

УДК 621.86.

БЕРЕЗІН Л.М., КОВАЛЬОВ Ю.А.

Київський національний університет технологій та дизайну

ОСОБЛИВОСТІ ПРОЦЕСУ ПЕРЕМІЩЕННЯ ОБ'ЄКТІВ ТРАНСПОРТУВАННЯ ЗІ ЗМІННИМ ЦЕНТРОМ МАС

Мета. Систематизація, узагальнення та подальший розвиток методології розв'язування прикладної задачі по забезпеченню заданих параметрів переміщення об'єктів транспортування зі змінним центром мас на стадії проектування перевантажувальних пристроїв.

Методика. Використання положень кінематичного та динамічного дослідження об'єктів транспортування при взаємодії їх з конструктивними елементами пристроїв для перевантаження та з урахуванням їх ваг, розташування центру мас, реакцій опорних поверхонь та сил опору. Для отримання розв'язків диференціальних рівнянь плоского руху об'єктів транспортування зі змінним положенням центру мас в формі зручній для подальшого аналізу використовували чисельний метод.

Результати. Одержані теоретичні положення доцільні для математичного обґрунтування раціональних траєкторій та кінематичних параметрів переміщення контейнера при його плавному обкочуванні та сході з барабану з подальшим переходом на наступний елемент транспортної системи.

Наукова новизна. Вперше запропонований комплексний підхід, який сприяє математичній підтримці при розробці сукупності організаційно-технічних заходів для раціонального переміщення об'єктів транспортування зі змінним положенням центру мас перевантажувальними пристроями при проектуванні логістичних систем транспортування у виробництві.

Практична значимість. Представлені теоретичні викладки та практичні рекомендації, що враховують конструктивні та технологічні особливості переміщення об'єктів транспортування зі змінним положенням центру мас, які необхідні щодо регламентованих вимог їх транспортування. Запропонована постановка задачі по створенню логістичних систем, які забезпечать контроль, управління та безпосереднє транспортування об'єктів взуттєвого виробництва.

Ключові слова: об'єкт транспортування, центр мас, динаміка, конвеєр, перевантажувальні пристрої, логістичні системи.

Вступ. Аналітичне визначення параметрів переміщення об'єктів при їх переміщенні з одного транспортуючого засобу на інший достатньо та різнобічно висвітлено в роботах [1, 2], а в статті [3] представлено математичне моделювання процесів перевантаження об'єктів транспортування з одного конвеєра на інший. Запропоновано рух контейнера розглядати як сукупність етапів переміщення під дією ваги та навантажень конструктивних елементів пристроїв для перевантаження. Використовували диференціальні рівняння для плоского руху або теореми про зміну кількості руху та кінетичного моменту стосовно твердого тіла. Для спрощення кінцевих рівнянь приймали ряд припущень, які, в першому наближенні розв'язування, суттєво не впливали на характер процесів дослідження. Зокрема розглядали завантажений контейнер при транспортуванні як абсолютно тверде тіло, центр тяжіння якого співпадає з геометричним, є незмінним та задається чисельно для кожного окремого положення нахиленого контейнеру.

Постановка завдання. В статті розглядається традиційна схема переміщення об'єкту транспортування з одного стрічкового конвеєру на інший, які мають дворівневе розміщення,

різні, взаємно перпендикулярні напрямки руху та певні задані швидкісні режими. Об'єктом досліджень обрано контейнер зі штучними вантажами насипом або сипучих матеріалів (надалі – вантаж) та методологічний підхід до вивчення особливостей їх транспортування. Завантажений контейнер розглядаємо як систему тіл, яка складається з самого контейнера та його вантажу, положення центру мас (надалі – ЦМ) якої з нахилом контейнеру змінюється. Метою роботи є систематизація, узагальнення та подальший розвиток методології розв'язування прикладної задачі по забезпеченню заданих параметрів переміщення об'єктів транспортування зі змінним центром мас на стадії проектування перевантажувальних пристроїв в логістичних системах виробництва.

Результати досліджень. Рух завантаженого контейнеру разом із стрічкою конвеєру з горизонтальною несучою площиною (рис. 1) є усталеним, поступальним, без впливу положення ЦМ системи та характеризується законом:

$$x_1 = x_{10} + V_{CT} \cdot t,$$

де x_1 та x_{10} – поточне та початкове значення координати ЦМ точки С;

V_{CT} – швидкість стрічки конвеєра.

Другим є етап переміщення завантаженого контейнеру при його повороті відносно приводного барабану, коли ЦМ системи контейнер-вантаж виходить за точку O , яку приймаємо за початок координат (рис. 1). Оскільки рух зазначеної системи тіл є плоским, то складені диференціальні рівняння руху системи мають вид:

$$M\ddot{x}_C = \sum_{k=1}^n F_{kx}^e \quad \text{або} \quad M\ddot{x}_C = N \sin \varphi_1 - S \cos \varphi_1; \quad (1)$$

$$M\ddot{y}_C = \sum_{k=1}^n F_{ky}^e \quad \text{або} \quad M\ddot{y}_C = -N \cos \varphi_1 - S \sin \varphi_1 + Mg; \quad (2)$$

$$J_C \ddot{\varphi} = \sum_{k=1}^n m_C (\overline{F}_k^e) \quad \text{або} \quad J_C \ddot{\varphi} = N \cdot \rho + S \cdot h. \quad (3)$$

де M – маса системи тіл; \ddot{x}_C , \ddot{y}_C – проекції прискорення ЦМ системи тіл точки C на координатні вісі x та y ; F_{kx}^e , F_{ky}^e – проекції зовнішніх сил \overline{F}_k^e , що діють на тіла системи на відповідні вісі; J_C – момент інерції мас системи тіл відносно вісі, яка проходить через ЦМ системи тіл точку C ; $\ddot{\varphi}$ – кутове прискорення у відносному обертальному русі системи тіл навколо ЦМ системи тіл точки C ; $m_C(\overline{F}_k^e)$ – момент зовнішньої сили \overline{F}_k^e відносно ЦМ системи тіл точки C ; N та S – нормальна та дотична складові реакції стрічки конвеєра на об'єкт транспортування при його перекочуванні разом із стрічкою конвеєра без відносного ковзання, коли точка їх дотику є миттєвим центром швидкостей при відносному обертанні; φ_1 – поточне значення кута повороту приводного барабану конвеєра (при сталому обертальному русі з частотою обертання n_1 або кутовою швидкістю ω_1 маємо $\varphi_1 = \omega_1 \cdot t = \pi \cdot n_1 \cdot t / 30$); ρ та h – плечі нормальної реакції N та її дотичної складової S відносно ЦМ системи тіл точки C .

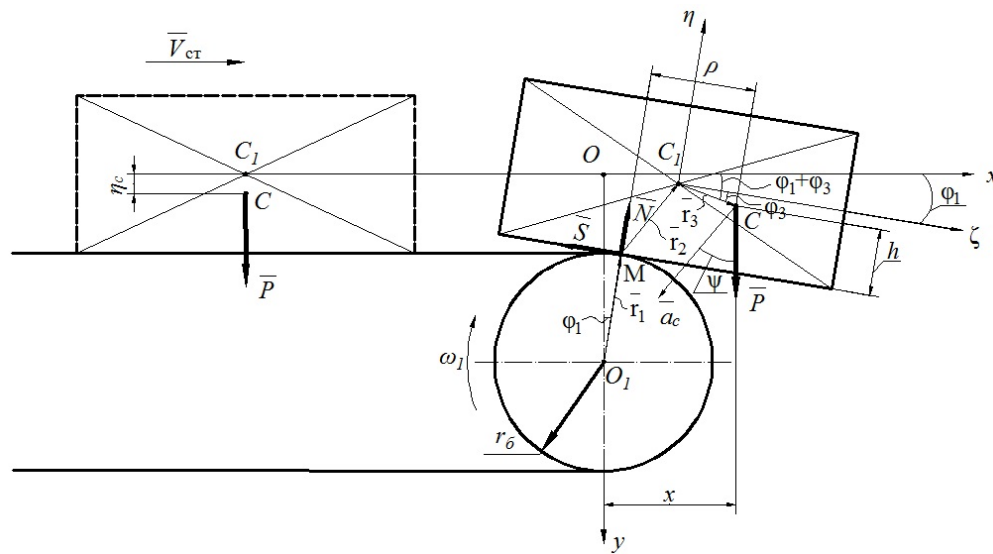


Рис.1. Розрахункова схема переміщення завантаженого контейнеру при його повороті відносно приводного барабану: ω_1 , r_0 - кутова швидкість та радіус приводного барабану; C , C_1 - ЦМ контейнеру та контейнера з вантажем; ϕ_1 - кут повороту барабану; ϕ_3 - кут, який утворює відрізок центрів C_1C з віссю ζ ; ζ_C , η_C - координати ЦМ системи тіл; $\bar{r}_1 = \overline{OM}$, $\bar{r}_2 = \overline{MC}$ та $\bar{r}_3 = \overline{CC_1}$ - радіус-вектори, що визначають положення характерних точок M , C та C_1 ; $P = Mg$ - вага завантаженого контейнеру; N та S - нормальна та дотична складові реакції стрічки конвеєра; ρ та h - плечі реакцій відносно ЦМ системи тіл точки C

Рівняння (1) та (2) характеризують переносний поступальний рух разом з полюсом, який розміщений в ЦМ системи тіл точці C , рівняння (3) - відносний обертальний рух навколо вісі, яка проходить через цей центр та перпендикулярна площині руху xMy (рис. 1).

Враховуючи, що на даному етапі обертальний рух системи тіл є сталим ($\omega_1 = const$), проекції прискорення точки C приймуть вид:

$$\ddot{x}_C = -a_C \sin \psi = -\omega_1^2 R \sin \psi ; \quad (4)$$

$$\ddot{y}_C = a_C \cos \psi = -\omega_1^2 R \cos \psi , \quad (5)$$

де a_C та R - повне прискорення ЦМ системи тіл точки C та відповідний радіус обертання цієї точки ($R = CO$);

$\psi = \bar{a}_C \wedge M \bar{g}$ - кут, який утворений векторами повного прискорення \bar{a}_C та вагою системи тіл \bar{P} .

З роботи [3] маємо

$$R = \frac{h \sin \phi_1 + V_{cm} \cdot t \cdot \cos \phi_1}{\sin \psi} \quad (6)$$

та

$$\psi = \frac{\sin \phi_1 (V_{cm} \cdot t + tg \phi_1)}{V_{cm} \cdot t (\cos \phi_1 - 1) + \sin \phi_1 (h - 0.5 r_0 \sin 2\phi_1)} , \quad (7)$$

де r_0 - радіус приводного барабану конвеєра.

Після підстановки (4) та (5) в рівняння (1) та (2) отримаємо наступні розв'язки:

$$S = Mg \sin \phi_1 + M \omega_1^2 R \sin(\psi - \phi_1) ; \quad (8)$$

$$N = \frac{M\omega_1^2 R(\sin(\psi - \varphi_1) \cos \varphi_1 + \sin \varphi_1)}{\sin \varphi_1} + Mg \cos \varphi_1. \quad (9)$$

Для визначення $\ddot{\varphi}$ з рівняння (3) необхідні плечі ρ і h та момент інерції мас J_C .

З геометричних співвідношень маємо (рис. 1):

$$\rho = \frac{x - \sin \varphi_1 \cdot (r_0 + h)}{\cos \varphi_1}; \quad (10)$$

$$h = \frac{h_1}{2} - \eta_C, \quad (11)$$

де η_C – зміщення ЦМ системи тіл точки C вздовж вісі η при повороті контейнера на кут φ_1 .

Попередньо визначаємо залежності $\zeta_C(\varphi_1)$ та $\eta_C(\varphi_1)$, оскільки координати ЦМ системи тіл точки C при різних положеннях контейнера не співпадають з геометричним центром C_1 самого контейнера. Враховуючи, що контейнер та вантаж є тілами зі спільною площиною симетрії та з однаковою шириною контейнера d , то для визначення положення ЦМ системи тіл достатньо інформації про координати ζ_C та η_C з початком в точці C_1 перетину діагоналей бокової поверхні контейнеру в площині рисунку.

Використовуємо традиційні з курсу опору матеріалів формули виду [4]:

$$\zeta_C = \sum_{i=1}^n P_i \cdot \zeta_i / P; \quad (12)$$

$$\eta_C = \sum_{i=1}^n P_i \cdot \eta_i / P, \quad (13)$$

де $P_i = \gamma_i \cdot V_i = \gamma_i \cdot F_i \cdot d$ – вага i -ої складової системи тіл з відповідною питомою вагою γ_i , об'ємом V_i , який представляємо через площу F_i складової в площині симетрії при спільних для всіх тіл довжині l та ширині d ; P – вага системи тіл (контейнер-вантаж) в цілому.

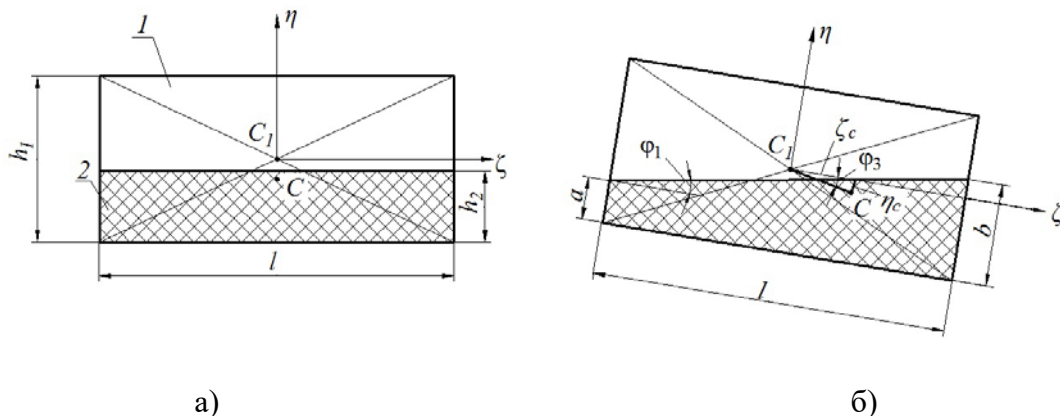


Рис.2. Визначення центру мас системи тіл (контейнера з вантажем): C, C_1 - ЦМ контейнеру та контейнера з вантажем; h_1, h_2 - висоти контейнеру та вантажу; a, b - рівні вантажу по краям контейнеру при його нахилі на кут φ_1 ; φ_3 - кут, який утворює відрізок центрів $C_1 C$ з віссю ζ ; ζ_C, η_C - координати ЦМ системи тіл

Для окремого випадку горизонтально розміщеного контейнеру ($\varphi_1 = 0$) при його поступальному переміщенні разом зі стрічкою конвеєра (рис. 2, а) отримуємо:

$$\zeta_C = 0 \quad \text{та} \quad \eta_C = -0,5 \frac{(h_1 - h_2)\gamma_2}{\gamma_1 \frac{h_1}{h_2} + \gamma_2},$$

де h_1 та h_2 – висота контейнера та рівень його заповнення вантажем відповідно; γ_1 та γ_2 – питома вага контейнера та вантажу відповідно.

Для визначення координат ЦМ системи тіл у випадку $\varphi_1 \neq 0$ (рис. 2, б), фігуру вантажу в площині $\eta C_1 \zeta$ представляємо через прямокутник та трикутник з відповідними висотами a та b . Після підстановки складових в формули (12) та (13), представлення $b - a = l \cdot \operatorname{tg} \varphi_1$ та відповідних скорочень отримуємо:

$$\zeta_C = A \cdot \operatorname{tg} \varphi_1; \quad (14)$$

$$\eta_C = B + C \cdot \operatorname{tg}^2 \varphi_1, \quad (15)$$

$$\text{де } A = \frac{\gamma_2 l^2}{12(\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2)}; \quad B = \frac{h_2(h_2 - h_1)\gamma_2}{2(\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2)} \quad \text{та} \quad C = \frac{11}{24} \frac{\gamma_2 l^2}{(\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2)}.$$

Момент інерції мас системи тіл відносно центру C визначаємо за теоремою Штейнера [4]:

$$J_C = J_{C_1} + M(CC_1)^2, \quad (16)$$

де $CC_1 = \zeta_C / \cos \varphi_3$ – відстань між паралельними осями, що проходять через ЦМ точку C_1 контейнера та ЦМ системи тіл C ; φ_3 – кут, який утворює відрізок центрів CC_1 з

$$\text{віссю } \zeta: \quad \varphi_3 = \operatorname{arctg} \frac{\eta_C}{\zeta_C} = \operatorname{arctg} \frac{B + C \sin^2 \varphi_1}{A \sin \varphi_1}. \quad (17)$$

$$\text{Остаточно отримуємо:} \quad J_C = M \left(\frac{h_1^2 + l^2}{3} + \left(\frac{\zeta_C}{\cos \varphi_3} \right)^2 \right). \quad (18)$$

Після підстановки в (3) виразів сил (8) і (9), плечей (10) і (11), моменту інерції мас системи (18) та певних перетворень отримуємо залежність виду:

$$\ddot{\varphi} = \frac{K + L}{(A \cdot \operatorname{tg} \varphi_1 / \cos \varphi_3)^2 + (h_1^2 + l^2) / 3}, \quad (19)$$

$$\text{де } K = (g \sin \varphi_1 + \omega_1^2 R \sin(\psi - \varphi_1))(0,5h_1 - (B + C \cdot \operatorname{tg}^2 \varphi_1)),$$

$$L = (\omega_1^2 R (\sin(\psi - \varphi_1) \cos \varphi_1 + \sin \varphi_1) + 0,5g \sin 2\varphi_1)(x - \sin \varphi_1(r_{\bar{o}} + h)) / 0,5 \sin 2\varphi_1.$$

Рівняння (19) розв'язували чисельним методом для отримання значень $\varphi(t)$ та $\dot{\varphi}(t)$ в поточний момент часу t . Для окремого випадку при $l = 0,6$ м, $h_1 = 0,21$ м, $h_2 = 0,12$ м, $r_{\bar{o}} = 0,12$ м, $V_{CT} = 0,3$ м/с результати розрахунків представлені на рис. 3.

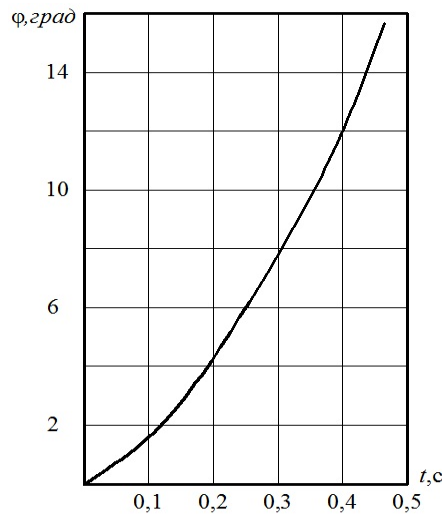


Рис. 3. Графік зміни кута φ відносно повороту завантаженого контейнера при його переміщенню по приводному барабану

Графічна залежність $\varphi(t)$ дозволяє зробити висновок про незначний вплив зміни кута повороту приводного барабану конвеєра на початку плоского руху контейнера з подальшим збільшенням. Окрім того, очевидно, що розміщення ЦМ системи тіл точки C ближче до передньої стінки контейнеру призводить до скорочення часу на його перевантаження.

Необхідною умовою початку третього етапу переміщення контейнеру є

$$\varphi_1 > \arctg f,$$

де f – коефіцієнт тертя між поверхнями контейнеру та стрічки, що охоплює приводний барабан конвеєру, з подальшим використанням в рівняннях (1) та (3) сили тертя $F = f \cdot N$.

В доповнення положень розрахунку параметрів руху контейнеру на цьому етапі його перевантаження [3] з урахуванням проковзування відносно приводного барабану, пропонується застосовувати при складанні закону руху ЦМ системи тіл точки C спочатку векторний спосіб:

$$\bar{r}_C = \bar{r}_1 + \bar{r}_2 + \bar{r}_3, \quad (20)$$

де $\bar{r}_1 = \overline{OM}$, $\bar{r}_2 = \overline{MC}$ та $\bar{r}_3 = \overline{CC_1}$ – радіуси-вектори, що визначають положення характерних точок M , C та C_1 , використання якого дозволяє перейти до визначення ЦМ системи тіл точки C в системі координат на площині xOy :

$$x_C = r_\delta \sin \varphi_1 + MC \cos(\varphi_2 - \varphi_1) + CC_1 \cos(\varphi_1 + \varphi_3); \quad (21)$$

$$y_C = r_\delta \cos \varphi_1 + MC \sin(\varphi_2 - \varphi_1) + CC_1 \sin(\varphi_1 + \varphi_3), \quad (22)$$

де $CC_1 = \sqrt{\eta_C^2 + \zeta_C^2}$; $MC = \sqrt{(0,5h_1)^2 + (\varphi_1 \cdot r_\delta)^2}$; $\varphi_1 \cdot r_\delta$ – дуга кола стрічки конвеєра при повороті його барабану на кут φ_1 , що відповідає пересуванню контейнера разом із стрічкою конвеєра.

Двічі послідовно диференціюючи рівняння (21) та (22), отримаємо уточнені вирази для визначення проєкцій швидкостей та прискорень на координатні осі, що впливає на

точність складеного в [3] диференціального рівняння руху контейнеру на третьому етапі його перевантаження.

Висновки. Використання одержаних теоретичних положень при плануванні переміщень об'єктів транспортування у відповідності до регламентованих вимог спрощує вибір раціональних траєкторій та кінематичних параметрів переміщення контейнера при його плавному обкочуванні та сході з приводного барабану конвеєра з подальшим переходом на перевантажувальний пристрій або на наступний елемент транспортно-логістичної системи підприємства. Практичні рекомендації, що враховують конструктивні та технологічні особливості переміщення об'єктів транспортування зі змінним положенням центру мас, дозволяють забезпечити регламентовані вимоги до переміщення об'єктів транспортування та оперативну оцінку ефективності цих рекомендацій. Доповнюються загальні положення розрахунку параметрів руху об'єкту транспортування на третьому етапі його перевантаження. В подальшому для використання в інженерній діяльності запропоновані математичні моделі доцільно представити в спрощеному виді, наприклад поліномів.

Список використаної літератури

1. Ковалев Ю.А. Динамика движения контейнера по наклонному рольгангу и взаимодействие его с ограничивающими элементами / Ковалев Ю. А., Пискорский Г. А. :КТИЛП. – К., 1988. – 16 с.; Деп. в ЦНИИТЭИ легпром, 1988, № 2289-лп.
2. Ковалев Ю.А. Перегрузка объектов транспортирования обувного производства с горизонтальной несущей плоскости на наклонную, образованную роликами / Ковалев Ю. А., Пискорский Г. А. : КТИЛП. – К., 1988. – 21 с.; Деп. в ЦНИИТЭИ легпром, 1988, № 2290-лп.
3. Ковальов Ю.А., Князев В.І., Макатьора Д.А. Закономірності перевантаження контейнерів з конвеєра на рольганг / К.: Вісник КНУТД. – 2004. – №5. – С.59-64.
4. Павловський М.А. Теоретична механіка. - К: Техніка, 2002. – 510 с.

References

1. Kovalev Yu.A. Dinamika dvizheniya konteynera po naklonnomu rol'gangu i vzaimodeystvie ego s ogranichivayushchimi elementami / Kovalev Yu. A., Piskorskiy G. A. 1988. p. 16.
2. Kovalev Yu.A. Peregruzka ob"ektov transportirovaniya obuvnogo proizvodstva s gorizontal'noy nesushchey ploskosti na naklonnuyu, obrazovannuyu rolnikami / Kovalev Yu. A., Piskorskiy G. A. 1988. p. 21.
3. Koval'ov Yu.A., Knyazyev V.I., Makat'ora D.A. Zakonomirnosti perevantazhennya konteyneriv z konveyera na rol'hanh / Visnyk KNUVD. – 2004. № 5. p. 59-64.
4. Pavlovs'kyu M.A. Teoretichna mekhanika. [Book] 2002. P. 510.

ОСОБЕННОСТИ ПРОЦЕССА ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ОБЪЕКТОВ ТРАНСПОРТИРОВАНИЯ С ПЕРЕМЕННЫМ ЦЕНТРОМ МАСС

БЕРЕЗИН Л.Н., КОВАЛЕВ Ю.А.,

Киевский национальный университет технологий и дизайна

Цель. Систематизация, обобщение и дальнейшее развитие методологии решения прикладной задачи по обеспечению заданных параметров перемещения объектов транспортирования с изменяемым центром масс при проектировании перегрузочных систем.

Методика. Использование положений кинематического и динамического исследования объектов транспортирования в процессе взаимодействия их с конструктивными элементами перегрузочных устройств. Учитывалось положения центра масс объекта транспортирования, силы тяжести, реакции несущих опорных поверхностей на

объект и силы сопротивления. Для получения решений дифференциальных уравнений для плоского движения объектов транспортирования с изменяемым центром масс в форме, удобной для дальнейшего анализа, применялся числовой способ.

Результаты. Получены теоретические выводы целесообразные для математического обоснования рациональных траекторий и кинематических параметров перемещения в качестве объекта транспортирования контейнера при его плавном сходе с барабана и дальнейшем переходе на следующий элемент транспортной системы.

Научная новизна. Впервые предложен комплексный подход, который способствует математической поддержке при разработке совокупности организационно-технических мероприятий для рационального перемещения объектов транспортирования с изменяемым центром масс перегрузочными устройствами при проектировании логистических систем транспортирования в производстве.

Практическая ценность. Представлены теоретические положения и практические рекомендации, которые учитывают конструктивные и технологические особенности перемещения объектов транспортирования с изменяемым центром масс, необходимые для регламентации требований по их перемещению. Предложена постановка задачи по созданию логистических систем, обеспечивающих контроль, управление и непосредственное транспортирование объектов обувного производства.

Ключевые слова: *объект транспортирования, центр масс, динамика, конвейер, перегрузочные устройства, транспортная система, логистическая система.*

FEATURES OF THE PROCESS OF MOVING TRANSPORTATION OBJECTS WITH VARIABLE CENTER OF MASS

KOVALEV Y. A., BEREZIN L. N.

Kyiv national University of technologies and design

Purpose. The systematization, generalization and further development of the methodology for the solution of applied tasks to ensure specified parameters of moving objects transport with variable center of mass when designing handling systems.

Methodology. The use of the kinematic and dynamic study of objects transportation in the process their interaction with the structural elements of devices for overload. Account was taken of the position of the center of mass transport, reaction bearing support surfaces on the object and the drag force. To obtain solutions of the differential equations of plane motion of object transportation with a variable center of mass, convenient for further analysis, applied numerical method.

Findings. Theoretical conclusions are suitable for the mathematical study of rational trajectories and kinematic parameters of movement of the object transportation of the container when it's smooth exit from the drum and further the transition to the next element of the transport system.

Originality. First proposed a comprehensive approach that promotes mathematical support for developing total organizational and technical measures for the rational move transportation objects with variable center-of-mass transfer device in the design of logistics systems transportation in production.

Practical value. The presented theoretical provisions and practical recommendations that take into account the constructive and technological features of moving objects transport with variable center of mass, which required milking regulation requirements for their movement. The proposed formulation is to create logistics systems that provide control, management and direct transportation objects Shoe production.

Keywords: *object transportation, center of mass, dynamics, conveyor, handling devices, transport system, logistic system.*