

УДК 620.193.4:624.012.45

ФОМИН В.М.

Одесская государственная академия строительства и архитектуры

**ПОСТРОЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ
ПРОСТРАНСТВЕННОГО ИЗГИБА ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ
БАЛОК И РАМ С УЧЕТОМ ФИЗИЧЕСКОЙ И
ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЕЙ И
ПЛАСТИЧНОСТИ БЕТОНА**

Цель. Построение системы дифференциальных уравнений для пошагового метода решения задачи пространственного изгиба железобетонных балок и рам.

Методика. На основе ассоциированного закона пластического течения бетона получены представления приращений главного вектора и главного момента внутренних сил в поперечном сечении балки в виде функций приращений углов Крылова, определяющих изменение положения сечения, и их производных по дуговой координате

Результаты. На основе полученных представлений и дифференциальных соотношений между приращениями главного вектора и главного момента внутренних усилий в поперечном сечении балки проводится построение системы дифференциальных уравнений пространственного изгиба железобетонной балки с учетом физической и геометрической нелинейностей и пластичности бетона.

Научная новизна. Полученные дифференциальные уравнения являются основой для разработки алгоритма варианта метода граничных элементов для решения задач статики и динамики многопролетных и многоэтажных рам с учетом нелинейностей и возникновения остаточных деформаций. Существующие алгоритмы метода граничных элементов для стержневых систем для решения нелинейных задач не предназначены.

Практическая значимость. Возможность построения эффективных моделей каркасных железобетонных сооружений при расчете их на сейсмические воздействия.

Ключевые слова: дифференциальные уравнения, метод граничных элементов, железобетонные балки и рамы, физическая и геометрическая нелинейности, пластичность бетона.

Введение. Прямой динамический расчет пространственных рамных железобетонных конструкций с учетом нелинейной работы и пластических свойств материалов на динамические (в частности, сейсмические) воздействия является сложной задачей. Во многих странах разработаны программные комплексы по нелинейному динамическому расчету конструкций. Все эти комплексы основаны на методе конечных элементов.

В ряде работ А.В. Гришина, В.С. Дорофеева, С.Ф. Клованича и их учеников [1–5] рассмотрены статические и динамические задачи для массивных железобетонных сооружений с учетом нелинейноупругих и пластических свойств бетона и предложены их решения также на основе метода конечных элементов.

Следует отметить, что порядок системы разрешающих уравнений метода конечных элементов очень высок, особенно в случаях учета нелинейных и пластических свойств материалов, что требует разбиения элементов железобетонных рам на большое количество мелких конечных элементов в связи с тем, что деформационные свойства бетона различны в сжатой и растянутой зонах, а также от того, находится ли данный элементарный объем в стадии нагружения или разгрузки.

Постановка задачи. Целью исследования является алгоритм построения дифференциальных уравнений изгиба железобетонных балок при учете нелинейных и

пластических свойств деформирования бетона, необходимых для использования метода граничных элементов.

Результаты исследования. 1. В монографии [6] приведены формулы для компонентов тензора деформаций в точках изогнутой балки:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11} &= (x_3 + u_3)\omega_2 - (x_2 + u_2)\omega_3 + u_{1,1}, \\ \varepsilon_{12} &= (u_1\omega_3 - (x_3 + u_3)\omega_1 + u_{1,2} + u_{2,1})/2, \\ \varepsilon_{13} &= ((x_2 + u_2)\omega_1 - u_1\omega_2 + u_{1,3} + u_{3,1})/2, \varepsilon_{22} = u_{2,2}, \\ \varepsilon_{23} &= (u_{2,3} + u_{3,2})/2, \varepsilon_{33} = u_{3,3}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $\omega_i (i=1,2,3)$ – компоненты вектора угловой скорости поворота базиса $e_i (i=1,2,3)$ (e_1 – единичный вектор, совпадающий с ортом τ касательной к деформированной оси балки в центре C тяжести сечения, e_2 и e_3 – векторы, направленные вдоль осей симметрии поперечного сечения) при движении точки C вдоль изогнутой оси балки с единичной скоростью; $x_i (i=2,3)$ – координаты точки поперечного сечения в системе координат, связанной с ортами $e_i (i=1,2,3)$; $x_1 = s$ – дуговая координата точки C ; $u_i (i=1,2,3)$ – перемещения точек в указанной системе координат, $u_{i,j} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} (i, j=1,2,3)$ (рис. 1).

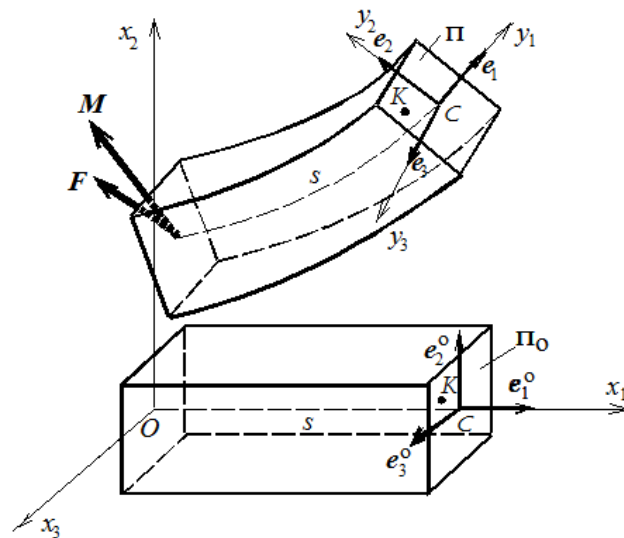


Рис. 1. Схема сегмента балки до и после деформации.

Для ориентации базиса $e_i (i=1,2,3)$ относительно неподвижного базиса $e_i^0 (i=1,2,3)$ выбраны углы Крылова.

В [7] приведены следующие выражения:

$$\omega_1 = \dot{\theta} \cos \phi \cos \psi - \dot{\psi} \sin \phi, \omega_2 = \dot{\theta} \cos \psi \sin \phi + \dot{\psi} \cos \phi, \omega_3 = \dot{\phi} - \dot{\theta} \sin \psi \quad (2)$$

(ϕ, ψ и θ – углы Крылова, дифференцирование по t совпадает с дифференцированием по s)

В соответствии с ассоциированным законом пластического течения [8-9] приращение пластической деформации может быть представлено в следующем виде:

$$d[\varepsilon]_p = \vartheta \frac{\partial \Phi([\sigma], \chi)}{\partial [\sigma]},$$

где Φ – функция нагружения: $\Phi([\sigma], \chi) = \Phi_I([\sigma]) + h(\chi)$,

$\Phi_I([\sigma])$ – функция, определяющая предельную поверхность, $h(\chi)$ – функция упрочнения, χ – параметр упрочнения, $[\sigma]$ – вектор напряжений, т.е. вектор с элементами $[\sigma]_1 = \sigma_{1,1}$, $[\sigma]_2 = \sigma_{2,2}$, $[\sigma]_3 = \sigma_{3,3}$, $[\sigma]_4 = \sigma_{1,2}$, $[\sigma]_5 = \sigma_{1,3}$, $[\sigma]_6 = \sigma_{2,3}$.

Представим приращение возможной работы напряжений на пластических деформациях следующим образом:

$$\partial \chi = \sigma_0 \partial \varepsilon_{p,0} + \tau_0 \partial \gamma_{p,0}$$

($\partial \varepsilon_{p,0}$ и $\partial \gamma_{p,0}$ – приращения объемных пластических деформаций и пластических деформаций октаэдрического сдвига). Примем в качестве функции упрочнения следующую функцию:

$$h(\chi) = -\Phi_I([\sigma(\chi)]).$$

Пусть предельная поверхность описывается функцией [10]:

$$\begin{aligned} \Phi_I([\sigma]) = & \sigma_{1,1}^2 + \sigma_{2,2}^2 + \sigma_{3,3}^2 - (\sigma_{1,1}\sigma_{2,2} + \sigma_{2,2}\sigma_{3,3} + \sigma_{3,3}\sigma_{1,1}) + \\ & + (R_c - R_p)(\sigma_{1,1} + \sigma_{2,2} + \sigma_{3,3}) + 3(\sigma_{1,2}^2 + \sigma_{1,3}^2 + \sigma_{2,3}^2) - R_c R_p. \end{aligned}$$

Следуя далее [5], приходим к следующему соотношению:

$$d[\sigma] = D_{ep} d[\varepsilon]. \quad (3)$$

Здесь $D_{ep} = D_e - D_e \frac{\partial \Phi}{\partial [\sigma]} \left[\frac{\partial \Phi}{\partial [\sigma]} \right]^T D_e \left\{ \left[\frac{\partial \Phi}{\partial [\sigma]} \right]^T D_e \frac{\partial \Phi}{\partial [\sigma]} - \frac{\partial \Phi}{\partial \chi} [\sigma]^T \frac{\partial \Phi}{\partial [\sigma]} \right\}^{-1}$, D_e – матрица

обобщенного закона Гука для линейно упругого материала, $[\varepsilon]$ – вектор деформаций, т.е. вектор с элементами $[\varepsilon]_1 = \varepsilon_{1,1}$, $[\varepsilon]_2 = \varepsilon_{2,2}$, $[\varepsilon]_3 = \varepsilon_{3,3}$, $[\varepsilon]_4 = \varepsilon_{1,2}$, $[\varepsilon]_5 = \varepsilon_{1,3}$, $[\varepsilon]_6 = \varepsilon_{2,3}$.

Введем обозначения (штрих означает производную по дуговой координате s):

$$\xi_1 = \phi, \xi_2 = \psi, \xi_3 = \theta, \xi_4 = \phi', \xi_5 = \psi', \xi_6 = \theta', \quad (4)$$

$$f_r^{(1)} = \frac{\partial f}{\partial \xi_r} \quad (r = 1, 2, \dots, 6) \quad (5)$$

для любой функции $f(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_6)$.

Из (2) нетрудно получить

$$d\omega_i = \sum_{r=1}^6 (\omega_i)_r^{(1)} d\xi_r \quad (i = 1, 2, 3), \quad (6)$$

$$(\omega_1)_1^{(1)} = -\theta' \sin \phi \cos \psi - \psi' \cos \phi, (\omega_1)_2^{(1)} = -\theta' \cos \phi \sin \psi, (\omega_1)_5^{(1)} = -\sin \phi, (\omega_1)_6^{(1)} = \cos \phi \cos \psi,$$

$$(\omega_2)_1^{(1)} = \theta' \cos \phi \cos \psi - \psi' \sin \phi, (\omega_2)_2^{(1)} = -\theta' \sin \phi \sin \psi, (\omega_2)_5^{(1)} = -\sin \phi, (\omega_2)_6^{(1)} = \sin \phi \cos \psi,$$

$$(\omega_3)_2^{(1)} = -\theta' \cos \psi, (\omega_3)_4^{(1)} = 1, (\omega_3)_6^{(1)} = -\sin \psi$$

(остальные величины из множества $(\omega_i)_r^{(1)}$ ($i = 1, 2, 3; r = 1, 2, \dots, 6$) равны нулю). Будем разыскивать приращения перемещений du_n ($n = 1, 2, 3$) в следующем виде:

$$u_n = \sum_{p=0}^2 a_{n,p,2-p} x_2^p x_3^{2-p}.$$

Присвоим каждому элементу $a_{n,p,2-p}$ ($n = 1, 2, 3$; $p = 0, 1, 2$) порядковый номер $j = 3(n-1) + p + 1$ и введем аналогично (5) обозначение:

$$f_j^{(2)} = \frac{\partial f}{\partial a_j} \quad (j = 1, 2, \dots, 9). \quad (7)$$

Из (1) с учетом (4)–(6) следует:

$$d[\varepsilon]_m = \sum_{r=1}^6 ([\varepsilon]_m)_r^{(1)} d\xi_r + \sum_{j=1}^9 ([\varepsilon]_m)_j^{(2)} da_j \quad (m = 1, 2, \dots, 6) \quad (8)$$

Здесь $([\varepsilon]_m)_r^{(1)} = \frac{\partial [\varepsilon]_m}{\partial \xi_r}$ ($r = 1, 2, \dots, 6$), $([\varepsilon]_m)_j^{(2)} = \frac{\partial [\varepsilon]_m}{\partial a_j}$ ($j = 1, 2, \dots, 9$).

Из (3) получаем

$$d[\sigma]_i = \sum_{r=1}^6 ([\sigma]_i)_r^{(1)} d\xi_r + \sum_{j=1}^9 ([\sigma]_i)_j^{(2)} da_j, \quad ([\sigma]_i)_r^{(1)} = \sum_{k=1}^6 D_{ep,i,k} ([\varepsilon]_k)_r^{(1)}, \quad (9)$$

$$([\sigma]_i)_j^{(2)} = \sum_{k=1}^6 D_{ep,i,k} ([\varepsilon]_k)_j^{(2)} \quad (i, r = 1, 2, \dots, 6; j = 1, 2, \dots, 9).$$

Используя разложения (8) и (9), можно получить аналогичные разложения и для проекций приращений поперечных сил dQ_i ($i = 1, 2, 3$) и изгибающих моментов dM_i ($i = 1, 2, 3$):

$$dM_i := \sum_{r=1}^6 (M_i)_r^{(1)} d\xi_r + \sum_{j=1}^9 (M_i)_j^{(2)} da_j, \quad (10)$$

$$dQ_i := \sum_{r=1}^6 (Q_i)_r^{(1)} d\xi_r + \sum_{j=1}^9 (Q_i)_j^{(2)} da_j \quad (i = 1, 2, 3)$$

Граничные условия на гранях балки:

$$d[\sigma]_m = 0 \quad \text{при } m = 2, 4, 6, x_2 = \pm h/2 \text{ и при } m = 3, 5, 6, x_3 = \pm b/2 \quad (11)$$

(b и h – размеры поперечного сечения балки). Статическую гипотезу Кирхгофа можно записать в виде приближенных равенств

$$d[\sigma]_2 = d[\sigma]_3 = d[\sigma]_6 = 0. \quad (12)$$

Из (11) – (12) следует, что при применении метода наименьших квадратов необходимо найти такие значения параметров da_j ($j = 1, 2, \dots, 9$), при которых функция

$$d\Psi = \int_{-b/2}^{b/2} \sum_{m=2,4,6} \{ [d[\sigma]_m(-\frac{h}{2}, x_3)]^2 + [d[\sigma]_m(\frac{h}{2}, x_3)]^2 \} dx_3 +$$

$$+ \int_{-h/2}^{h/2} \sum_{m=3,5,6} \{ [d[\sigma]_m(x_2, -\frac{b}{2})]^2 + [d[\sigma]_m(x_2, \frac{b}{2})]^2 \} dx_2 + \quad (13)$$

$$+ \int_{-h/2}^{h/2} \int_{-b/2}^{b/2} \sum_{m=2,3,6} [d[\sigma]_m(x_2, x_3)]^2 dx_2 dx_3$$

принимает наименьшее значение.

Из (10) и условий равновесия сегмента балки между левым концом и рассматриваемым поперечным сечением следует

$$d\Gamma_m = 0 \quad (m = 1, 2, 3), \quad (14)$$

где $d\Gamma_m = \sum_{r=1}^6 (Q_m)_{i,r}^{(1)} d\xi_r + \sum_{j=1}^9 (Q_m)_{i,j}^{(2)} da_j + \sum_{k=1}^3 (\beta_{m,k} dF_k + F_k d\beta_{m,k})$. Таким образом,

необходимо найти минимум функции $d\Psi$ при выполнении условий (14). Проблема условного минимума функции $d\Psi$ сводится к определению минимума функции

$$L = d\Psi + \sum_{m=1}^3 \delta_m d\Gamma_m \text{ по переменным } da_j \text{ и } \delta_m \text{ (} j = 1, 2, \dots, 9, m = 1, 2, 3 \text{), откуда следует, что}$$

$$\frac{\partial(d\Psi)}{\partial(da_i)} - \sum_{m=1}^3 \delta_m \frac{\partial(d\Gamma_m)}{\partial(da_i)} = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, 9), \quad d\Gamma_m = 0, \quad (m = 1, 2, 3) \quad (15)$$

Из (13) получаем

$$\frac{\partial(d\Psi)}{\partial(da_i)} = \sum_{r=1}^6 (\Psi)_{i,r}^{(1)} d\xi_r + \sum_{j=1}^9 (\Psi)_{i,j}^{(2)} da_j, \quad (16)$$

а из (14)

$$\frac{\partial(d\Gamma_m)}{\partial(da_i)} = (Q_m)_i^{(2)} \quad (i = 1, 2, \dots, 9). \quad (17)$$

Тогда (15) запишется так:

$$\sum_{r=1}^6 (\Psi)_{i,r}^{(1)} d\xi_r + \sum_{j=1}^9 (\Psi)_{i,j}^{(2)} da_j - \sum_{m=1}^3 \delta_m (Q_m)_i^{(2)} = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, 9), \quad (18)$$

$$\sum_{r=1}^6 (Q_m)_{i,r}^{(1)} d\xi_r + \sum_{j=1}^9 (Q_m)_{i,j}^{(2)} da_j + \sum_{k=1}^3 \beta_{m,k} dF_k = 0 \quad (m = 1, 2, 3).$$

Введем вектор $[da]$ с элементами $da_1, da_2, \dots, da_9, \delta_1, \delta_2, \delta_3$. Тогда (18) можно будет записать в виде системы линейных алгебраических уравнений:

$$\hat{\Psi}[da] = \sum_{r=1}^6 \tilde{\Psi}^{(r)} d\xi_r + \sum_{k=1}^3 \tilde{\Phi}^{(k)} dF_k. \quad (19)$$

(элементы матрицы $\hat{\Psi}$ и столбцов $\tilde{\Psi}^{(r)}$ и $\tilde{\Phi}^{(k)}$ очевидным образом выражаются через $(\Psi)_{i,r}^{(1)}, (\Psi)_{i,r}^{(2)}, (Q_m)_i^{(1)}, (Q_m)_i^{(2)}$ и $\beta_{m,k}$ ($i, j = 1, 2, \dots, 9; r = 1, 2, \dots, 6; m, k = 1, 2, 3$)).

Обозначим решение системы (19) с правой частью, равной $[\tilde{\Psi}]^{(r)}$, через $[a^{(1)}]^{(r)}$, а с правой частью $\tilde{\Phi}^{(k)}$ – через $[a^{(2)}]^{(k)}$. Очевидно, решение системы (19) имеет следующий вид:

$$[da] = \sum_{r=1}^6 [a^{(1)}]^{(r)} d\xi_r + \sum_{k=1}^3 [a^{(2)}]^{(k)} dF_k. \quad (20)$$

Элементы столбцов $[a^{(1)}]^{(r)}$ и $[a^{(2)}]^{(k)}$ могут быть определены при помощи (8) – (9). Тогда (10) примет следующий вид:

$$dM_i = \sum_{r=1}^6 (M_i)_r^{(3)} d\xi_r + \sum_{k=1}^3 (M_i)_k^{(4)} dF_k \quad (i=1,2,3), \quad (21)$$

$$\text{где } (M_i)_r^{(3)} = (M_i)_r^{(1)} + \sum_{j=1}^9 (M_i)_j^{(2)} [a]_j^{(r)}, \quad (M_i)_k^{(4)} = \sum_{j=1}^9 (M_i)_j^{(2)} [a^{(2)}]_j^{(k)}.$$

Из соотношения $M' + e_1 \times Q = 0$ [6] следует, что

$$\begin{aligned} dM'_1 + M_3 d\omega_2 + \omega_2 dM_3 - M_2 d\omega_3 - \omega_3 dM_2 &= 0, \\ dM'_2 + M_1 d\omega_3 + \omega_3 dM_1 - M_3 d\omega_1 - \omega_1 dM_3 - dQ_3 &= 0, \\ dM'_3 + M_2 d\omega_1 + \omega_1 dM_2 - M_1 d\omega_2 - \omega_2 dM_1 + dQ_2 &= 0. \end{aligned} \quad (22)$$

При помощи (21) равенства (22) можно записать так:

$$Xd\xi'' + Yd\xi' + Zd\xi + U = 0 \quad (23)$$

где $d\xi = [d\xi_1, d\xi_2, d\xi_3]$, X , Y и Z – квадратные матрицы размерности 3×3 .

Выводы. Равенство (23) представляет собой систему дифференциальных уравнений для нахождения приращений углов Крылова, определяющих изменение ориентации репера e_1, e_2, e_3 относительно осей x_1, x_2, x_3 , вызванных приращениями силы F и момента M_0 . В результате решения системы уравнений (17) определяются $d\psi, d\phi$ и $d\theta$ как функции s . Прибавляя их к найденным значениям углов Крылова на предыдущем шаге, получаем новые значения этих углов, а затем, проектируя вектор $e_1 = \tau = r'$ на оси x_i ($i = 1, 2, 3$), получаем уравнения:

$$x'_{C,i} = \alpha_{1,i} \quad (i=1,2,3), \quad (24)$$

определяющие координаты точек изогнутой оси балки.

Список использованной литературы

1. Гришин А.В. Нелинейная динамика конструкций, взаимодействующих с деформируемой средой / А.В. Гришин, В.С. Дорофеев. – Одесса: Астропринт, 2001. – 135 с.
2. Гришин А.В. Нелинейные динамические задачи расчета портовых гидротехнических сооружений / А.В. Гришин, Е.Ю. Федорова. – Одесса: ОНМУ, 2002. -125 с.
3. Клованич С.Ф. Метод конечных элементов в нелинейной механике грунтов и бетонов/С.Ф. Клованич/Строительные конструкции: межвед. н.-т. сб.: вып. 61.: т.1 – Киев: НИИСК, 2004. – С. 123-141.
4. Клованич С.Ф. Анализ напряженно-деформированного состояния железобетонных плит с использованием изопараметрического конечного элемента / С.Ф.Клованич., Д.И.Безушко / Строительная механика и расчет сооружений.- №2. – 2008. – С. 67-71.
5. Клованич С.Ф. Метод конечных элементов в нелинейных задачах инженерной механики / С.Ф. Клованич. / Библиотека журнала «Світ геотехніки», вып. 9. – Запорожье: ООО ИПО «Запорожье», 2009. – 400 с.
6. Илюхин А.А. Пространственные задачи нелинейной теории упругих стержней / А.А. Илюхин. – Киев: Наукова думка, 1979.– 216 с.

7. Бранец В.Н. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела / В.Н. Бранец, И.П. Шмыглевский. – М.: Наука, 1973. – 320 с.
8. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике / О. Зенкевич. – М.: Мир, 1975. – 543 с.
9. Ивлев Д.Д. Теория упрочняющегося пластического тела / Д.Д. Ивлев, Г.И. Быковцев. – М.: Наука, 1971. – 231 с.
10. Гениев Г.А. Теория пластичности бетона и железобетона / Г.А. Гениев Г, В.Н. Киссюк, Г.А. Тюпин – М.: Стройиздат, 1974 – 316 с.

References

1. *Grishin A.V.* Nelineynaya dinamika konstruktivnykh, vzaimodeystvuyushchikh s deformiruemoy sredoy / A.V. Grishin, V.S. Dorofeev. – Odessa: Astroprint, 2001. – 135 pp.
2. *Grishin A.V.* Nelineynye dinamicheskie zadachi rascheta portovykh gidrotekhnicheskikh sooruzheniy / A.V. Grishin, Ye.Yu. Fedorova. – Odessa: ONMU, 2002. – 125 pp.
3. *Klovanich S.F.* Metod konechnykh elementov v nelineynoy mekhanike gruntov i betonov/S.F. Klovanich/Stroitelnye konstruktivnykh: mezhved. n.–t. sb.: vyp. 61.: t.1 – Kiev: NIISK, 2004. – P. 123-141.
4. *Klovanich S.F.* Analiz napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya zhelezobetonnykh plit s ispolzovaniem izoparametricheskogo konechnogo elementa / S.F.Klovanich., D.I.Bezushko / Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy.- №2. – 2008. – P. 67-71.
5. *Klovanich S.F.* Metod konechnykh elementov v nelineynykh zadachakh inzhenernoy mekhaniki / S.F. Klovanich. / Biblioteka zhurnala «Svit geotekhniki», vyp. 9. – Zaporozhe: OOO IPO «Zaporozhe», 2009. – 400 pp.
6. *Ilyukhin A.A.* Prostranstvennye zadachi nelineynoy teorii uprugikh sterzhney / A.A. Ilyukhin. – Kiev: Naukova dumka, 1979.– 216 pp.
7. *Branets V.N.* Primenenie kvaternionov v zadachakh orientatsii tverdogo tela / V.N. Branets, I.P. Shmyglevskiy. – М.: Nauka, 1973. – 320 pp.
8. *Zenkevich O.* Metod konechnykh elementov v tekhnike / O. Zenkevich. – М.: Mir, 1975. – 543 pp.
9. *Ivlev D.D.* Teoriya uprochnyayushchegosya plasticheskogo tela / D.D. Ivlev, G.I. Bykovtsev.– М.: Nauka, 1971. – 231 pp.
10. *Geniev G.A.* Teoriya plastichnosti betona i zhelezobetona / G.A. Geniev G, V.N. Kisyuk, G.A. Tyupin – М.: Stroyizdat, 1974 – 316 pp.

ПОБУДОВА ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ПРОСТОРОВОГО ВИГИНУ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ БАЛОК І РАМ З УРАХУВАННЯМ ФІЗИЧНОЇ І ГЕОМЕТРИЧНОЮ НЕЛІНІЙНОСТЕЙ І ПЛАСТИЧНОСТІ БЕТОНУ

ФОМІН В. М.

Одеська державна академія будівництва та архітектури

Мета. Побудова системи диференціальних рівнянь для покрового методу рішення задачі просторового вигину залізобетонних балок і рам.

Методика. На основі асоційованого закону пластичної течії бетону отримані представлення приростів головного вектору і головного моменту внутрішніх сил в поперечному перерізі балки у вигляді функцій приростів кутів Крилова, що визначають зміну положення перерізу, і їх похідних по дуговій координаті.

Результати. На основі отриманих представлень і диференціальних співвідношень між приростами головного вектору і головного моменту внутрішніх зусиль в поперечному перерізі балки проводиться побудова системи диференціальних рівнянь просторового вигину залізобетонної балки з урахуванням фізичної і геометричної нелінійностей і пластичності бетону.

Наукова новизна. Отримані диференціальні рівняння є основою для розробки алгоритму варіанту методу граничних елементів для вирішення завдань статички і динаміки багатопролітних і багатоповерхових рам з урахуванням нелінійностей і виникнення залишкових деформацій. Існуючі алгоритми методу граничних елементів для стержневих систем для вирішення нелінійних завдань не призначені.

Практична значимість. Можливість побудови ефективних моделей каркасних залізобетонних споруд при розрахунку їх на сейсмічні дії.

Ключові слова: *диференціальні рівняння, метод граничних елементів, залізобетонні балки і рами, фізична і геометрична нелінійності, пластичність бетону.*

CONSTRUCTION OF DIFFERENTIAL EQUATIONS OF THE SPATIAL BENDING OF REINFORCED CONCRETE BEAMS AND FRAMES, TAKING INTO ACCOUNT PHYSICAL AND GEOMETRICAL NONLINEARITIES AND PLASTICITY OF CONCRETE

FOMIN V. M.

Odessa state academy of civil engineering and architecture

Purpose. Construction of the system of differential equations for the incremental method for solution of the problem for reinforced concrete beam and frame spatial bending.

Methodology. On the basis of associated law of plastic concrete flow there the representations of increments of the total vector and the total moment of internal forces in a cross-section of a beam caused by the increments of external forces, in the form of functions of Krylov's angles increments, determining section position change, and their derivatives on arc coordinate have been derived.

Findings. On the basis of the derived representations and differential relations between the increments of the main vector and the main moment of internal forces in the cross-section of a beam the construction of the system of differential equations of spatial bending of reinforced-concrete beam has been conducted taking into account physical and geometrical nonlinearities and plasticity of concrete.

Originality. Derived differential equations are the basis for development of algorithm of a variant of the border elements method for the solving statics and dynamics problems for multispans and multistory frames taking into account nonlinearities and residual strain formations. The existing algorithms of the boundary element method are not destined for the solving nonlinear problems for the bar systems.

Practical value. Possibility of construction of the effective models for framework reinforced concrete buildings at the seismic design.

Keywords: *differential equations, boundary element method, reinforced concrete beams and frames, physical and geometrical nonlinearities, plasticity of concrete.*