

УДК 685.34.023.4:
678.057.74

КУЛІК Т. І.

Київський національний університет технологій та дизайну

ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ КОНСОЛЬНО ЗАКРІПЛЕНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ПОЛІМЕРНОГО НИЗУ ВЗУТТЯ ПІД ДІЄЮ РОЗПОДІЛЕНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

Мета. Визначення напружень та деформацій, що виникають у консольно закріплених полімерних деталях легкої промисловості при навантаженні їх розподіленим зусиллям із врахуванням ступеня залежності між напруженнями та деформаціями у полімерному матеріалі.

Методика. У основу роботи покладені аналітичні методи досліджень. Для отримання математичних моделей були використані методи опору матеріалів та теорії пружності.

Результати. Досліджено міцність та деформацію полімерної підошви взуття в процесі її експлуатації під дією розподіленого навантаження.

Наукова новизна. Отримано математичну модель, що встановлює вплив навантаження та геометричних параметрів деталі на величину напружень, що у ній виникають, прогинів та кутів повороту осей для суцільних та порожнистих балок з полімерного матеріалу з урахуванням його фізико-механічних властивостей.

Практична значимість. Запропоновані розрахункові формули для проектування низу взуття з покращеними експлуатаційними властивостями.

Ключові слова: полімерна підошва, фізико-механічні властивості полімерів, міцність, деформація, консольна балка, розподілене навантаження.

Вступ. У сучасному світі взуття перестало бути лише засобом захисту стопи. Стильне взуття сьогодні – це можливість проявити індивідуальність, продемонструвати свій настрій, світогляд, соціальний статус. Взуття доповнює гардероб, підкреслює образ, робить його більш завершеним, а іноді саме взуття виступає оригінальним акцентом, родзинкою усієї композиції. Не лише жінки, а й чоловіки ставляться з великою увагою до вибору взуття, адже сьогодні недостатньо мати по одній парі взуття для роботи, дому, спорту та відпочинку. Мати вдома колекцію взуттєвих виробів для різних цілей та на усі випадки життя сьогодні вважається не надмірністю, а необхідністю.

Тому зусилля дизайнерів спрямовані на розроблення нових, оригінальних колекцій. Для модних показів виготовляються найнеймовірніші моделі, проте часто вони є абсолютно непридатними до повсякденного використання через невідповідність форми взуття параметрам стопи людини та через недостатньо високі споживчі характеристики. На відміну від одягу та інших аксесуарів, взуття у процесі експлуатації сприймає значні навантаження. Відповідно, для того, щоб масове виробництво взуття незвичних форм стало можливим, необхідне наукове обґрунтування його конструкції з метою забезпечення цілісності виробу та його складових елементів.

У взутті зі шкіряним чи текстильним верхом найчастіше найбільш жорстким елементом є полімерний низ. Тому саме від матеріалу та конструкції низу залежать головним чином такі важливі експлуатаційні показники взуття як формостійкість виробу, міцність, пружність, гнучкість, маса тощо. Отже, вибір матеріалу та оптимальної конструкції підошви є актуальним завданням, вирішення якого сприятиме підвищенню якості взуття.

У процесі експлуатації частини підошви сприймають різні навантаження, характер та величина яких визначається конструкцією підошви та умовами експлуатації взуття.

У даній роботі розглядається напружено-деформований стан консольно закріплених елементів полімерної підошви під дією розподіленого навантаження, яке виникає в процесі носіння взуття з високим каблуком (рис. 1). Такому навантаженню піддається частина підошви від носка до місця кріплення каблука.



Рис. 1. Консольно закріплені елементи низу взуття, що сприймають розподілене навантаження

Подібний характер навантажень може спостерігатися і у інших випадках, наприклад, у взутті, що почало набувати популярності останнім часом (рис. 2). Таке взуття дизайнери називають «no heel shoes» або «heel less shoes», тобто взуття на високих підборах, але... без підборів [1-3], інший тип – «backwards heel shoes» – взуття з каблуком «задом наперед» [4-6].



Рис. 2. Взуття «Heel less» та «Backwards heel»

Постановка завдання. Підошва взуття сприймає розподілене навантаження, величина якого визначається вагою людини. Очевидно, що максимальна концентрація напружень у матеріалі підошви спостерігатиметься у ділянках з різким перепадом товщин. Для взуття на рис. 1 це місце з'єднання основної частини підошви з каблуком, для взуття на рис. 2 – місце з'єднання виступаючої п'яtkової частини підошви з її основною частиною.

Головною метою роботи є визначення напружень та деформацій, що виникають у консольно закріплених полімерних деталях легкої промисловості при навантаженні їх

розподіленим зусиллям із врахуванням степеневої залежності між напруженнями та деформаціями у полімерному матеріалі.

Результати дослідження. У випадку взуття на високих підборах в момент контакту каблука із ґрунтом підошва працює на згин під дією навантаження, яке виникає в результаті взаємодії стопи з її геленково-пучковою зоною. Розподіл навантажень та деформацій у підошві залежить від багатьох факторів: складної геометричної форми підошви, тиском з боку стопи та її анатомічних особливостей, швидкості деформацій, фізико-механічних властивостей полімерного матеріалу та ін.

Для наближеної оцінки працездатності підошви визначимо напруження та деформації у консольно закріпленій балці під дією рівномірно розподіленого навантаження. При цьому підошва взуття може бути представлена у вигляді балки, ширина якої набагато більша, ніж висота і дорівнює середньому значенню по довжині. Еквівалентна схема навантаження підошви наведена на рис. 3, її деформація під дією рівномірно розподіленого навантаження – на рис. 4.

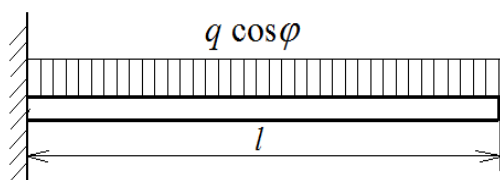


Рис. 3. Еквівалентна схема навантаження підошви

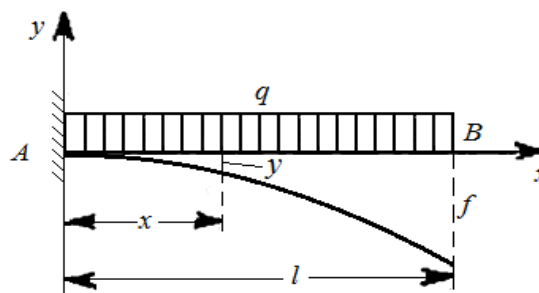


Рис. 4. Схема деформування консольної балки під дією рівномірно розподіленого навантаження

Скористаємось функцією зв'язку між деформаціями та нормальними напруженнями в полімерних матеріалах [7]:

$$\sigma^m = E\varepsilon, \quad (1)$$

де σ – напруження; m – показник степеня, який змінюється в межах від 0,6 до 1 (при $m=1$ тіло виявляє пружні властивості); E – модуль пружності; ε – відносна деформація.

Із співвідношення (1) в роботі [8] було отримано вираз для визначення напружень, що виникають у балці при її згині:

$$\sigma = \frac{Mz^{\frac{1}{m}}}{I_m}, \quad (2)$$

де M – згинаючий момент; Z – відстань від нейтральної осі; I_m – аналог моменту інерції.

В роботі [8] також отримано вирази для визначення максимального прогину і максимального кута повороту осі балки. Для випадку навантаження консольної балки з рівномірно розподіленим навантаженням ці вирази мають вигляд:

$$\theta_{\max} = -\frac{q^m l^{2m+1}}{2^m (2m+1) EI_m}; \quad (3)$$

$$y_{\max} = -\frac{q^m l^{2m+2}}{2^m (2m+2) EI_m}, \quad (4)$$

де y_{\max} – максимальний прогин балки; θ_{\max} – максимальний кут повороту осі балки;
 q – рівномірне розподілене навантаження; l – довжина балки.

Величина у знаменнику виразу (2) була визначена у вигляді:

$$I_m = \frac{2Bm}{1+2m} \left(\frac{H}{2}\right)^{\frac{1}{m}+2}, \quad (5)$$

де B і H – ширина і висота поперечного перетину балки відповідно.

У випадку порожнистої балки можна отримати:

$$I_m = \frac{2m}{1+2m} \left[B \left(\frac{H}{2}\right)^{\frac{1}{m}+2} - b \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{1}{m}+2} \right]. \quad (6)$$

де b і h – ширина і висота поперечного перетину порожнини відповідно.

Підставляючи (5) в (2), а також враховуючи, що $z = h/2$ і $M = ql^2$ отримаємо:

$$\sigma = \frac{ql^2}{\frac{2bm}{1+2m} \left(\frac{h}{2}\right)^2}. \quad (7)$$

Із виразу (7) можна отримати формулу для розрахунку висоти поперечного перетину прямокутної балки, прийнявши допустиме значення напружень:

$$h = \sqrt{\frac{q \cdot l^2 \cdot \left(\frac{1}{m} + 2\right)}{b \cdot [\sigma]}}, \quad (8)$$

де $[\sigma]$ – допустимі напруження.

В результаті підстановки (6) в (2) отримаємо вираз для максимальних напружень порожнистої балки:

$$\sigma = \frac{ql^2}{\frac{2m}{1+2m} B \left(\frac{H}{2}\right)^2 \left[1 - \frac{b}{B} \left(\frac{h}{H}\right)^{\frac{1}{m}+2} \right]}. \quad (9)$$

Задаючись співвідношенням h/H , з (9) можна визначити розрахункову висоту поперечного перетину балки:

$$h = \frac{\sqrt{q \cdot l^2 \cdot \left(\frac{1}{m} + 2\right)}}{\sqrt{b \cdot \left[\frac{B}{b} \left(\frac{H}{h}\right)^{\frac{1}{m}+2} - 1\right] \cdot [\sigma]}} \quad (10)$$

Підставляючи (5) в (3), отримаємо максимальний прогин суцільної балки:

$$y_{\max} = - \frac{q^m \cdot l^{2m+2} \cdot \left(\frac{1}{m} + 2\right)}{2^{m+2} (m+1) \cdot b \cdot E \cdot \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{1}{m}+2}} \quad (11)$$

З (11) можна визначити висоту поперечного перетину балки для забезпечення заданого максимального прогину:

$$h = 2 \cdot \frac{1}{m} \sqrt{\frac{q^m \cdot l^{2m+2} \cdot \left(\frac{1}{m} + 2\right)}{2^{m+2} \cdot (m+1) \cdot b \cdot E \cdot [y_{\max}]}} \quad (12)$$

Підставляючи (6) в (3), отримаємо максимальний прогин порожнистої балки:

$$y_{\max} = - \frac{q^m \cdot l^{2m+2} \cdot \left(\frac{1}{m} + 2\right)}{2^{m+2} \cdot (m+1) \cdot b \cdot E \cdot \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{1}{m}+2} \left[\frac{B}{b} \left(\frac{H}{h}\right)^{\frac{1}{m}+2} - 1\right]} \quad (13)$$

З (13) отримаємо формулу для розрахунку висоти поперечного перетину порожнистої балки з умови жорсткості, задаючи співвідношення h/H :

$$h = 2 \cdot \frac{1}{m} \sqrt{\frac{q^m \cdot l^{2m+2} \cdot \left(\frac{1}{m} + 2\right)}{2^{m+2} \cdot (m+1) \cdot b \cdot E \cdot \left[\frac{B}{b} \left(\frac{H}{2}\right)^{\frac{1}{m}+2} - 1\right] \cdot [y_{\max}]}} \quad (14)$$

Підставляючи (5) в (4), отримаємо максимально допустимий кут повороту осі балки:

$$\theta_{\max} = - \frac{q^m \cdot l^{2m+1}}{2^{m+1} \cdot m \cdot b \cdot E \cdot \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{1}{m}+1}} \quad (15)$$

Висота поперечного перетину балки при заданому куті повороту її осі:

$$h = 2 \cdot \frac{1}{m} \sqrt{\frac{q^m \cdot l^{2m+1}}{2^{m+1} \cdot m \cdot b \cdot E \cdot [\theta_{\max}]}} \quad (16)$$

Підставляючи (6) в (4), отримаємо максимально допустимий кут повороту осі порожнистої балки:

$$\theta_{\max} = - \frac{q^m \cdot I^{2m+1}}{2^{m+1} \cdot m \cdot b \cdot E \cdot \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{1}{m}+2} \left[\frac{B}{b} \left(\frac{H}{h}\right)^{\frac{1}{m}+2} - 1 \right]} \quad (17)$$

З (17) отримаємо формулу для розрахунку висоти поперечного перетину порожнистої балки з умови жорсткості при заданому куті повороту її осі:

$$h = 2 \cdot \sqrt[\frac{1}{m}+2]{\frac{q^m \cdot I^{2m+1}}{2^{m+1} \cdot m \cdot b \cdot E \cdot \left[\frac{B}{b} \left(\frac{H}{h}\right)^{\frac{1}{m}+2} - 1 \right] \cdot [\theta_{\max}]}} \quad (18)$$

На рис. 5. представлено залежність висоти поперечного перетину елемента від величини діючого розподіленого навантаження при різних значеннях допустимих напружень.

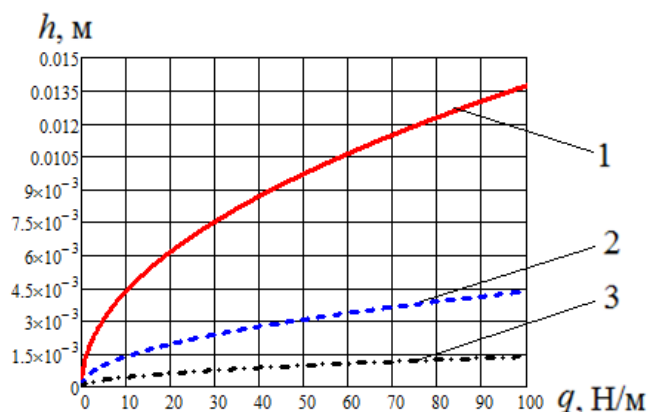


Рис. 5. Залежність висоти поперечного перетину елемента h від величини діючого розподіленого навантаження q при границі міцності матеріалу:

$$1 - [\sigma] = 10^7 \text{ Н/м}^2; \quad 2 - [\sigma] = 10^6 \text{ Н/м}^2; \quad 3 - [\sigma] = 10^5 \text{ Н/м}^2$$

Висновки. Отримано аналітичні моделі, що дозволили сформулювати вирази (8) та (10) для розрахунку консольних полімерних елементів низу взуття на міцність під дією розподіленого навантаження та вирази (12), (14), (16), (18), що можуть бути використані для розрахунку полімерних деталей взуття на жорсткість, яка визначає його основні експлуатаційні властивості та якість. Це дає можливість забезпечення високих експлуатаційних показників взуття ще на етапі його проектування.

Подальші дослідження можуть бути спрямовані на уточнення особливостей розподілу навантажень у різних видах взуття із врахуванням анатомічних особливостей стопи людини.

Література

1. Giuseppe Zanotti Heelless. – Giuseppezanottluxury.top. 2017. [Online] // URL: <http://www.giuseppezanottluxury.top/en/giuseppe-zanotti-heelless-c-4.html> (accessed: 23.03.2017).
2. Tom Ford Spring 2012 Shoes | Tom + Lorenzo. – Tom + Lorenzo. 2017. [Online] // URL: <http://tomandlorenzo.com/2012/04/tom-ford-spring-2012-shoes/> (accessed: 23. 03. 2017).
3. Noritaka Tatehana | TWO x TWO. – Twoxtwo.org. 2017. [Online] // URL: <http://twoxtwo.Org /portfolio /noritaka-tatehana/> (accessed: 23.03.2017).
4. Marc Jacobs - Backward heel shoes. – NET-A-PORTER. 2017. [Online] // URL: https://www.net-a-porter.com/us/en/product/30655/marc_jacobs/backward-heel-shoes (accessed: 23.03.2017).
5. Eamz Raiko Coral Mix | United Nude. – B2C US. 2017. [Online] // URL: <https://www.unitednude.Com /women/high-heels/eamz-raiko-coral-mix-black-mix.html> (accessed: 23.03.2017).
6. Berprestasi M. Fashion For You. – Fashion4inspiration.blogspot.com. 2017. [Online] // URL: <http://fashion4inspiration.blogspot.com/> (accessed: 23. 03. 2017).
7. Лебедев В. С. Основные процессы, машины и аппараты предприятий бытового обслуживания / Лебедев В. С. – М. : Легкая индустрия, 1976. – 399 с.
8. Kulik T. I. Strength and deformation of polymer pieces at the light industry [Text] / T. I. Kulik, O. P. Burmistenkov, B. M. Zlotenko // Odes'kyi Politechnichnyi Universytet. Pratsi. – 2015. – № 2(46). – P. 62-68.

References

1. Giuseppezanottluxury.top. (2017). *Giuseppe Zanotti Heelless*. [online] Available at: <http://www.giuseppezanottluxury.top/en/giuseppe-zanotti-heelless-c-4.html> [Accessed 23 Mar. 2017].
2. Tom+Lorenzo. (2017). *Tom Ford Spring 2012 Shoes | Tom + Lorenzo*. [online] Available at: <http://tomandlorenzo.com/2012/04/tom-ford-spring-2012-shoes/> [Accessed 23 Mar. 2017].
3. Twoxtwo.org. (2017). *Noritaka Tatehana | TWO x TWO*. [online] Available at: <http://twoxtwo.org /portfolio/noritaka-tatehana/> [Accessed 23 Mar. 2017].
4. NET-A-PORTER. (2017). *Marc Jacobs - Backward heel shoes*. [online] Available at: https://www.net-a-porter.com/us/en/product /30655/marc_jacobs/backward-heel-shoes [Accessed 23 Mar. 2017].
5. B2C US. (2017). *Eamz Raiko Coral Mix*. [online] Available at: <https://www.unitednude.com/ women/high-heels/eamz-raiko-coral-mix-black-mix.html> [Accessed 23 Mar. 2017].
6. Berprestasi, M. (2017). *Fashion For You*. [online] Fashion4inspiration.blogspot.com. Available at: <http://fashion4inspiration.Blogspot.com/> [Accessed 23 Mar. 2017].
7. Lebedev V. S. (1976). *Osnovnyie protsessyi, mashinyi i apparatyi predpriyatiy bytovogo obsluzhivaniya*. Moscow: Lyogkaya industriya.
8. Kulik, T., Burmistenkov, O. and Zlotenko, B. (2015). Strength and deformation of polymer pieces at the light industry. *Odes'kyi Politechnichnyi Universytet. Pratsi*, (2), pp.62-68.

**ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ
КОНСОЛЬНО ЗАКРЕПЛЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПОЛИМЕРНОГО НИЗА ОБУВИ
ПОД ДЕЙСТВИЕМ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ НАГРУЗКИ**

КУЛИК Т. И.

Киевский национальный университет технологий и дизайна

Цель. *Определение напряжений и деформаций, возникающих в консольно закрепленных полимерных деталях легкой промышленности при нагружении их распределенным усилием с учетом степенной зависимости между напряжениями и деформациями в полимерном материале.*

Методика. *В основу работы положены аналитические методы исследований. Для получения математических моделей были использованы методы сопротивления материалов и теории упругости.*

Результаты. *Исследована прочность и деформация полимерной подошвы обуви в процессе ее эксплуатации под действием распределенной нагрузки.*

Научная новизна. *Получена математическая модель, устанавливающая влияние нагрузки и геометрических параметров детали на величину возникающих в ней напряжений, прогибов и углов поворота осей для сплошных и полых балок из полимерного материала с учетом его физико-механических свойств.*

Практическая значимость. Предложены расчетные формулы для проектирования низа обуви с улучшенными эксплуатационными свойствами.

Ключевые слова: полимерная подошва, физико-механические свойства полимеров, прочность, деформация, консольная балка, распределенная нагрузка.

INVESTIGATION OF THE STRESS-DEFORMED STATE OF CANTILIVERED ELEMENTS OF POLYMERIC FOOTWEAR UNDER ACTION OF DISTRIBUTED LOAD KULIK T. I.

Kiev National University of Technologies and Design

Purpose. Determination of stresses and strains arising in cantilevered polymer parts of light industry when loaded by a distributed force, taking into account the power-law relationship between stresses and strains in the polymer material.

Methodology. The work is based on analytical methods of research. To obtain mathematical models were used methods of polymer mechanics, strengths of materials, theory of elasticity.

Findings. A mathematical model of the deformation of polymer elements of the shoe bottom under the action of operational loads is developed.

Originality. Analytical expressions are obtained for determining the stresses, deflections and angles of rotation of the axes of beams made of a polymeric material, taking into account its physico-mechanical properties.

Practical value. Calculation formulas for the design of the bottom of footwear with improved operational properties are proposed.

Keywords: polymer sole, physical and mechanical properties of polymers, strength, deformation, cantilever beam, distributed load.