

УДК 685.34.01

ЧУПРИНКА В.І., ЗЕЛІНСЬКИЙ Г.Ю., ЧУПРИНКА Н.В.  
Київський національний університет технологій та дизайну

### УДОСКОНАЛЕННЯ МЕТОДУ ПОБУДОВИ ЕКВІДИСТАНТИ ДЛЯ ПЛОСКОГО ГЕОМЕТРИЧНОГО ОБ'ЄКТУ ДОВІЛЬНОЇ ФОРМИ

**Мета.** Удосконалити метод побудови еквідистанти для плоского геометричного об'єкту довільної форми.

**Методика.** Використані методи аналітичної геометрії та прикладної математики для побудови еквідистанти для плоского геометричного об'єкту довільної форми.

**Результати.** Проаналізувавши методи побудови еквідистанти було виявлено деякі недоліки цих методів. В роботі був запропонований удосконалений метод побудови еквідистанти для плоского геометричного об'єкту довільної форми.

**Наукова новизна.** Запропонований метод побудови еквідистанти для плоского геометричного об'єкту довільної форми, який більш ефективний за попередні.

**Практична значимість.** Результати теоретичних досліджень були реалізовані в програмний модуль побудови еквідистанти для плоского геометричного об'єкту довільної форми.

**Ключові слова:** еквідистанта, автоматизоване проектування, раціональний розкрій матеріалу.

**Вступ.** При розкроюванні багатьох матеріалів в місцях стиків шаблонів необхідно залишати невеликі відстані величиною  $\Delta$ , які називаються міжшаблонними містками. Ширина міжшаблонних містків залежить від способу розкрою та товщини матеріалу, а при розкрої тканин - від числа шарів. Так, при розкрої шкір величина міжшаблонного містка дорівнює 0,5 - 1,7 мм, а при розкрої тканин – 1,5 – 2,5 мм [1]. Ці фактори необхідно враховувати при побудові розкрийних схем. Щоб забезпечити сталість міжшаблонних містків при проектуванні розкрийних схем, пропонується в моделі задачі замінити деталі їх образами. Зовнішній контур образа деталі є еквідистанта, що побудована зовні контуру деталі на відстані  $\Delta/2$ .

Запропоновані методи побудови еквідистанти [2-3] мають суттєві недоліки:

- вибір першої вершини на деталі для побудови еквідистанти;
- побудова еквідистанти тільки зовні контуру плоского геометричного об'єкту;
- неможливість побудови еквідистанти для вибраної ділянки зовнішнього контуру плоского геометричного об'єкту.

Але часто при проектуванні деталей необхідно мати еквідистанту всередині контуру та для деякої ділянки зовнішнього контуру деталі [4].

**Постановка завдання.** Провести аналіз алгоритмів побудови еквідистанти та розробити удосконалений метод побудови еквідистанти для плоских геометричних об'єктів довільної форми.

**Результати досліджень.** Для коректної побудови еквідистанти необхідно розв'язати наступні задачі:

- вибір представлення інформації про зовнішній контур плоских геометричних об'єктів довільної форми;

- виділення ділянки контуру плоского геометричного об'єкту, для якої необхідно побудувати еквідистанту;
- побудова еквідистанти для виділеної ділянки зовнішнього контуру плоского геометричного об'єкту.

Розглянемо окремо розв'язок кожної з цих задач. Деталі взуття в більшості випадків мають складну конфігурацію зовнішніх контуру і в більшості їх не можливо описати аналітично. Тому будемо розглядати плоскі геометричні об'єкти, зовнішній контур яких в більшості випадків не може бути описаний аналітично. Для їх представлення застосуємо кусково-лінійну апроксимацію. Тоді плоскі геометричні об'єкти ми із заданою точністю апроксимації  $\varepsilon$  будемо представляти багатокутниками. Виберемо всередині плоского геометричного об'єкта  $S$  точку  $O$  (полюс), в яку помістимо початок прямокутної системи координат. Тоді зовнішній контур цього об'єкту може бути представлений координатами вершин апроксимуючого багатокутника  $S\{X_i, Y_i\}, i=1..n$ . Будемо вважати, що обхід контуру апроксимуючого багатокутника виконується проти годинникової стрілки. Якщо обхід контуру апроксимуючого багатокутника виконується за годинниковою стрілкою, то необхідно перетворити інформацію про апроксимуючий багатокутник таким чином, щоб обхід його контуру був проти годинникової стрілки.

Для визначення напрямку обходу контуру апроксимуючого багатокутника скористуємося наступним алгоритмом:

- циклічно переставимо вершини апроксимуючого багатокутника таким чином, щоб вершина  $NminX$  з мінімальним значенням координати  $X$  була початковою, тобто  $NminX=1$ ;
- визначимо порядкові номери вершин апроксимуючого багатокутника в яких координата  $X$  приймає максимальне значення, координата  $Y$  приймає мінімальне та максимальне значення. Нехай це відповідно будуть вершини  $NmaxX, NminY, NmaxY$ ;
- якщо виконується умова  $NminX \leq NminY \leq NmaxX \leq NmaxY$ , то обхід контуру буде проти годинникової стрілки, інакше – за годинниковою стрілкою.

Для виділення ділянки контуру плоского геометричного об'єкту, для якої необхідно побудувати еквідистанту необхідно виконати наступні дії:

- визначити на зовнішньому контурі плоского геометричного об'єкту початкову та кінцеву точки бажаного контуру. Введемо дві додаткові точки на зовнішньому контурі плоского геометричного об'єкту: початкову та кінцеву точки бажаного контуру. Кожну із цих точок вибираємо із наступних умов: вони є проекціями  $C_m(X_{C_m}, Y_{C_m}), m=1,2..n-1$  курсору миші  $O(X_o, Y_o)$ ; ці точки лежать на сторонах зовнішнього контуру та найменш віддалену від курсору (рис. 1). Для цього скористаємось алгоритмами, що запропоновані в роботі [5];
- визначити ділянку контуру плоского геометричного об'єкту, для якої необхідно побудувати еквідистанту. Нехай це буде ломана лінія  $A_1A_2...A_q$  з координатами вершин  $A_k(X_{a_k}, Y_{a_k}), k=1,2..q$ .

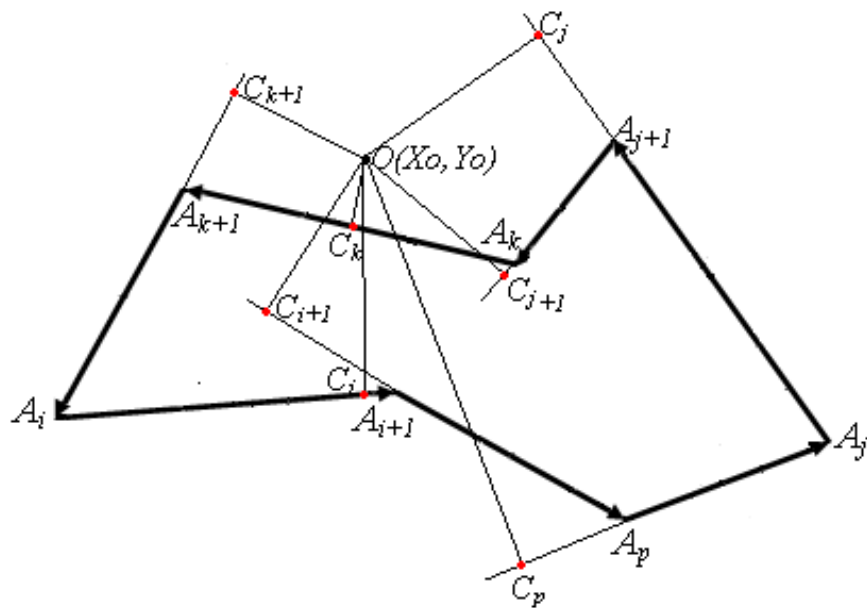


Рис. 1. Введення додаткової точки на зовнішньому контурі плоского геометричного об'єкту

Для побудови еквідистанти для виділеної ділянки зовнішнього контуру плоского геометричного об'єкту, тобто для ломаної лінії  $A_1A_2...A_q$  з координатами вершин  $A_k(X_{a_k}, Y_{a_k})$ ,  $k=1,2..q$  необхідно виконати наступні дії:

- побудувати вектори  $\mathbf{b}_i = \{b_{i\_x}, b_{i\_y}\}$  довжиною  $\Delta$  (відстань, на якій від виділеної ділянки зовнішнього контуру плоского геометричного об'єкту будується еквідистанта), які відповідно перпендикулярні векторам  $\mathbf{a}_i$ ,  $i=1,2..q$ . (рис. 2). Тоді очевидно, що вектор  $\mathbf{b}_i$  повинен задовольняти наступній системі рівнянь[6]:

$$\begin{cases} a_{i\_x} \cdot b_{i\_x} + a_{i\_y} \cdot b_{i\_y} = 0 \\ b_{i\_x}^2 + b_{i\_y}^2 = \Delta^2 \end{cases}$$

Розв'язавши цю систему рівнянь отримаємо наступні вирази для  $b_{i\_y}$  та  $b_{i\_x}$ :

$$b_{i\_y} = \pm \frac{\Delta \cdot a_{i\_x}}{\sqrt{a_{i\_x}^2 + a_{i\_y}^2}}; \quad b_{i\_x} = -\frac{a_{i\_y} \cdot b_{i\_y}}{a_{i\_x}}$$

Напрявлення вектора  $\mathbf{b}_i$  визначаємо таким чином, щоб

$$\begin{aligned} \left[ \vec{b}_i \times \vec{a}_i \right] &= \begin{vmatrix} b_{i\_x} & b_{i\_y} \\ a_{i\_x} & a_{i\_y} \end{vmatrix} = b_{i\_x} \cdot a_{i\_y} - b_{i\_y} \cdot a_{i\_x} = \\ &= \begin{cases} > 0, \text{ для зовнішньої еквідистанти} \\ < 0 \text{ для внутрішньої еквідистанти} \end{cases}, i = 1, 2, \dots, q \end{aligned}$$

- знаходимо координати точок  $B_i(X_{b_i}, Y_{b_i})$  та  $C_i(X_{c_i}, Y_{c_i})$ :

$$\begin{aligned} Xb_i &= Xa_i + b_{i-x}, & Yb_i &= Ya_i + b_{i-y} \\ Xc_i &= Xa_{i+1} + b_{i-x}, & Yc_i &= Ya_{i+1} + b_{i-y} \end{aligned}, \quad i=1,2..q-1;$$

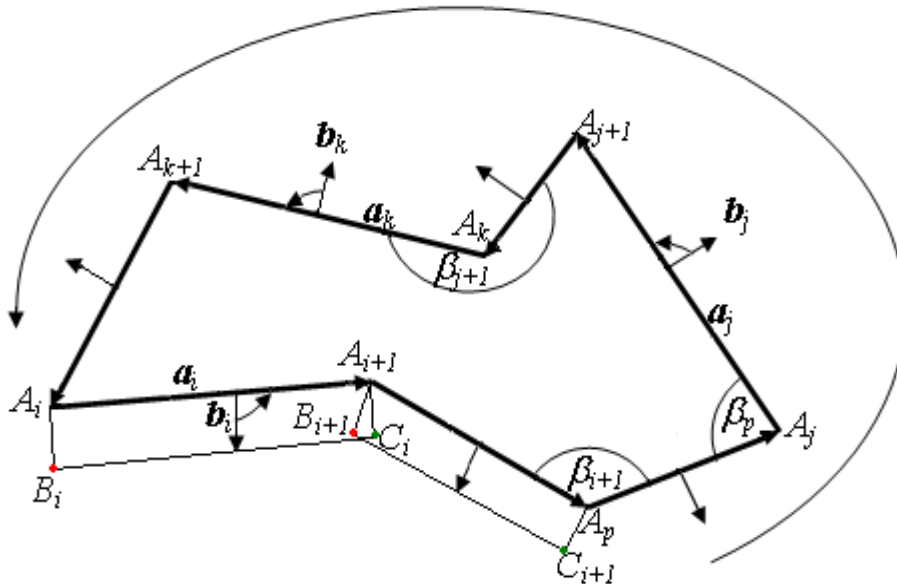


Рис. 2. Побудова векторів  $b_i$  для вибраної ділянки на зовнішньому контурі плоского геометричного об'єкту

- знаходимо кути  $\beta_i$  між векторами  $c_i = -a_i = -\{Xa_{i+1} - Xa_i, Ya_{i+1} - Ya_i\} = \{-a_{i-x}, -a_{i-y}\}$  та  $a_{i+1} = \{Xa_{i+2} - Xa_{i+1}, Ya_{i+2} - Ya_{i+1}\} = \{a_{i+1-x}, a_{i+1-y}\}$ , де  $i=1,2...q-2$  [6]:

$$\cos \beta_i = \frac{(\vec{c}_i \cdot \vec{a}_{i+1})}{|\vec{c}_i| \cdot |\vec{a}_{i+1}|} = \frac{-(a_{i-x} \cdot a_{i+1-x} + a_{i-y} \cdot a_{i+1-y})}{\sqrt{a_{i-x}^2 + a_{i-y}^2} \cdot \sqrt{a_{i+1-x}^2 + a_{i+1-y}^2}},$$

$$\sin \beta_i = \frac{|\vec{c}_i \times \vec{a}_{i+1}|}{|\vec{c}_i| \cdot |\vec{a}_{i+1}|} = \frac{a_{i-y} \cdot a_{i+1-x} - a_{i-x} \cdot a_{i+1-y}}{\sqrt{a_{i-x}^2 + a_{i-y}^2} \cdot \sqrt{a_{i+1-x}^2 + a_{i+1-y}^2}};$$

- в залежності від значення величини кута  $\beta_i$  алгоритм побудови еквідистанти піде по одній із двох віток (рис. 3):

Вітка\_1 для зовнішньої еквідистанти –  $0 < \beta_i < \pi$  (для внутрішньої еквідистанти –  $\pi < \beta_i < 2\pi$ ). Між точками  $C_{i-1}$  та  $B_i$  додаємо дугу кола з центром в точці  $A_i (Xa_i, Ya_i)$  радіусу  $\Delta$ . Кут  $\angle C_{i-1} A_i B_i$  визначимо із наступних умов [6]:

$$\cos \angle C_{i-1} A_i B_i = \cos \varphi_i = \cos \frac{(\vec{b}_{i-1} \cdot \vec{b}_i)}{|\vec{b}_{i-1}| \cdot |\vec{b}_i|} = \frac{(b_{i-1-x} \cdot b_{i-x} + b_{i-1-y} \cdot b_{i-y})}{\Delta^2},$$

$$\sin \angle C_{i-1} A_i B_i = \sin \varphi_i = \frac{|\vec{b}_{i-1} \times \vec{b}_i|}{|\vec{b}_{i-1}| \cdot |\vec{b}_i|} = \frac{(b_{i-1-x} \cdot b_{i-y} - b_{i-1-y} \cdot b_{i-x})}{\Delta^2}.$$

Так як ми дугу кола  $C_{i-1}B_i$  (рис. 3.а) будемо апроксимувати із заданою точністю  $\varepsilon$  ломаною лінією  $F_1F_2...F_n$ , то для однозначного визначення цієї лінії достатньо знати координати її вершин  $F_j(Xf_j, Yf_j)$ ,  $j=0,1,2..n$ . Координати вершин  $F_i(Xf_i, Yf_i)$  визначимо наступним чином [6]:

$$\begin{aligned} Xf_j &= Xa_i + b_{i-1} - x \cdot \cos \Delta\varphi_j - b_{i-1} - y \cdot \sin \Delta\varphi_j, \text{ де } \Delta\varphi_j = \frac{\varphi_i \cdot j}{n}, j = 0,1...n. \\ Yf_j &= Ya_i + b_{i-1} - x \cdot \sin \Delta\varphi_j + b_{i-1} - y \cdot \cos \Delta\varphi_j \end{aligned}$$

Кількість точок апроксимації  $n$  для дугу кола  $C_{i-1}B_i$  повинна задовольняти наступній нерівності[2]:

$$n \geq 1 + \frac{\varphi_i}{\arccos(1 - \varepsilon / \Delta)}$$

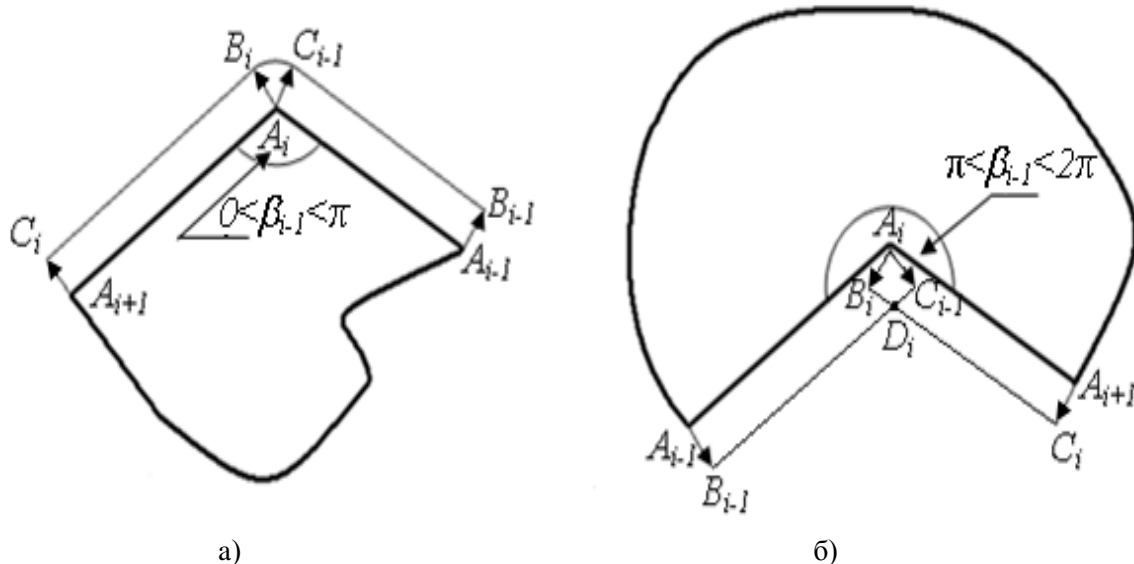


Рис. 3. Побудова ділянки еквідистанти для кута  $\beta_i$ : а)  $0 < \beta_i < \pi$ ; б)  $\pi < \beta_i < 2\pi$

Вітка\_2 для зовнішньої еквідистанти –  $\pi < \beta_i < 2\pi$  (для внутрішньої еквідистанти –  $0 < \beta_i < \pi$ ). Замінюємо на ділянці еквідистанти точки  $C_{i-1}$  та  $B_i$  точкою  $D_i$  (рис. 3.б). Розглянемо алгоритм знаходження координат точки  $D_i$  (рис.4).

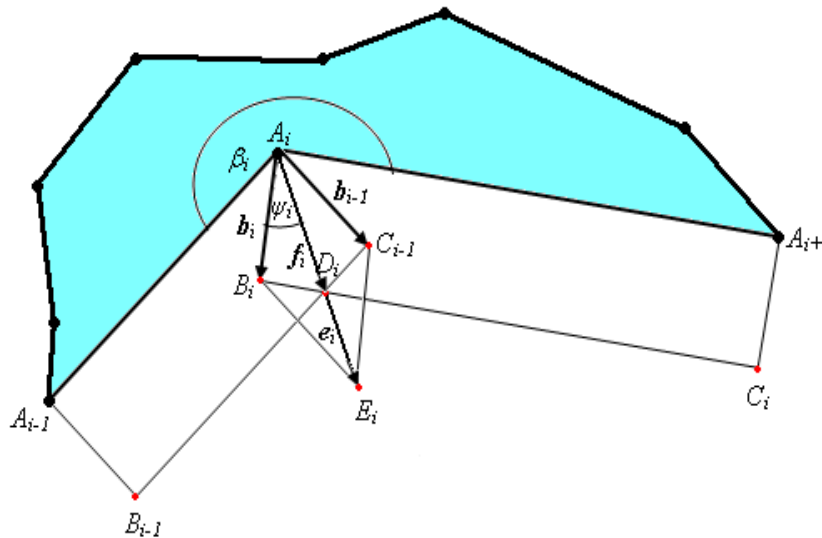


Рис. 4. Знаходження точки  $D_i$

Для знаходження координат точки  $D_i(Xd_i, Yd_i)$  необхідно виконати наступні етапи:

- знаходження координат вектору  $e_i = A_i E_i = \{e_{i\_x}, e_{i\_y}\}$  та його довжини  $De_i$ :

$$e_{i\_x} = b_{i-1\_x} + b_{i\_x}, \quad e_{i\_y} = b_{i-1\_y} + b_{i\_y}, \quad De_i = \sqrt{e_{i\_x}^2 + e_{i\_y}^2};$$

- знаходження довжини вектору  $f_i$ :  $|f_i| = \Delta / \cos \psi_i$ , де  $\psi_i = \phi_i / 2$ ;
- знаходження координат вектору  $f_i = A_i D_i = \{f_{i\_x}, f_{i\_y}\}$  [6]:

$$f_{i\_x} = \frac{e_{i\_x} \cdot |f_i|}{\sqrt{e_{i\_x}^2 + e_{i\_y}^2}}, \quad f_{i\_y} = \frac{e_{i\_y} \cdot |f_i|}{\sqrt{e_{i\_x}^2 + e_{i\_y}^2}};$$

- знаходження координат точки  $D_i$  [6]:  $Xd_i = Xa_i + f_{i\_x}$ ,  $Yd_i = Ya_i + f_{i\_y}$ .

Так як ми плоский геометричний об'єкт довільної форми апроксимуємо багатокутником із заданою точністю, то і еквідистанту до зовнішнього контуру цього об'єкту будемо представляти у вигляді багатокутника. Із алгоритму очевидно, що еквідистанта для плоского геометричного об'єкту довільної форми складається із дуг кіл між точками  $C_{i-1}$  та  $B_i$  з центром в точці  $A_i (Xa_i, Ya_i)$  радіусу  $\Delta$  (вітка\_1) та вершин  $D_i$ , які є точками перетину прямих  $B_{i-1}C_{i-1}$  та  $B_iC_i$ , алгоритми знаходження яких ми розглянули.

На основі розглянутих алгоритмів було розроблене програмне забезпечення для побудови еквідистанти для заданої ділянки зовнішнього контуру. Приклад побудованої еквідистанти зовні до зовнішнього контуру деталі представлений на рис.5.

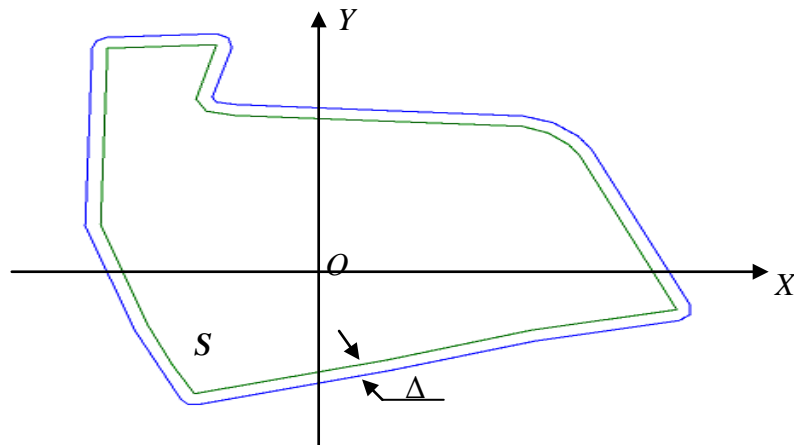


Рис. 5. Еквідистанта

**Висновки.** В результаті аналізу недоліків алгоритмів побудови еквідистанти був запропонований удосконалений метод побудови еквідистанти для плоского геометричного об'єкту довільної форми та будь-якої ділянки зовнішнього контуру. Це дозволило розробити програмне забезпечення для побудови еквідистанти зовні і всередині зовнішнього контуру плоского геометричного об'єкту.

#### Список використаної літератури

1. Зыбин Ю.П. Технология изделий из кожи и ее заменителей / Зыбин Ю.П. – М:Гизлегпром, 1940, –293 с.
2. Чупринка В.І. Побудова еквідистанти для плоского геометричного об'єкта / В.І. Чупринка, К.А. Шлімович // Вісник ДАЛПУ. – 2000. – №1. – С. 83-85.
3. Чупринка В.І. Алгоритм побудови еквідистанти для плоского геометричного об'єкта довільної форми/ В.І. Чупринка, О.О. Хоменко, Л.Т. Свістунова // Вісник КНУТД. – 2009. – №3. – С. 27-32.
4. Чупринка Н. В. Автоматизоване проектування декоративних елементів на зовнішніх контурах деталей жіночих сумок / Н. В. Чупринка, С. С. Гаркавенко // Вісник КНУТД, – 2015. №4. – С. 237-242.
5. Омельченко П.В. Автоматизована підготовка інформації про контури деталей шкіргалантерейних виробів / П.В. Омельченко, В.П. Коновал, В.І. Чупринка // Вісник КНУТД. – 2004. - № 4. – С. 138-142.
6. Ильин В.А. Аналитическая геометрия / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. – М.:Издательство “Наука”, Главная редакция физико-математической литературы., 1975, – 243 с.

#### СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МЕТОДА ПОСТРОЕНИЯ ЭКВИДИСТАНТЫ ДЛЯ ПЛОСКИХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ФОРМЫ

ЧУПРИНКА В.И., ЗЕЛИНСКИЙ Г.Ю., ЧУПРИНКА Н.В.

*Киевский национальный университет технологий и дизайна*

**Цель.** Усовершенствовать метод построения эквидистанты для плоского геометрического объекта произвольной формы.

**Методика.** Используются методы аналитической геометрии и прикладной математики для построения эквидистанта для плоского геометрического объекта.

**Результаты.** Проанализировав методы построения эквидистанты, выявились некоторые недостатки этих методов. В работе был предложен усовершенствованный метод построения эквидистанта для плоского геометрического объекта произвольной формы.

**Научная новизна.** Предложенный метод построения эквидистанты для плоского геометрического объекта произвольной формы, который более эффективен, чем предыдущие.

**Практическая значимость.** Результаты теоретических исследований были реализованы в программный модуль построения эквидистанты для плоского геометрического объекта произвольной формы.

**Ключевые слова:** эквидистанта, автоматизированное проектирование, рациональный раскрой материала.

### **IMPROVED METHOD OF CONSTRUCTION EQUIDISTANT FOR PLANE GEOMETRIC OBJECTS OF ARBITRARY SHAPE**

CHUPRYNKA V.I., ZELINSKY G.U., CHUPRYNKA N.V.

*Kyiv National University of Technology and Design*

**Purpose.** To improve the method of construction equidistant for flat geometric objects of arbitrary shape.

**Methodology.** Methods of analytical geometry and applied mathematics for constructing equidistant for flat geometric objects of arbitrary shape.

**Findings.** After analyzing the methods of construction equidistant was discovered some drawbacks of these methods. The paper proposed a method for constructing equidistant improved for flat geometric objects of arbitrary shape.

**Originality.** The proposed method of construction equidistant for flat geometric objects of arbitrary shape, which is more effective than the last.

**Practical value.** The results of theoretical studies have been implemented in a software module for building equidistant flat geometric objects of arbitrary shape.

**Keywords:** *equidistant, automated design, rational cutting.*