

УДК 678.023.5

СИНЮК О. М., МИХАЙЛОВСЬКИЙ А. Ю.

Хмельницький національний університет

ВИЗНАЧЕННЯ ЕФЕКТИВНИХ ПРУЖНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ОРІЄНТОВАНИХ ПОЛІМЕРІВ В ПОПЕРЕЧНОМУ НАПРЯМКУ

Мета. Встановити залежності, що дозволяють визначати необхідну деформацію полімерного матеріалу, при якій модуль пружності в поперечному до витягування напрямку найменший.

Методика. Розроблена методика визначення ступеня впливу пружних властивостей полімеру і його напружено-деформованого стану на форму та розміри сферолітів, що дасть змогу прогнозувати пружні властивості полімерних матеріалів сферолітної будови залежно від ступеня витягування.

Результати. Отримані залежності, за якими можна визначати деформацію полімеру, при якій модуль пружності в поперечному до витягування напрямку мінімальний. Отримані залежності модуля пружності поліетилентерефталата, поліаміда і поліетилену від ступеня витяжки в поперечному до неї напрямку.

Наукова новизна. Вперше отримані вирази, що дозволяють прогнозувати пружні властивості аморфно-кристалічних полімерів в залежності від ступеня витягування.

Практична значимість. Розроблена методика, за якою можна визначати необхідну деформацію полімеру, при якій забезпечується мінімальний модуль пружності у поперечному до витягування напрямку, що дасть змогу розрахувати мінімальні зусилля, які має створювати перероблююче обладнання для руйнування структури полімерного матеріалу.

Ключові слова: полімерний матеріал, сфероліти, структура, витягування, пружні властивості.

Вступ. Сьогодні полімерні відходи можуть утилізуватися або повторно використовуватися при виготовленні нових виробів [1]. Капітальні та експлуатаційні витрати за основними способами переробки полімерних відходів не перевищують, а в ряді випадків навіть нижче витрат на їх знищення. Позитивною стороною переробки є також і те, що виходить додаткова кількість корисних продуктів для різних галузей народного господарства і не відбувається повторного забруднення навколишнього середовища.

Актуальність. Існуючі сьогодні технології механічної переробки полімеру [2, 3] подрібнюють його, що призводить до розриву структурних утворень полімерного матеріалу, а це знижує експлуатаційні властивості полімеру [4]. Для покращення механічних характеристик полімерний матеріал відновлюють за допомогою хімічних реактивів [1], що потребує залучення додаткових ресурсів і спеціального обладнання, що збільшує витрати на переробку.

Розробка технологічного обладнання для переробки полімерних відходів, що забезпечує руйнування полімерного матеріалу по границям структурних утворень дозволить зберегти механічні характеристики первинного матеріалу та забезпечити зменшення витрат електричної енергії.

Перероблений полімерний матеріал із збереженими фізико-механічними характеристиками первинного матеріалу можна використовувати як армуючі наповнювачі при виробництві нових виробів легкої промисловості (підшов, корпусів чемоданів, деталей одягу та інші) литтям під тиском, що дозволить покращити їх експлуатаційні властивості [1].

Таким чином, задачею даного дослідження є розробка математичної моделі руйнування попередньо витягнутого полімерного матеріалу в поперечному до витяжки

напрямку. Це дозволить визначати необхідну деформацію полімерного матеріалу, при якій модуль пружності в поперечному до витягування напрямку найменший, що дасть можливість розрахувати мінімальні зусилля, які потрібно прикласти до полімерного матеріалу, щоб почався процес руйнування його структури.

Розробка математичної моделі руйнування полімерних відходів, яка дозволяє простежити за направленими змінами внутрішньої структури полімеру, що приводять до її руйнування при різних видах напружено-деформованого стану, які генеруються технологічними пристроями в процесі переробки полімерних відходів, дозволить розробити таке обладнання, яке б зберегло в переробленому полімері фізико-механічні характеристики первинного матеріалу при мінімальних витратах енергії.

Розробка математичної моделі вимагає проведення структурного аналізу. В роботі [5] було встановлено, що в неорієнтованому стані аморфно-кристалічних полімерів сферолітної будови можна виділити два основних рівня надмолекулярної структури – сфероліти з мікрогетерогенною кристалічною структурою, і однорідну аморфну частину середовища з нерегульованою структурою. В роботі [6] запропонована модель неорієнтованої структури аморфно-кристалічних полімерів, яка задовільно зв'язала показники їх пружних властивостей з параметрами структури і результатами експериментів інших дослідників. В роботі [7] було визначена ступінь витяжки, що відповідає природній, при якій в полімерному матеріалі, що перероблюється, утворюються орієнтовані конгломерати витягнутих сферолітів структури. На прикладі була показана методика визначення ступеня природної витяжки, яка може служити орієнтиром при проектуванні обладнання, призначеного для переробки полімерних відходів. В роботі [8] змодельований процес витягнення полімерного матеріалу сферолітної будови, на основі чого досліджено зміну пружних властивостей аморфно-кристалічних полімерів в напрямку їх витяжки.

На відміну від розглянутих вище публікацій в даній роботі будується математична модель, що описує зміну пружних властивостей полімерних матеріалів в поперечному до попереднього витягування напрямку.

Постановка завдання. Розіб'ємо весь процес руйнування структури полімерного матеріалу на чотири етапи: початковий неорієнтований стан (рис. 1 а), орієнтований стан (рис. 1 б, в) – орієнтована сферолітна структура і руйнування полімерного матеріалу під дією навантаження в поперечному до орієнтації сферолітів напрямку.

Раніше було встановлено [6, 7], що при значеннях ступеня витягування в межах $1 \leq \lambda \leq 9 \dots 10$, зберігається прямий генетичний зв'язок між вихідним сферолітним порядком і орієнтаційним. Зазначені факти є основою для гіпотези про існування кількісного зв'язку між параметрами витягування сферолітів і показниками механічних характеристик середовища в кожному із зазначених станів.

Результати дослідження. Розглянемо модель неорієнтованого стану сферолітної структури [7], яка піддається одноосній орієнтації зі ступенем витяжки λ . На рис. 1 представлена модель перетворення вихідної неорієнтованої сферолітної структури в орієнтовану. Врахувавши той факт, що зміна форми сферолітів в результаті орієнтаційної витяжки відбувається однорідно в напрямку осі x_1 і при незмінному об'ємі сферолітів [6, 7, 9] ($\rho_c = \text{const}$), будемо моделювати орієнтаційну витяжку як рівномірний стиск або розтяг простору з коефіцієнтом η , чисельно рівним ступеню витяжки полімеру: $\eta = \lambda$. При цьому

фактично відбувається рівномірне стиск сфероліта в напрямку від площини x_2Ox_3 , прийнятої за основну (рис. 1).

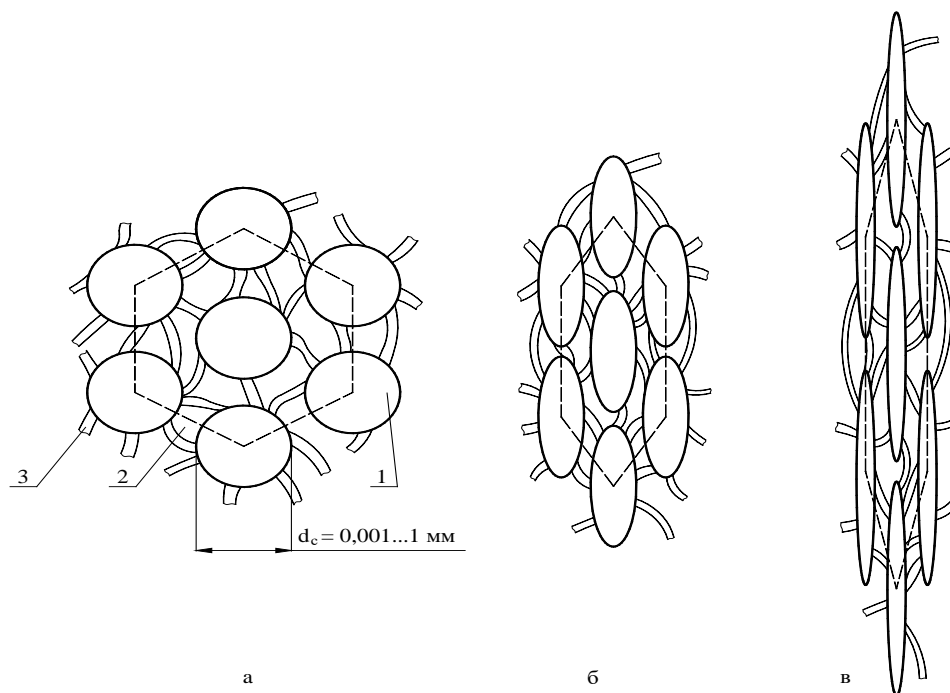


Рис. 1. Модель надмолекулярної сферолітної структури полімерного матеріалу в неорієнтованому (а), орієнтованому (еліпсоїдальна форма) (б), (в) стані
 1 – сфероліті; 2 – аморфний простір; 3 – прохідні фібрили

Пружні властивості полімеру орієнтованої структури в напрямку, перпендикулярному до напрямку витяжки, визначимо з розгляду двоосного рівномірного розтягу надмолекулярної структури в напрямку осей x_2 і x_3 напруженнями $\hat{\sigma}_2 \alpha_2^0 = \hat{\sigma}_3 \alpha_3^0$ (рис. 2).

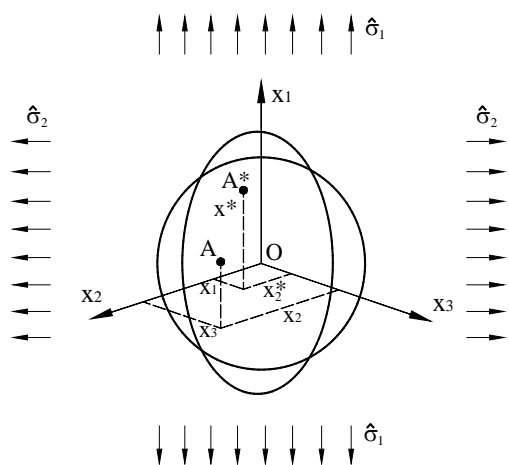


Рис. 2. Модель витягнутого сфероліту

Ефективні пружні постійні орієнтованого аморфно-кристалічного полімеру будемо визначати, виходячи з позицій мікромеханіки композитних матеріалів [6-8] із залученням як декартової, так і криволінійної систем координат v, ϑ, φ , взаємозв'язок між якими визначається такими виразами:

$$\begin{aligned} x_1 &= r(\lambda^2 - \lambda^{-1})^{1/2} \operatorname{ch} u \cos \vartheta, \\ x_2 &= r(\lambda^2 - \lambda^{-1})^{1/2} \operatorname{sh} u \sin \vartheta \cos \varphi, \\ x_3 &= r(\lambda^2 - \lambda^{-1})^{1/2} \operatorname{sh} u \sin \vartheta \sin \varphi, \end{aligned} \quad (1)$$

де $0 \leq u \leq \infty$, $0 \leq \vartheta \leq \pi$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$.

Коефіцієнти Ламе системи (1) виражені

такими рівняннями:

$$\begin{aligned} H_u^2 &= H_\vartheta^2 = r^2(\lambda^2 - \lambda^{-1})(\operatorname{sh}^2 u + \sin^2 \vartheta), \\ H_\varphi^2 &= r^2(\lambda^2 - \lambda^{-1}) \cdot \operatorname{sh}^2 u \cdot \sin^2 \vartheta. \end{aligned} \quad (2)$$

Першу квадратичну форму елемента довжини дуги ds знаходимо з такого виразу:

$$ds^2 = r^2(\lambda^2 - \lambda^{-1}) \left[(\text{sh}^2 u + \sin^2 \vartheta) (du^2 + d\vartheta^2) + \text{sh}^2 u \sin^2 \vartheta d\varphi^2 \right] \quad (3)$$

Одиничні вектори криволінійної $\mathbf{e}_u, \mathbf{e}_\vartheta, \mathbf{e}_\varphi$ і декартової $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ систем координат зв'язані такими співвідношеннями

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_u &= a_{11} \cdot \mathbf{e}_1 + a_{12} \cdot \mathbf{e}_2 + a_{13} \cdot \mathbf{e}_3, \\ \mathbf{e}_\vartheta &= a_{21} \cdot \mathbf{e}_1 + a_{22} \cdot \mathbf{e}_2 + a_{23} \cdot \mathbf{e}_3, \\ \mathbf{e}_\varphi &= a_{31} \cdot \mathbf{e}_1 + a_{32} \cdot \mathbf{e}_2 + a_{33} \cdot \mathbf{e}_3, \end{aligned} \quad (4)$$

де

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{\text{sh} u \cos \vartheta}{\sqrt{\text{sh}^2 u + \sin^2 \vartheta}}; & a_{21} &= -\frac{\text{ch} u \sin \vartheta}{\sqrt{\text{sh}^2 u + \sin^2 \vartheta}}; \\ a_{12} &= \frac{\text{ch} u \sin \vartheta \cos \varphi}{\sqrt{\text{sh}^2 u + \sin^2 \vartheta}}; & a_{22} &= \frac{\text{sh} u \cos \vartheta \cos \varphi}{\sqrt{\text{sh}^2 u + \sin^2 \vartheta}}; \\ a_{13} &= \frac{\text{ch} u \sin \vartheta \sin \varphi}{\sqrt{\text{sh}^2 u + \sin^2 \vartheta}}; & a_{23} &= \frac{\text{sh} u \cos \vartheta \sin \varphi}{\sqrt{\text{sh}^2 u + \sin^2 \vartheta}}; \\ a_{31} &= 0; & a_{32} &= -\sin \varphi; & a_{33} &= \cos \varphi. \end{aligned}$$

Зворотне перетворення здійснюється за такими рівняннями:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_1 &= a_{11} \cdot \mathbf{e}_u + a_{21} \cdot \mathbf{e}_\vartheta + a_{31} \cdot \mathbf{e}_\varphi, \\ \mathbf{e}_2 &= a_{12} \cdot \mathbf{e}_u + a_{22} \cdot \mathbf{e}_\vartheta + a_{32} \cdot \mathbf{e}_\varphi, \\ \mathbf{e}_3 &= a_{13} \cdot \mathbf{e}_u + a_{23} \cdot \mathbf{e}_\vartheta + a_{33} \cdot \mathbf{e}_\varphi. \end{aligned} \quad (5)$$

При двоосному рівномірному розтягу орієнтованої надмолекулярної структури в напрямку осей x_2 і x_3 в полімерному матеріалі (рис. 2) виникає певний напружений стан:

$$\mathbf{T}^f = (\mathbf{e}_1 \alpha_1^f + \mathbf{e}_2 \alpha_2^f + \mathbf{e}_3 \alpha_3^f) \hat{\sigma}_2, \quad (6)$$

де $\alpha_2^o = \alpha_3^o$, α_1^f , α_2^f , α_3^f – постійні, що характеризують рівень структурних напружень на головних площадках сфероліту; $\hat{\sigma}_2$ – середні напруження розтягу, які діють перпендикулярно до орієнтації сферолітів, тобто вздовж осі x_2 .

Тензор напружень (6) у витягнутому сфероліті в криволінійних координатах [6] запишеться так:

$$\mathbf{T}^f = (\mathbf{e}_u \alpha_u^f + \mathbf{e}_\vartheta \alpha_\vartheta^f + \mathbf{e}_\varphi \alpha_\varphi^f + (\mathbf{e}_u \mathbf{e}_\vartheta + \mathbf{e}_\vartheta \mathbf{e}_u) \alpha_{u\vartheta}^f) \hat{\sigma}_2. \quad (7)$$

Компоненти тензора напружень витягнутого сфероліту з рівняння (7) в криволінійних координатах, використовуючи вирази (3)-(5) запишемо таким чином:

$$\begin{aligned} \sigma_u^f &= \frac{\hat{\sigma}_2}{4(\text{sh}^2 u + \sin^2 \vartheta)} \left\{ \alpha_1^f [(ch 2u - 1) + \cos 2\vartheta (ch 2u - 1)] + \alpha_2^f [(ch 2u + 1) - \cos 2\vartheta (ch 2u + 1)] \right\}; \\ \sigma_{u\vartheta}^f &= \frac{\hat{\sigma}_2}{4(\text{sh}^2 u + \sin^2 \vartheta)} (\alpha_2^f - \alpha_1^f) \text{sh} 2u \cdot \sin 2\vartheta. \end{aligned} \quad (8)$$

Компоненти вектора переміщень для витягнутого сфероліту \bar{u}_i в криволінійних координатах (1) виражаться таким чином:

$$\begin{aligned} u_u^f &= \frac{\hat{\sigma}_2 r (\lambda^2 - \lambda^{-1})^{1/2}}{4 E_f (\text{sh}^2 u + \sin^2 \vartheta)^{1/2}} \text{sh} 2u \left\{ [\alpha_1^f (1 - \nu_f) + \alpha_2^f (1 - 3\nu_f)] + (\alpha_1^f - \alpha_2^f) (1 + \nu_f) \cos 2\vartheta \right\}; \\ u_\vartheta^f &= \frac{\hat{\sigma}_2 r (\lambda^2 - \lambda^{-1})^{1/2}}{4 E_f (\text{sh}^2 u + \sin^2 \vartheta)^{1/2}} \sin 2\vartheta \left\{ (\alpha_2^f - \alpha_1^f) (1 + \nu_f) \text{ch} 2u - [\alpha_1^f (1 - \nu_f) + \alpha_2^f (1 - 3\nu_f)] \right\}; \end{aligned} \quad (9)$$

де E_f – модуль пружності сфероліту; ν_f – коефіцієнт Пуассона сфероліту.

Поле напружень в міжсферолітному просторі виразимо як суму таких полів: поля взаємодії між витягнутими сферолітами, що утворюють надмолекулярну структуру полімеру (гексагональне пакування витягнутих сферолітів – рис. 1 б, в), та двох полів, які розсіюються на сферолітах і спадають по мірі віддалення від сферолітів. Поле взаємодії між сферолітами у міжсферолітному просторі, при розтягу напруженнями $\hat{\sigma}_2 \alpha_2^0$ виразиться, з врахуванням [6] таким чином:

$$\mathbf{T}^a = \mathbf{e}_1 \mathbf{e}_1 \alpha_2^0 \hat{\sigma}_2 = (\mathbf{e}_u \mathbf{e}_u \alpha_u^0 + \mathbf{e}_\vartheta \mathbf{e}_\vartheta \alpha_\vartheta^0 + \mathbf{e}_\varphi \mathbf{e}_\varphi \alpha_\varphi^0 + (\mathbf{e}_u \mathbf{e}_\vartheta + \mathbf{e}_\vartheta \mathbf{e}_u) \alpha_{u\vartheta}^0) \hat{\sigma}_2. \quad (10)$$

Компоненти тензора напружень взаємодії між витягнутими сферолітами для міжсферолітного простору (аморфної фази) при розтягу орієнтованої структури полімеру в напрямку осі x_2 , з врахуванням [6] можна представити у вигляді:

$$\begin{aligned} \sigma_u^0 &= \frac{\hat{\sigma}_2}{4(\text{sh}^2 u + \sin^2 \vartheta)} \alpha_2^0 [(\text{sh} 2u - 1) + \cos 2\vartheta (\text{ch} 2u - 1)]; \\ \sigma_{u\vartheta}^0 &= \frac{\hat{\sigma}_2}{4(\text{sh}^2 u + \sin^2 \vartheta)} \alpha_2^0 \text{sh} 2u \cdot \sin 2\vartheta. \end{aligned} \quad (11)$$

Компоненти вектора переміщень міжсферолітного простору, які залежать від поля взаємодії між витягнутими сферолітами при розтягу орієнтованої структури полімеру перпендикулярно до напрямку орієнтаційної витяжки, тобто в напрямку осі x_2 , з врахуванням [6], запишуться у такому вигляді:

$$\begin{aligned} u_u^0 &= \frac{\hat{\sigma}_2 r (\lambda^2 - \lambda^{-1})^{1/2}}{4 E_a (\text{sh}^2 u + \sin^2 \vartheta)^{1/2}} \alpha_2^0 [(1 - 3\nu_a) - \nu_a \cos 2\vartheta] \text{sh} 2u; \\ u_\vartheta^0 &= \frac{\hat{\sigma}_2 r (\lambda^2 - \lambda^{-1})^{1/2}}{4 E_a (\text{sh}^2 u + \sin^2 \vartheta)^{1/2}} \alpha_2^0 [(1 + \nu_a) \text{ch} 2u - (1 - 3\nu_a)] \sin 2\vartheta; \\ u_\varphi^0 &= 0. \end{aligned} \quad (12)$$

де E_a – модуль пружності міжсферолітного простору; ν_a – коефіцієнт Пуассона міжсферолітного простору.

Прийmemo, що функція, яка задовольняє умову $\text{div} \bar{u}^* = 0$, є переміщенням аморфно-кристалічного середовища в напрямку осі витяжки x_1 . В результаті отримаємо рівняння для компонентів вектора переміщень, що відповідають першому розсіяному полю [6, 7], при розтягу орієнтованого полімеру в напрямку осей x_2 та x_3 :

$$\begin{aligned} u_u^* &= \frac{r (\lambda^2 - \lambda^{-1})^{1/2}}{\sqrt{\text{sh}^2 u + \sin^2 \vartheta}} \frac{(1 + \nu_a)}{4 E_a} B \hat{\sigma}_2 \{ [2Q_1(\text{ch} u) \text{sh} u - Q_1^{(1)}(\text{ch} u) \text{ch} u] + [2Q_1(\text{ch} u) \text{sh} u + Q_1^{(1)}(\text{ch} u) \text{ch} u] \cos 2\vartheta \}, \\ u_\vartheta^* &= - \frac{r (\lambda^2 - \lambda^{-1})^{1/2}}{\sqrt{\text{sh}^2 u + \sin^2 \vartheta}} \frac{(1 + \nu_a)}{4 E_a} B \hat{\sigma}_2 \{ [2Q_1(\text{ch} u) \text{ch} u + Q_1^{(1)}(\text{ch} u) \text{sh} u] \sin 2\vartheta \}, \\ u_\varphi^* &= 0, \end{aligned} \quad (13)$$

де $Q_1(\text{ch} u)$ та $Q_1^{(1)}(\text{ch} u)$ – приєднані функції Лежандра першого та другого ступеню, нульового та першого порядку; B – постійна, що характеризує рівень напружень першого розсіяного поля, тобто на головних площадках міжсферолітного простору.

Компоненти тензора напружень першого розсіяного поля \mathbf{T}_a^* в міжсферолітному просторі в криволінійній системі координат $(\bar{e}_u, \bar{e}_\vartheta, \bar{e}_\varphi)$ на поверхні витягнутого сфероліта при $u = \text{const}$, визначаються шляхом розкладання вектора напружень

$$\mathbf{W}_u^* = \frac{E_a}{1 + \nu_a} \left(\frac{1}{H_u} \frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial u} + \frac{1}{2} \mathbf{e}_u \times \text{rot } \mathbf{u}^* \right)$$

за ортами криволінійної системи координат з урахуванням виразу (13):

$$\begin{aligned} \sigma_u^* &= \frac{B \hat{\sigma}_2}{4(\text{sh}^2 u + \sin^2 \vartheta)} \left\{ \left[2Q_1^{(1)}(\text{chu}) \text{sh} u - \frac{dQ_1^{(1)}(\text{chu})}{du} \text{ch} u \right] + \left[2Q_1^{(1)}(\text{chu}) \text{sh} u + \frac{dQ_1^{(1)}(\text{chu})}{du} \text{ch} u \right] \cos 2\vartheta \right\}, \\ \sigma_{u\vartheta}^* &= -\frac{B \hat{\sigma}_2}{4(\text{sh}^2 u + \sin^2 \vartheta)} \left[\frac{3}{2} Q_1^{(1)}(\text{chu}) \text{ch} u + \frac{1}{2} \frac{dQ_1^{(1)}(\text{chu})}{du} \text{sh} u + Q_1(\text{chu}) \text{sh} u \right] \sin 2\vartheta. \end{aligned} \quad (14)$$

Поля напружень і переміщень, у випадку другого розсіяного поля, визначимо таким же способом, як в попередній задачі, тобто розв'язуючи рівняння Папковича-Нейбера. Таким чином, отримуємо компоненти вектора переміщення в криволінійній системі координат для аморфного середовища (міжсферолітного простору):

$$\begin{aligned} u_u^{**} &= \frac{r(\lambda^2 - \lambda^{-1})^{1/2}}{\sqrt{\text{sh}^2 u + \sin^2 \vartheta}} \frac{(1 + \nu_a)}{4E_a} C \hat{\sigma}_2 \left\{ \left[(3 - 4\nu_a) Q_1(\text{chu}) \text{sh} u - Q_1^{(1)}(\text{chu}) \text{ch} u + \frac{dQ_2(\text{chu})}{du} \frac{\text{ch}^2 u_0}{2} \right] + \right. \\ &\quad \left. + \left[(3 - 4\nu_a) Q_1(\text{chu}) \text{sh} u - Q_1^{(1)}(\text{chu}) \text{ch} u + \frac{dQ_2(\text{chu})}{du} \frac{3 \text{ch}^2 u_0}{2} \right] \cos 2\vartheta \right\}, \\ u_{\vartheta}^{**} &= -\frac{r(\lambda^2 - \lambda^{-1})^{1/2}}{\sqrt{\text{sh}^2 u + \sin^2 \vartheta}} \frac{(1 + \nu_a)}{4E_a} C \hat{\sigma}_2 \left[(2 - 4\nu_a) Q_1(\text{chu}) \text{ch} u + 3Q_2(\text{chu}) \text{ch}^2 u_0 \right] \sin 2\vartheta. \end{aligned} \quad (15)$$

де C – постійна, що характеризує рівень напружень другого розсіяного поля в міжсферолітному просторі орієнтованого полімеру.

Компоненти тензора напружень другого розсіяного поля, що діють на поверхні витягнутих сферолітів ($u = \text{const}$), в криволінійній системі координат $(\bar{e}_u, \bar{e}_\vartheta, \bar{e}_\varphi)$, визначаються шляхом розкладання вектора напружень

$$\mathbf{W}_u^{**} = \frac{E_a}{1 + \nu_a} \left(\frac{1}{H_u} \frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial u} + \frac{1}{2} \mathbf{e}_u \times \text{rot } \mathbf{u}^{**} + \frac{\mathbf{e}_u \nu_a}{1 - 2\nu_a} \text{div } \mathbf{u}^{**} \right)$$

за ортами даної системи координат з урахуванням виразу (15):

$$\begin{aligned} \sigma_u^{**} &= \frac{C \hat{\sigma}_2}{\text{sh}^2 u + \sin^2 \vartheta} \left\{ 2 \left[(1 - \nu_a) \text{sh} u \cos \vartheta \frac{\partial B_1^*}{\partial u} - \nu_a \text{ch} u \sin \vartheta \frac{\partial B_1^*}{\partial \vartheta} \right] - \text{ch} u \cdot \cos \vartheta \times \right. \\ &\quad \times \left(\frac{\partial^2 B_1^*}{\partial u^2} + \frac{\sin 2\vartheta}{2(\text{sh}^2 u + \sin^2 \vartheta)} \frac{\partial B_1^*}{\partial \vartheta} - \frac{\text{sh} 2u}{2(\text{sh}^2 u + \sin^2 \vartheta)} \frac{\partial B_1^*}{\partial u} \right) - \frac{\partial^2 B_0^*}{\partial u^2} - \frac{\sin 2\vartheta}{2(\text{sh}^2 u + \sin^2 \vartheta)} \frac{\partial B_0^*}{\partial \vartheta} + \\ &\quad \left. + \frac{\text{sh} 2u}{2(\text{sh}^2 u + \sin^2 \vartheta)} \frac{\partial B_0^*}{\partial u} \right\}, \\ \sigma_{u\vartheta}^{**} &= -\frac{C \hat{\sigma}_2}{\text{sh}^2 u + \sin^2 \vartheta} \left[(1 - 2\nu_a) \left(\text{sh} u \cos \vartheta \frac{\partial B_1^*}{\partial \vartheta} - \text{ch} u \sin \vartheta \frac{\partial B_1^*}{\partial u} \right) - \right. \\ &\quad - \frac{\partial^2 B_1^*}{\partial u \partial \vartheta} + \frac{\sin 2\vartheta}{2(\text{sh}^2 u + \sin^2 \vartheta)} \frac{\partial B_1^*}{\partial u} + \frac{\text{sh} 2u}{2(\text{sh}^2 u + \sin^2 \vartheta)} \frac{\partial B_1^*}{\partial \vartheta} - \frac{\partial^2 B_0^*}{\partial u \partial \vartheta} + \frac{\sin 2\vartheta}{2(\text{sh}^2 u + \sin^2 \vartheta)} \frac{\partial B_0^*}{\partial u} + \\ &\quad \left. + \frac{\text{sh} 2u}{2(\text{sh}^2 u + \sin^2 \vartheta)} \frac{\partial B_0^*}{\partial \vartheta} \right], \end{aligned} \quad (16)$$

де

$$B_0^* = 0,5 r^2 (\lambda^2 - \lambda^{-1}) C, \quad B_1^* = 0,5 r (\lambda^2 - \lambda^{-1})^{0,5} C,$$

Поля переміщень та напружень в аморфному середовищі (міжсферолітному просторі) визначаються як сума полів взаємодії між витягнутими сферолітами (11)-(12), першого розсіяного поля (13)-(14) і другого розсіяного поля (15)-(16):

$$u_u^a = u_u^o + u_u^* + u_u^{**}, \quad u_g^a = u_g^o + u_g^* + u_g^{**}. \quad (17)$$

$$\sigma_u^a = \sigma_u^o + \sigma_u^* + \sigma_u^{**}, \quad \sigma_{ug}^a = \sigma_{ug}^o + \sigma_{ug}^* + \sigma_{ug}^{**}. \quad (18)$$

Невідомі постійні α_2^o , α_1^f , α_2^f , B , C , що входять в рівняння (8)-(18) визначаємо з граничних умов, в якості яких використовуємо умови ідеального контакту поверхонь витягнутих сферолітів і міжсферолітного простору (аморфної фази), яка виражається умовою неперервності полів напружень та переміщень у вигляді:

$$u_u^c = u_u^a, \quad u_g^c = u_g^a, \quad \sigma_u^c = \sigma_u^a, \quad \sigma_{ug}^c = \sigma_{ug}^a. \quad (19)$$

Задовольняючи умові ідеального контакту (19), тобто прирівнюючи коефіцієнти при поліномах Лежандра, отримаємо вирази для невідомих постійних через напруження взаємодії між витягнутими сферолітами, що лишилося невідомим:

$$\alpha_1^f = 2\alpha_2^o \frac{E_f \{[\beta_1\gamma_3 - \gamma_4(\beta_2 - \beta_1)] + 2v_a[\gamma_4(\beta_4 - \beta_2 + 5\beta_3) - 3\beta_4\gamma_3]\} + E_a(1 - 3v_c)\beta_4\gamma_3}{E_f(1 + v_a)(\beta_1\gamma_2 - 2\beta_2\gamma_1) + 2E_a(1 - 2v_c)(\beta_4\gamma_2 - \beta_2\gamma_4)},$$

$$\alpha_2^f = \alpha_2^o \frac{E_f \{[\gamma_1(\beta_3 - \beta_1) - \beta_1\gamma_3] + v_a[\gamma_4(3\beta_1\gamma_3 - 3\gamma_1\beta_3 - \beta_1\gamma_1)]\} + E_a(1 - v_f)(\beta_4\gamma_2 - \beta_2\gamma_4)}{E_f(1 + v_a)(\beta_1\gamma_2 - 2\beta_2\gamma_1) + 2E_a(1 - 2v_f)(\beta_4\gamma_2 - \beta_2\gamma_4)}, \quad (20)$$

$$B = \alpha_2^o \frac{E_f \{(1 + v_a)\beta_1 + 2(1 - 3v_a)\beta_3\} - 4E_a(1 - 2v_f)\beta_4}{E_f(1 + v_a)(\beta_1\gamma_2 - 2\beta_2\gamma_1) + 2E_a(1 - 2v_f)(\beta_4\gamma_2 - \beta_2\gamma_4)},$$

$$C = 4\alpha_2^o \frac{E_f(1 + v_a)(\gamma_2 - \gamma_1) + E_a(1 + v_f)(\gamma_4 - \gamma_3)}{E_f(1 + v_a)(\beta_1\gamma_2 - 2\beta_2\gamma_1) + 2E_a(1 - 2v_f)(\beta_4\gamma_2 - \beta_2\gamma_4)},$$

де $\gamma_1 \dots \gamma_4$ та $\beta_1 \dots \beta_4$ – функції, що визначаються з таких рівнянь:

$$\gamma_1 = \frac{2Q_1(\text{ch } u_0)}{\text{ch } u_0} - \frac{Q_1^{(1)}(\text{ch } u_0)}{\text{sh } u_0}, \quad \gamma_2 = \frac{2Q_1(\text{ch } u_0)}{\text{ch } u_0} + \frac{Q_1^{(1)}(\text{ch } u_0)}{\text{sh } u_0},$$

$$\gamma_3 = \frac{3}{2} \frac{Q_1^{(1)}(\text{ch } u_0)}{\text{sh } u_0} + \frac{Q_1(\text{ch } u_0)}{\text{ch } u_0} + \frac{1}{2\text{ch } u_0} \frac{dQ_1^{(1)}(\text{ch } u_0)}{du_0}, \quad \gamma_4 = \frac{1}{2\text{ch } u_0} \frac{dQ_1^{(1)}(\text{ch } u_0)}{du_0},$$

$$\beta_1 = (3 - 4v_a) \frac{2Q_1(\text{ch } u_0)}{\text{ch } u_0} - \frac{Q_1^{(1)}(\text{ch } u_0)}{\text{sh } u_0} + \frac{\text{ch } u_0}{2\text{sh } u_0} \frac{dQ_2(\text{ch } u_0)}{du_0}, \quad (21)$$

$$\beta_2 = (1 - 2v_a) \frac{2Q_1(\text{ch } u_0)}{\text{ch } u_0} + 3Q_2(\text{ch } u_0),$$

$$\beta_3 = (1 - 2v_a) \left(\frac{Q_1(\text{ch } u_0)}{\text{ch } u_0} + \frac{Q_1^{(1)}(\text{ch } u_0)}{\text{sh } u_0} \right) - 3 \frac{\text{ch } u_0}{\text{sh } u_0} Q_2^{(1)}(\text{ch } u_0),$$

$$\beta_4 = (1 - 2v_a) \frac{Q_1(\text{ch } u_0)}{\text{ch } u_0}.$$

Підставляючи значення коефіцієнтів α_2^o , α_1^f , α_2^f , B , C з (20) та функцій з (21) в рівняння (8), (9) і (17), (18) отримаємо рішення задачі в пружно-деформованому стані орієнтованого аморфно-кристалічного середовища сферолітної будови при рівномірному двоосному розтягу в напрямку перпендикулярному осі витяжки.

Невідоме напруження взаємодії між витягнутими сферолітами визначимо за допомогою методу, описаного в [7]. Перше представлення пружного потенціалу у випадку рівномірного двоосного розтягу орієнтованого аморфно-кристалічного середовища сферолітної будови запишемо в такому вигляді:

$$2\hat{\sigma}_2 \hat{\varepsilon}_2 = \frac{1}{V_*} \iint_{(S_*)} (\sigma_{uu}^a u_u^a + \sigma_{u\vartheta}^a u_\vartheta^a) r^2 (\lambda^2 - \lambda^{-1}) (\text{sh}^2 u_* + \sin^2 \vartheta)^{0,5} \text{sh} u_* \sin \vartheta d\vartheta d\varphi. \quad (22)$$

де $V_* = \frac{4}{3} \pi r^3 (\lambda^2 - \lambda^{-1})^{3/2} \text{ch} u_* \text{sh}^2 u_*$ – об'єм витягнутого еліпсоїда, обмеженого приведеною поверхнею S_*

З рівняння (22) з урахуванням виразів (11), (12), (14), (16), (18), (20), (21) визначимо напруження взаємодії між витягнутими сферолітами при розтягу орієнтованого полімерного матеріалу в напрямках x_2 та x_3 , що є перпендикулярними до осі витяжки:

$$\alpha_2^0 = \frac{\hat{\sigma}_2}{1 + \frac{2}{3} \chi^2 \left\{ \frac{(1-2v_a)(E_f[(1+v_a)\beta_1^* + 2(1-3v_a)\beta_3^*] - 4E_a(1-2v_f)\beta_4^*)}{E_f(1+v_a)(\beta_1^* \cdot \gamma_2^* - 2\beta_2^* \cdot \gamma_1^*) + 2E_a(1-2v_f)(\beta_4^* \cdot \gamma_2^* - \beta_2^* \cdot \gamma_4^*)} + \frac{(1+v_a)(7-5v_a)[E_f(1+v_a)(\gamma_2^* - \gamma_1^*) + E_a(1+v_f)(\gamma_4^* - \gamma_3^*)]}{E_f(1+v_a)(\beta_1^* \cdot \gamma_2^* - 2\beta_2^* \cdot \gamma_1^*) + 2E_a(1+v_f)(\beta_4^* \cdot \gamma_2^* - \beta_2^* \cdot \gamma_4^*)} \right\}}, \quad (23)$$

де χ – ступень кристалічності;

$$\begin{aligned} \gamma_1^* &= \frac{\lambda\sqrt{\lambda} \ln a + (4-2\lambda^3)\sqrt{\lambda^3-1}}{2(\lambda\sqrt{\lambda} \ln a + 2\lambda^3\sqrt{\lambda^3-1})}, & \gamma_2^* &= \frac{3\lambda\sqrt{\lambda} \ln a + (4+2\lambda^3)\sqrt{\lambda^3-1}}{\lambda\sqrt{\lambda} \ln a + 2\lambda^3\sqrt{\lambda^3-1}}, \\ \gamma_3^* &= \frac{\lambda\sqrt{\lambda} \ln a + (4+2\lambda^3)\sqrt{\lambda^3-1}}{2(\lambda\sqrt{\lambda} \ln a + 2\lambda^3\sqrt{\lambda^3-1})}, & \gamma_4^* &= \frac{\lambda\sqrt{\lambda} \ln a + (4-2\lambda^3)\sqrt{\lambda^3-1}}{2(\lambda\sqrt{\lambda} \ln a + 2\lambda^3\sqrt{\lambda^3-1})}; \\ \beta_1^* &= \frac{(\lambda\sqrt{\lambda} \ln a + 2\sqrt{\lambda^3-1})[(\lambda^3-1)(3-4v_a) + 3\lambda^3]}{(\lambda^3-1)(\lambda\sqrt{\lambda} \ln a + 2\lambda^3\sqrt{\lambda^3-1})} - 1, \\ \beta_2^* &= \frac{(\lambda^3-1)(10-4v_a)(\lambda\sqrt{\lambda} \ln a + 2\sqrt{\lambda^3-1}) + 9\lambda\sqrt{\lambda} \ln a + 18(1+\lambda^3)\sqrt{\lambda^3-1}}{2(\lambda^3-1)(\lambda\sqrt{\lambda} \ln a + 2\lambda^3\sqrt{\lambda^3-1})}, \\ \beta_3^* &= \frac{\beta_2^*}{2}, \\ \beta_4^* &= (1-2v_a) \frac{\lambda\sqrt{\lambda} \ln a + 2\sqrt{\lambda^3-1}}{\lambda\sqrt{\lambda} \ln a + 2\lambda^3\sqrt{\lambda^3-1}}, \\ \ln a &= \ln \frac{\lambda\sqrt{\lambda} - \sqrt{\lambda^3-1}}{\lambda\sqrt{\lambda} + \sqrt{\lambda^3-1}}. \end{aligned} \quad (24)$$

Друге представлення пружного потенціалу згідно до [8] можна записати у вигляді:

$$(\hat{\sigma}_2)^2 \left(\frac{1-v_{23}}{E_2} \right) = \frac{1}{V_*} \iint_{(S_*)} (\sigma_{uu}^a u_u^a + \sigma_{u\vartheta}^a u_\vartheta^a) r^2 (\lambda^2 - \lambda^{-1}) (\text{sh}^2 u_* + \sin^2 \vartheta)^{0,5} \text{sh} u_* \sin \vartheta d\vartheta d\varphi. \quad (25)$$

Інтегруючи рівняння (25) з врахуванням виразів (12), (17), (20)-(24) отримуємо залежності для ефективних пружних постійних E_2 та ν_{23} від параметрів витяжки і структурних характеристик аморфно-кристалічного середовища:

$$\frac{1-\nu_{23}}{E_2} = \frac{1-\nu_a}{E_a} \alpha_2^0 - \frac{1+\nu_a}{2E_a} \left\{ B(\gamma_1^{**} - \gamma_2^{**}) + \frac{C}{2}(\gamma_4^{**} - \gamma_3^{**})(\beta_4^{**} \cdot \gamma_2^{**} - \beta_2^{**} \cdot \gamma_4^{**}) \right\}. \quad (26)$$

Вираз (26) зв'язує між собою дві ефективні постійні E_2 та ν_{23} . Підставляючи в (25) значення переміщень u_u^a та u_9^a з [8], значення напруження взаємодії між витягнутими сферолітами з (23) і розв'язуючи рівняння (26) відносно E_2 , знайдемо модуль пружності E_2 попередньо орієнтованої структури полімеру в перпендикулярному до осі витяжки напрямку x_2 :

$$E_2 = E_a \frac{1 + \frac{2}{3}\chi^2 \left\{ \frac{(1-2\nu_a)(E_f[(1+\nu_a)\beta_1^* + 2(1-3\nu_a)\beta_3^*] - 4E_a(1-2\nu_f)\beta_4^*)}{E_f(1+\nu_a)(\beta_1^* \cdot \gamma_2^* - 2\beta_2^* \cdot \gamma_1^*) + 2E_a(1-2\nu_f)(\beta_4^* \cdot \gamma_2^* - \beta_2^* \cdot \gamma_4^*)} \right\} + 1 - \frac{1}{3}\chi^2 \left\{ \frac{(1+\nu_a)(E_f[(1+\nu_a)\beta_1^* + 2(1-3\nu_a)\beta_3^*] - 4E_a(1-2\nu_f)\beta_4^*)}{E_f(1+\nu_a)(\beta_1^* \cdot \gamma_2^* - 2\beta_2^* \cdot \gamma_1^*) + 2E_a(1-2\nu_f)(\beta_4^* \cdot \gamma_2^* - \beta_2^* \cdot \gamma_4^*)} \right\} + \frac{(1+\nu_a)(7-5\nu_a)[E_f(1+\nu_a)(\gamma_2^* - \gamma_1^*) + E_a(1+\nu_f)(\gamma_4^* - \gamma_3^*)]}{E_f(1+\nu_a)(\beta_1^* \cdot \gamma_2^* - 2\beta_2^* \cdot \gamma_1^*) + 2E_a(1-2\nu_f)(\beta_4^* \cdot \gamma_2^* - \beta_2^* \cdot \gamma_4^*)} \left. \right\}}{1 - \frac{1}{3}\chi^2 \left\{ \frac{(1+\nu_a)(E_f[(1+\nu_a)\beta_1^* + 2(1-3\nu_a)\beta_3^*] - 4E_a(1-2\nu_f)\beta_4^*)}{E_f(1+\nu_a)(\beta_1^* \cdot \gamma_2^* - 2\beta_2^* \cdot \gamma_1^*) + 2E_a(1-2\nu_f)(\beta_4^* \cdot \gamma_2^* - \beta_2^* \cdot \gamma_4^*)} \right\} + \frac{(1+\nu_a)(7-5\nu_a)[E_f(1+\nu_a)(\gamma_2^{**} - \gamma_1^{**}) + E_a(1+\nu_f)(\gamma_4^{**} - \gamma_3^{**})]}{E_f(1+\nu_a)(\beta_1^{**} \cdot \gamma_2^{**} - 2\beta_2^{**} \cdot \gamma_1^{**}) + 2E_a(1-2\nu_f)(\beta_4^{**} \cdot \gamma_2^{**} - \beta_2^{**} \cdot \gamma_4^{**})} \left. \right\}}, \quad (27)$$

Тут γ_2^{**} і β_1^{**} – функції, що визначають зміну характеристик надмолекулярної структури, відповідно до виразу (20), від ступеня витяжки [7]:

$$\gamma_1^{**} = \frac{\lambda\sqrt{\lambda} \ln a + (4-2\lambda^3)\sqrt{\lambda^3-1}}{2(\lambda\sqrt{\lambda} \ln a + 2\sqrt{\lambda^3-1})}, \quad \gamma_2^{**} = \frac{3\lambda\sqrt{\lambda} \ln a + (4+2\lambda^3)\sqrt{\lambda^3-1}}{2(\lambda\sqrt{\lambda} \ln a + 2\sqrt{\lambda^3-1})},$$

$$\gamma_3^{**} = \frac{\gamma_2^{**}}{2}, \quad \gamma_4^{**} = \frac{\gamma_1^{**}}{2};$$

$$\beta_1^{**} = 3-4\nu_a + \frac{\lambda\sqrt{\lambda}(3\lambda^3-1)\ln a + 2\lambda^3\sqrt{\lambda^3-1}(1+\lambda^3)}{\lambda\sqrt{\lambda} \ln a + 2\sqrt{\lambda^3-1}},$$

$$\beta_2^{**} = 3-4\nu_a + \frac{\lambda\sqrt{\lambda}(9\lambda^3-1)\ln a + 2\lambda^3\sqrt{\lambda^3-1}(5+3\lambda^3)}{2(\lambda\sqrt{\lambda} \ln a + 2\sqrt{\lambda^3-1})}, \quad (28)$$

$$\beta_3^{**} = (1-2\nu_a) \frac{\lambda\sqrt{\lambda} \ln a + (1+\lambda^3)\sqrt{\lambda^3-1}}{\lambda\sqrt{\lambda} \ln a + 2\sqrt{\lambda^3-1}} - \frac{9\lambda^4\sqrt{\lambda} \ln a + 6\lambda^3(2+\lambda^3)\sqrt{\lambda^3-1}}{2(\lambda\sqrt{\lambda} \ln a + 2\sqrt{\lambda^3-1})},$$

$$\beta_4^{**} = (1-2\nu_a) \frac{\lambda\sqrt{\lambda} \ln a + 2\lambda^3\sqrt{\lambda^3-1}}{2(\lambda\sqrt{\lambda} \ln a + 2\sqrt{\lambda^3-1})} - \frac{9\lambda^4\sqrt{\lambda} \ln a + 6\lambda^3(2+\lambda^3)\sqrt{\lambda^3-1}}{2(\lambda\sqrt{\lambda} \ln a + 2\sqrt{\lambda^3-1})}.$$

Рівняння (27) з врахуванням виразів (28) дозволяє прогнозувати пружні властивості орієнтованих аморфно-кристалічних полімерів в напрямку, перпендикулярному осі витяжки, в залежності від пружних властивостей аморфної (E_a, ν_a) та кристалічної (E_f, ν_f) фаз, а також від ступеня кристалічності χ і від ступеня витяжки λ .

З рівняння (26) і (27), з врахуванням (28) запишемо вираз для визначення коефіцієнта Пуассона ν_{23} :

$$\nu_{23} = 1 - E_2 \left\{ \frac{4(1-\nu_a)\alpha_2^0 - (1+\nu_a) \left[2B(\gamma_1^{**} - \gamma_2^{**}) + C(\gamma_4^{**} - \gamma_3^{**})(\beta_4^{**} \cdot \gamma_2^{**} - \beta_2^{**} \cdot \gamma_4^{**}) \right]}{4E_a} \right\}. \quad (29)$$

Розглядаючи пружні властивості орієнтованого аморфно-кристалічного полімеру (рис. 1) в напрямку осі x_3 встановлено, що з точністю до постійних в рівняннях (28), модуль пружності $E_3 = E_2$. Таким чином, в процесі витяжки в орієнтованому полімері формується трансверсально анізотропний тип пружної симетрії [4, 9, 10] і виникає площина поперечної ізотропії $x_2 0 x_3$.

Вирази (27) та (29) дозволяють прогнозувати пружні властивості аморфно-кристалічних полімерів в залежності від ступеня витягування.

За допомогою отриманої математичної моделі було досліджено вплив ступеня витягування на пружні властивості полімерів в напрямку поперечному до витягування.

На рис. 3 представлені залежності модуля пружності поліетилентерефталата (ПЕТФ), поліаміда (ПА) і поліетилену (ПЕ) від ступеня витяжки в напрямку поперечному витягці.

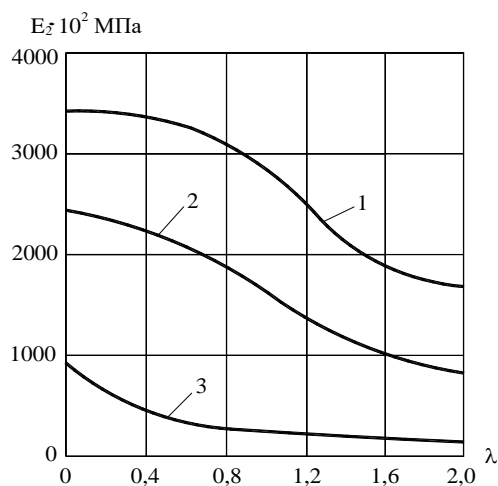


Рис. 3 – Залежності модуля пружності в поперечному до витягування напрямку від ступеня витяжки
 1 – ПЕТФ; 2 – ПА; 3 – ПЕ

Вихідні дані для отримання кривих 1, 2, 3 [1, 9, 10-12]: для ПЕТФ – $E_f = 8239$ МПа, $\nu_f = 0,32$; $E_a = 2000$ МПа, $\nu_a = 0,39$, $\chi = 0,40$; для ПА – $E_f = 5500$ МПа, $\nu_f = 0,35$, $E_a = 3400$ МПа, $\nu_a = 0,39$, $\chi = 0,10$; для ПЕ – $E_f = 1200$ МПа, $\nu_f = 0,37$, $E_a = 77$ МПа, $\nu_a = 0,39$, $\chi = 0,68$.

Як видно з рис. 3 модулі пружності у поперечному до витягування напрямку зменшуються із збільшенням ступеня витягування. Але досягнувши певне значення ступеня витяжки, що є різним для кожного матеріалу (рис. 3), подальше його збільшення приведе до несуттєвого зменшення модуля пружності в поперечному до витягування напрямку.

Тому розтягнувши поліамід на 100 %, поліетилентерефталат на 80 %, а поліетилен на 20 % можна домогтися мінімального значення модуля пружності в поперечному напрямку. Надмірне витягування полімерного матеріалу не приведе до суттєвого зменшення модуля пружності, а тільки збільшить витрати енергії перероблюючим пристроєм.

Висновки. Розроблена математична модель дозволяє простежити за направленими змінами внутрішньої структури полімерного матеріалу, що приводить до його руйнування, при різному напружено-деформованому стані, що генерується технологічним обладнанням для переробки полімерних відходів.

За допомогою отриманих в роботі залежностей можна визначити необхідну ступінь витягування полімерного матеріалу, при якій модуль пружності в поперечному до деформації напрямку найменший, що дозволить розрахувати мінімальні зусилля, які потрібно прикласти до полімеру, щоб почався процес руйнування його структури.

Таким чином, отримані в роботі результати можуть бути використані при розробці технологічного обладнання для переробки полімерних відходів, яке дозволить створювати такий напружено-деформований стан в полімерному матеріалі, при якому він буде руйнуватися по границям орієнтованих конгломератів витягнутих сферолітів. Таке руйнування збереже в переробленому полімерному матеріалі фізико-механічні характеристики первинного матеріалу та забезпечить мінімальні витрати енергії.

Результати проведених досліджень були використані при проектуванні пристрою для переробки полімерних відходів, що створює напружено-деформований стан потрібний для руйнування структури полімерного матеріалу.

Подальші дослідження процесу руйнування полімерного матеріалу на розробленому пристрої будуть викладені в наступних публікаціях.

Література

1. Мантия Ф. Ла. Вторичная переработка пластмасс / Ф. Ла Мантия; пер. с англ. под. ред. Г.Е. Зайкова. – СПб. : Профессия, 2006. – 400 с.
2. Місяць В.П. Моделювання процесів руйнування полімерних матеріалів при подрібненні / В.П. Місяць, О.П. Бурмістенков, О.З. Гладчук // Вісник КНУТД. – 2007. – № 3. – С. 40-45.
3. Скиба М. Є. Моделювання процесу подрібнення композиційних матеріалів з використанням методу скінчених елементів / М. Є. Скиба, Ю. Б. Михайлівський, Г. С. Головка // Вісник Технологічного університету Поділля. – 2003. – №6. – С. 7-11.
4. Освальд Т. А. Литье пластмасс под давлением / Т. А. Освальд, Л.-Ш. Тунг, П. Дж. Грэмманн; под ред. Э. Л. Калинцева. – СПб. : Профессия, 2006. – 712 с.
5. Майникова Н. Ф. Методы и средства неразрушающего теплового контроля структурных превращений в полимерных материалах : Монография / Н. Ф. Майникова, С. В. Мищенко, Н.П. Жуков, И. В. Рогов. – Тамбов : ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2012. – 320 с.
6. Синюк О. М. Модель будови недеформованих полімерів сферолітної структури / О. М. Синюк // Вісник Хмельницького національного університету. – 2016. – №3 (237). – С. 181-188.

References

1. Mantiya, F. La. (2006). *Vtorichnaya pererabotka plastmass* [Secondary recycling of plastics]. G.E. Zaykova (Ed.). St. Petersburg : Professiya [in Russian].
2. Misyats, V. P., Burmistenkov, O. P., Hladchuk, O. Z. (2007). *Modelyuvannya protsesiv ruynuvannya polimernykh materialiv pry podribnenni* [Modeling of the destruction processes of polymeric materials during grinding]. *Visnyk Kyivskoho natsional'noho universytetu tekhnolohiy ta dizaynu – Bulletin of the Kyiv National University of Technologies and Design*, 3, 40-45 [in Ukrainian].
3. Skyba, M. Ye., Mykhaylivskyy, Yu. B., Holovko, H. S. (2003). *Modelyuvannya protsesu podribnennya kompozytsiynyykh materialiv z vykorystanniam metodu skinchenykh elementiv* [Modeling of the shredding process of composite materials using the finite element method]. *Visnyk Khmelnytskoho natsionalnoho universytetu – Bulletin of Khmelnytsky National University*, 6, 7-11 [in Ukrainian].
4. Ossvald, T. A., Tung, L.- Sh., Gremann, P. Dzh. (2006). *Lite plastmass pod davleniem* [Molding of plastics under pressure]. E. L. Kalincheva (Ed.). St. Petersburg : Professiya [in Russian].
5. Maynikova, N. F., Mischenko, S. V., Zhukov, N. P., Rogov, I. V. (2012). *Metody i sredstva nerazrushayushchego teplovogo kontrolya strukturnykh prevrascheniy v polimernyykh materialah* [Methods and means of nondestructive thermal control of structural transformations in polymeric materials]. Tambov [in Russian].
6. Synyuk O. M. (2016). *Model budovy nedeforrovanykh polimeriv sferolitnoi struktury* [The structural model of undeformed polymers of spheruline structure]. *Visnyk Khmelnytskoho natsionalnoho universytetu – Bulletin of Khmelnytsky National University*, 3 (237), 181-188 [in Ukrainian].

7. Синюк О. М. Метод розрахунку ефективних пружних властивостей полімерів з орієнтованою структурою / О. М. Синюк // Технічні науки і технології: науковий журнал Чернігівського національного технологічного університету. – 2016. – № 4. – С. 16-25.
8. Синюк О. М. Визначення пружних властивостей аморфно-кристалічних полімерів сферолітної структури / О. М. Синюк // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2016. – № 6. – С. 77-86.
9. Samuels R. J. Polymer Structure: The Key to Process-Property Control / R. J. Samuels // Polymer Engineering and Science. – 1985. – № 25. – P. 862-874.
10. Кострицкий В. В. Структурно-механическая модель аморфно-кристаллических полимеров / В. В. Кострицкий // Механика композитных материалов. – Рига : Зинатне, 1990. – № 4. – С. 585-593.
11. Нильсен Л. Механические свойства полимеров и полимерных композиций / Л. Нильсен; под ред. П. Г. Бабаевского; пер. с англ. – М. : Химия, 1988. – 312 с.
12. Тагер А. А. Физико-химия полимеров / А. А. Тагер. – М. : Научный мир, 2007. – 576 с.
7. Synyuk O. M. (2016). Metod rozrakhunku efektyvnykh pruzhnykh vlastyvostei polimeriv z oriientovanoiu strukturoiu [The calculation method of effective elastic properties of oriented polymers]. *Tekhnichni nauky i tekhnolohiyi: naukovyy zhurnal Chernihivs'koho natsional'noho tekhnolohichnoho universytetu – Technical sciences and technologies: scientific journal of Chernihiv National Technological University*, 2016, 4, 16-25 [in Ukrainian].
8. Synyuk O. M. (2016). Vyznachennia pruzhnykh vlastyvostei amorfno-krystalichnykh polimeriv sferolitnoi struktury [Determination of elastic properties of amorphous-crystalline polymers of a spheruline structure]. *Visnyk Vinnytskoho politekhnichnoho instytutu – Bulletin of the Vinnitsa Polytechnic Institute*, 6, 77-86 [in Ukrainian].
9. Samuels R. J. (1967) Structure spheroline, morphology of deformation and mechanical properties isotactic polypropylene. *Polymer Engineering and Science*, 11, 20, 253-284 [In English].
10. Kostritskiy V. V. (1990). Strukturno-mehanicheskaya model amorfno-kristallicheskih polimerov [Structural-mechanical model of amorphous-crystalline polymers]. *Mehanika kompozitnih materialov – Mechanics of composite materials*, 4, 585-593 [in Russian].
11. Nilsen L. (1988) *Mehanicheskie svoystva polimerov i polimernyih kompozitsiy* [Mechanical properties of polymers and polymeric compositions]. P. G. Babaevskogo (Ed.). Moscow : Himiya [in Russian].
12. Tager A. A. (2007). *Fiziko-himiya polimerov* [Physicochemistry of polymers]. Moscow : Nauchnyiy mir [in Russian].

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНЫХ УПРУГИХ СВОЙСТВ ОРИЕНТИРОВАННЫХ ПОЛИМЕРОВ В ПОПЕРЕЧНОМ НАПРАВЛЕНИИ

СИНЮК О. М., МИХАЙЛОВСЬКИЙ А. Ю.

Хмельницький національний університет

Цель. Получить зависимости, позволяющие определять необходимую деформацию полимерного материала, при которой модуль упругости наименьший в поперечном направлении к вытяжки.

Методика. Разработана методика определения степени влияния упругих свойств полимера и его напряженно-деформированного состояния на форму и размеры сферолитов, что позволяет прогнозировать упругие свойства полимерных материалов сферолитного строения в зависимости от степени вытяжки.

Результаты. Полученные зависимости, по которым можно определять такую деформацию полимера, при которой модуль упругости в поперечном к вытяжке направлении минимален. Полученные зависимости модуля упругости полиэтилентерефталата, полиамида и полиэтилена от степени вытяжки в поперечном к ней направлении.

Научная новизна. Впервые получены выражения, которые позволяют прогнозировать упругие свойства аморфно-кристаллических полимеров в зависимости от степени вытяжки.

Практическая значимость. Разработана методика, по которой можно определять необходимую деформацию полимера, при которой обеспечивается минимальный модуль упругости в поперечном к вытяжке направлении, что позволит рассчитать минимальные усилия, которые

должно создавать перерабатывающие оборудования для разрушения структуры полимерного материала.

Ключевые слова: полимерный материал, сферолиты, структура, вытяжка, упругие свойства.

DETERMINATION OF EFFECTIVE ELASTIC PROPERTIES OF ORIENTED POLYMERS IN THE TRANSVERSE DIRECTION

SYNYUK O., MIKHAILOVSKY A.

Khmelnyskiy National University

Objective. To obtain the dependencies that allow determination of the required deformation of a polymeric material, in which the modulus of elasticity in the transverse to the direction of drawing is the smallest.

Methods. Methods of determining the degree of influence of the polymer elastic properties and its stress-strain state on the shape and size of the spherulites is developed, which will enable predicting the elastic properties of the polymeric materials of the spherulite structure, depending on the degree of drawing.

Results. Dependences, by which it is possible to determine such a deformation of a polymer, in which the modulus of elasticity in the transverse to the direction of drawing is minimal, are obtained. The dependences of the elastic modulus of polyethylene terephthalate, polyamide and polyethylene on the degree of drawing in the transverse direction are obtained.

Scientific novelty. Expressions, which allow prediction of the elastic properties of amorphous crystalline polymers, depending on the degree of extraction, are obtained.

Practical significance. Methods for determining the required deformation of a polymer in which a minimum elasticity modulus is provided in a transverse direction to the drawing are developed, which will enable calculation of the minimum efforts that must be made by the recycling equipment for the destruction of the polymeric material structure.

Key words: polymeric material, spherulites, structure, drawing, elastic properties.