve the problem of bending considering genetic inhomogeneity.

Practical significance. An analytical solution for the determination of hardness of the cylindrical plate "D *", taking into account environmental effects with various changes of the material properties.Biharmonic bending equation is written for a homogeneous isotropic plate with the replacement of "D" to "D*". To determine the deflection and internal forces also need to replace the "D" to "D *" in certain expressions, which is convenient for calculation.

***Keywords**: the impact of the environment, the cylindrical stiffness, bending, impact front, middle plane, genetic inhomogeneity, variable rigidity, the differential equation of bending, deflection function.*